

ISSN 2519-2574

Ученые записки
Брянского
государственного
университета

№ 4
2021

Физико-математические науки
/ Биологические науки / Ветеринарные науки

Председатель редакционной коллегии

Антюхов Андрей Викторович – ректор Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского, доктор филологических наук, профессор

Главный редактор журнала

Зайцева Елена Владимировна – доктор биологических наук, профессор

Ответственные редакторы

Родикова Евгения Геннадьевна – кандидат физико-математических наук (*физико-математические науки*)

Семениченков Юрий Алексеевич – доктор биологических наук (*биологические науки*)

Харлан Алексей Леонидович – кандидат биологических наук (*биологические науки, ветеринарные науки*)

Редакционная коллегия

Анищенко Лидия Николаевна, доктор биологических наук, профессор кафедры географии, экологии и землеустройства Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Будько Сергей Леонадьевич, кандидат физико-математических наук, профессор Университета Айовы (США, г. Айова)

Булохов Алексей Данилович, доктор биологических наук, профессор, Заслуженный работник высшего профессионального образования РФ, заведующий кафедрой биологии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Зайцева Елена Владимировна, доктор биологических наук, профессор, декан естественно-географического факультета Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Заякин Владимир Васильевич, доктор биологических наук, профессор кафедры химии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Зенкин Алексей Сергеевич, доктор биологических наук, заведующий кафедрой морфологии, физиологии и ветеринарной патологии Мордовского государственного университета им. Н. П. Огарева (Россия, г. Саранск)

Иванов Николай Петрович, доктор ветеринарных наук, профессор, главный научный сотрудник ТОО «Казахский научно-исследовательский ветеринарный институт», академик Национальной академии наук Республики Казахстан (НАН РК) (Казахстан, г. Алматы)

Лебедько Егор Яковлевич, доктор сельскохозяйственных наук, профессор, директор Института повышения квалификации кадров агро-бизнеса, международных связей и культуры Брянского государственного аграрного университета, Почетный работник высшего профессионального образования РФ (Россия, г. Брянск)

Мельников Игорь Владимирович, кандидат биологических наук, доцент кафедры географии, экологии и землеустройства Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Муканов Касым Касенович, доктор ветеринарных наук, профессор, заместитель генерального директора РГП Национального центра биотехнологии Комитета науки МОН Республики Казахстан (Казахстан, г. Алматы)

Нам Ирина Ян-Гуковна, доктор биологических наук, координатор Евразийской сельскохозяйственной технологической платформы (Россия, г. Санкт-Петербург)

Новиков Владимир Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, директор учебно-исследовательского центра «Брянская физическая лаборатория» (Россия, г. Брянск)

Попов Павел Аркадьевич, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник учебно-исследовательского центра «Брянская физическая лаборатория» (Россия, г. Брянск)

Пронин Валерий Васильевич, доктор биологических наук, профессор, заведующий кафедрой нормальной, патологической анатомии и ветсанэкспертизы Ивановской государственной сельскохозяйственной академии (Россия, г. Иваново)

Райдойичич Бильана, доктор ветеринарных наук, профессор Белградского университета (Сербия, г. Белград)

Расулов Карим Магомедович, доктор физико-математических наук, профессор, Заслуженный работник высшей школы РФ, заведующий кафедрой математического анализа Смоленского государственного университета (Россия, г. Смоленск)

Родикова Евгения Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Селезнев Сергей Борисович, доктор ветеринарных наук, профессор департамента ветеринарной медицины аграрно-технологического института Российского Университета Дружбы Народов, Заслуженный деятель науки РФ (Россия, г. Москва)

Семениченков Юрий Алексеевич, доктор биологических наук, профессор кафедры биологии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Сорокина Марина Михайловна, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа, алгебры и геометрии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Харлан Алексей Леонидович, кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии, заместитель декана естественно-географического факультета Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Черный Николай Васильевич, доктор ветеринарных наук, профессор, заведующий кафедрой гигиены животных и ветеринарной санитарии Харьковской государственной зооветеринарной академии (Украина, г. Харьков)

Свидетельство о регистрации средства массовой информации Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Ответственность за фактические данные, представленные в статьях, лежит на их авторах

© РИСО ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского», 2021
© Коллектив авторов, 2021

ISSN 2519-2574

SCIENTIFIC NOTES
of the Bryansk State University

N 4
2021

Physics and Mathematics / Biology / Veterinary

Head of the Editorial board

Andrey Viktorovich Antyukhov, Rector of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky,
Sc. D. in Philological Sciences, Professor

Editor-in-chief

Elena Vladimirovna Zaitseva, Sc. D. in Biological sciences, Professor

Associate editors

Eugenia Gennadievna Rodikova, Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences

Yury Alexeevich Semenishchenkov, Sc. D. in Biological Sciences

Alexey Leonidovich Kharlan, Ph. D. in Biological Sciences

Editorial board

Anischenko L. N., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Geography, Ecology and Land Management of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Budko S. L., Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, the Professor of the National laboratory in Ames of the University of Iowa (USA, Iowa)

Bulokhov A. D., Sc. D. in Biological Sciences, Professor, Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, Head of the Dpt. of Biology of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Zaitseva E. V., Sc. D. in Biological Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Natural Sciences of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Zayakin V. V., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Chemistry of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Zenkin A. S., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Mordovian State University named after N. P. Ogarev (Russia, Saransk)

Ivanov N. P., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor, Chief researcher of the LLC «Kazakh Research Veterinary Institute», Academician (Kazakhstan, Almaty)

Lebedko E. Ya., Sc. D. in Agricultural Sciences, Professor, Honorary Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, Bryansk State Agricultural University (Russia, Bryansk region)

Melnikov I. V., Ph. D. in Biological Sciences, Associate Professor of the Dpt. of Geography, Ecology and Land Management of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Mukanov K. K., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor, Deputy Director of RSE «National Center for Biotechnology» MES Committee of science of Republic of Kazakhstan (Kazakhstan, Almaty)

Nam I. Ya., Sc. D. in Biological Sciences, Coordinator of the Eurasian Agricultural Technology Platform (Russia, Sankt-Petersburg)

Novikov V. V., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Director of the Training and Research Center «Bryansk Physical Laboratory» (Russia, Bryansk)

Popov P. A., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Dpt. of Experimental and Theoretic Physics, Leading researcher of the Training and Research Center «Bryansk Physical Laboratory» (Russia, Bryansk)

Pronin V. V., Sc. D. in Biological Sciences, Head of the Dpt. of Normal, pathological anatomy and veterinary sanitary inspection of the Ivanovo State Agricultural Academy (Russia, Ivanovo)

Raidoyichich B., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor of the University of Belgrade (Serbia, Belgrade)

Rasulov K. M., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, Head of the Dpt. of Mathematical analysis of the Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Rodikova E. G., Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Dpt. of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Seleznev S. V., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor of the Russian University of Peoples' Friendship, Honored Worker of Science of the Russian Federation (Russia, Moscow)

Semenishchenkov Yu. A., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Biology of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Sorokina M. M., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Dpt. of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Kharlan A. L., Ph. D. in Biological Sciences, Associate Professor of the Dpt. of Biology, Deputy Dean of the Faculty of Natural Sciences of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Chernyi N. V., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor of the Kharkiv State Academy of Animal Health (Ukraine, Kharkov)

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

<i>Антоненкова О.Е., Часова Н.А.</i> Аналог теоремы М. Рисса в некоторых классах аналитических в верхней полуплоскости функций со смешанной нормой.....	7
<i>Максаков С.П., Сорокина М.М.</i> О максимальных подформациях P -кратно ω -веерных формаций конечных групп.....	10
<i>Охлупина О.В., Прокопенко А.А.</i> Использование математической модели для трёхмерной реконструкции лица методами машинного обучения.....	18
<i>Охлупина О.В., Прокопенко А.А., Згонникова А.О.</i> О ёмкости модели классификации.....	22

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

<i>Алмухтар О.А.Х., Трошина М.В., Петухова Н.Ф., Иванова Т.Г., Цублова Е.Г.</i> Изменения показателей катаболизма под влиянием биологически активных соединений	27
<i>Иванова Т.Г., Хандожко В.А.</i> Изменение профиля поведения белых беспородных мышей под влиянием кофеина	33
<i>Панасенко Н.Н., Кузютникова Ю.А.</i> <i>Helianthus tuberosus</i> L. в Брянской области: распространение, особенности биологии и фитоценоотические связи.....	38
ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПРЕДЛАГАЕМЫХ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ В РЕЦЕНЗИРУЕМОМ ЭЛЕКТРОННОМ НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ «УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА» («УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БГУ»)	42

CONTENT

MATHEMATICS AND INFORMATICS

<i>Antonenkova O.E., Chasova N.A.</i> Analogue of the M. Riesz theorem in some classes of analytic functions in the upper half-plane with a mixed norm.....	7
<i>Maksakov S.P., Sorokina M.M.</i> On the maximal subformations of n -multiple ω -fibered formations of finite groups	10
<i>Okhlupina O.V., Prokopenko A.A.</i> Using a mathematical model for three-dimensional facial reconstruction by machine learning methods	18
<i>Okhlupina O.V., Prokopenko A.A., Zgonnikova A.O.</i> About the capacity of the classification model	22

FUNDAMENTAL AND APPLIED BIOLOGY

<i>Almukhtar O.A.Kh., Troshina M.V., Petukhova N.F., Ivanova T.G., Tsublova E.G.</i> Changes in catabolism indicators under influence of biologically active compounds	27
<i>Ivanova T.G., Khandozhko V.A.</i> Change in the behavioral profile of white remote mice under the influence of caffeine	33
<i>Panasenko N.N., Kuzyutikova Yu.A.</i> Distribution, biology and phytocoenotic relationships of <i>Helianthus tuberosus</i> in the Bryansk region	38

REQUIREMENTS TO THE CONTENTS AND PAPERS OFFERED FOR PUBLICATION IN PEER-REVIEWED ELECTRONIC SCIENTIFIC JOURNALS «SCIENTIFIC NOTES OF BRYANSK STATE UNIVERSITY» («SCIENTIFIC NOTES OF BSU»).....	42
---	----

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 517.55

АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ М.РИССА В НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ В
ВЕРХНЕЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ ФУНКЦИЙ СО СМЕШАННОЙ НОРМОЙ

О.Е. Антоненкова, Н.А. Часова

ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет»

В статье получен аналог классической теоремы Марселя Рисса для аналитических в верхней полуплоскости функций, граничные значения действительных частей которых принадлежат классу $B_{\alpha}^{p,q}$ со смешанной нормой.

Ключевые слова: верхняя полуплоскость, аналитическая функция, смешанная норма, интеграл Пуассона, теорема М.Рисса.

Для изложения основных результатов полученных в работе, введем следующие обозначения: пусть C – комплексная плоскость, $C_+ = \{z \in C : \operatorname{Re} z \in \mathbb{R}, \operatorname{Im} z > 0\}$ – верхняя полуплоскость на комплексной плоскости, $H(C_+)$ – пространство аналитических в C_+ функций. Обозначим через L^p , $p \geq 1$ пространство всех измеримых на $\mathbb{R}$ функций, для которых

$$\|f\|_{L^p} = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} < +\infty.$$

Через $L_{\alpha}^{p,q}(C_+)$ ($p, q \geq 1$, $0 < \alpha < 1$) – пространство измеримых в C_+ функций, для которых $\|f\|_{L_{\alpha}^{p,q}} = \left(\int_0^{+\infty} y^{\alpha q - 1} \|f(\cdot, y)\|_{L^p}^q dy \right)^{\frac{1}{q}} < +\infty$. Введем в рассмотрение пространство Бесова

$B_{\alpha}^{p,q}$ ($p, q \geq 1$, $0 < \alpha < 1$) со смешанной нормой, состоящее из всех функций $f \in L^p$, для которых

$$\|f\|_{B_{\alpha}^{p,q}} = \left(\int_0^{+\infty} t^{-1-\alpha q} \|\Delta_t f\|_{L^p}^q dt \right)^{\frac{1}{q}} < +\infty,$$

где $\Delta_t f(x) = f(x+t) - f(x)$ – разностный оператор для $0 < t < +\infty$, $x \in \mathbb{R}$. Через $H_{\alpha}^{p,q}$ обозначим пространство функций из $H(C_+)$, граничные значения которых принадлежат классу $B_{\alpha}^{p,q}$.

Классы О. Бесова, впервые введенные в рассмотрение в работе [1], занимают важное место во многих разделах комплексного и функционального анализа. В частности, для них имеют место теоремы вложения, справедливые и для обобщенных гильбертовских пространств, а также они тесно связаны с пространствами Соболева (см. [1] – [5]). Изучение различных свойств функций из классов Бесова вызывает большой интерес ввиду их многочисленных приложений в различных вопросах теории функциональных пространств, теории дифференциальных уравнений. Так, например, в математической физике часто встречаются функции из классов Соболева, граничные значения которых принадлежат соответствующим классам Бесова.

Классы Бесова можно определить и в терминах интеграла Пуассона. Пусть $f \in L^p$, $1 \leq p < +\infty$, и $v = v(x, y)$ – интеграл Пуассона от функции f , то есть

$$v(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y}{(x-t)^2 + y^2} f(t) dt, \quad y > 0. \quad (1)$$

Функция v является гармоническим продолжением функции f в верхнюю полуплоскость, причем $f \in B_{\alpha}^{p,q}$ тогда и только тогда, когда $\frac{\partial v(x, y)}{\partial y} \in L_{\alpha-1}^{p,q}(C_+)$ (см. [2]).

Ранее авторами (см. [6]) посредством ядра Пуассона построен интегральный оператор, ограниченно действующий в $L_{\alpha}^{p,q}$ -пространствах бигармонических в верхнем полупространстве функций. В работах (см. [7], [8]) устанавливается, что интегральный оператор типа Бергмана отображает классы Соболева в полупространстве на соответствующие классы аналитических функций. В данной работе строится интегральный оператор, отображающий пространство $B_{\alpha}^{p,q}$ на соответствующее пространство $H_{\alpha}^{p,q}$ аналитических функций. Имеет место следующее утверждение.

Теорема 1. Если $f \in B_{\alpha}^{p,q}$, $1 \leq p, q < +\infty$, $0 < \alpha < 1$, то оператор

$$F(z) = \frac{\beta+1}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta^{\beta} v(\xi + i\eta)}{((\xi - x) + i(\eta + y))^{\beta+2}} d\xi d\eta,$$

где $v(\zeta)$ определяется равенством (1), $z = x + iy \in C_+$, $\zeta = \xi + i\eta \in C_+$, отображает $B_{\alpha}^{p,q}$ на $H_{\alpha}^{p,q}$, причем $\|F\|_{H_{\alpha}^{p,q}} \leq C \|f\|_{B_{\alpha}^{p,q}}$.

Следствием данного утверждения является аналог теоремы М.Рисса (см. [3]):

Теорема 2. Пусть $f(z) = u(x, y) + iv(x, y) \in H(C_+)$, $z = x + iy \in C_+$, и граничные значения функции u принадлежат классу $B_{\alpha}^{p,q}$, тогда граничные значения функции f также принадлежат классу $B_{\alpha}^{p,q}$, причем $\|f\|_{H_{\alpha}^{p,q}} \leq C \|u\|_{B_{\alpha}^{p,q}}$.

Список литературы

1. Бесов О.В. О некоторых условиях принадлежности к L_p производных периодических функций // Науч. докл. высш. шк. Физ.-мат. науки. 1959. – №1. – С. 13-17.
2. Taibleson M. H. On the theory of Lipschitz spaces of distributions on Euclidean n -space. I. Principal properties, J. Math. Mech. 1964. – V.13. – P. 407-479.
3. Стейн И.М. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций. – М.: Мир, 1973. – 342 с.
4. Никольский С.М. Приближение функций многих переменных и теорема вложения. – М.: Наука, 1981. – 456 с.
5. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. – М.: Наука, 1996. – 480 с.
6. Антоненкова О.Е., Часова Н.А. Ограниченные проекторы в пространствах гармонических в верхнем полупространстве функций со смешанной нормой // Современные методы теории функций и смежные проблемы. Материалы конф. Воронежской зимней математической школы. – Воронеж: ВГУ, 2009. – С. 11-12.
7. Антоненкова О.Е., Часова Н.А. Об интегральных операторах в пространствах аналитических в верхнем полупространстве функций со смешанной нормой // Учёные

записки Брянского государственного университета: физико-математические науки / биологические науки / ветеринарные науки. – 2017. – №3(7). – С. 7-14.

8. Антоненкова О.Е., Часова Н.А. Об интегральных операторах в пространствах $W_{\vec{p},\vec{q}}^{|\vec{l}|}(C_+^n)$ // Вестник Омского университета. – Омск: ОмГУ, 2021. – Т. 26. – № 2. – С. 5-11.

Сведения об авторах

Антоненкова Ольга Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: anto-olga@yandex.ru.

Часова Наталья Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: chasnat@bk.ru.

ANALOGUE OF THE M. RIESZ THEOREM IN SOME CLASSES OF ANALYTIC FUNCTIONS IN THE UPPER HALF-PLANE WITH A MIXED NORM

O.E. Antonenkova, N.A. Chasova

Bryansk State engineering-technological University

The article obtained an analogue of the classical Marcel Riesz theorem for analytic functions in the upper half-plane, the boundary values of the real parts of which belong to the $B_{\alpha}^{p,q}$ class with a mixed norm.

Keywords: upper half-plane, analytic function, mixed norm, Poisson integral, the M. Riesz theorem.

References

1. Besov O.V. About some conditions of belonging to L_p derivatives of periodic functions // Scientific dokl. higher. shk. Phys.-mat. sciences. 1959. – No 1. – P. 13-17.
2. Taibleson M. H. On the theory of Lipschitz spaces of distributions on Euclidean n -space. I. Principal properties, J. Math. Mech. 1964. – V.13. – P. 407-479.
3. Stein E.M. Singular integrals and differential properties of functions. – M.: Mir, 1973. – 342 p.
4. Nikol'skii S.M. Approximation of functions of many variables and the embedding theorem. – M.: Nauka, 1981. – 456 p.
5. Besov O.V., Il'in V.P., Nikol'skii S.M. Integral representations of functions and imbedding theorems. – M.: Nauka, 1996. – 480 p.
6. Antonenkova O.E., Chasova N.A. A bounded projections in spaces of harmonic functions in the upper half-space with mixed norm // Sovremen. metody teori funktsi i smegny problemy. Materialy conf. Voronezskoi zimnei mat. shkoly. – Voroneg: VGU, 2009. – P. 11-12.
7. Antonenkova O.E., Chasova N.A. About integral operators in spaces of analytic functions in the upper half-space with mixed norm // Scientific notes of the Bryansk State University: physics and mathematics / biology / veterinary. – 2017. – No. 3(7). – P. 7 – 14.
8. Antonenkova O.E., Chasova N.A. About integral operators in $W_{\vec{p},\vec{q}}^{|\vec{l}|}(C_+^n)$ spaces // Herald of Omsk university. – 2021. – Vol. 26. – No 2. – P. 5–11.

About authors

Antonenkova O.E. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Mathematic, Bryansk State engineering-technological University, e-mail: anto-olga@yandex.ru.

Chasova N.A. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Mathematic, Bryansk State engineering-technological University, e-mail: chasnat@bk.ru.

УДК 512.542

О МАКСИМАЛЬНЫХ ПОДФОРМАЦИЯХ n -КРАТНО ω -ВЕЕРНЫХ ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

С.П. Максаков, М.М. Сорокина

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Рассматриваются только конечные группы. Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, ω – непустое подмножество множества $\mathbb{P}$. В статье изучаются свойства максимальных n -кратно ω -веерных подформаций заданной n -кратно ω -веерной формации. В работе установлено существование максимальной n -кратно ω -веерной подформации для формации с определенными свойствами, получена характеристика формации $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$, являющейся пересечением всех максимальных n -кратно ω -веерных подформаций с направлением δ заданной формации $\mathfrak{F}$.

Ключевые слова: конечная группа, класс групп, формация, ω -веерная формация, n -кратно ω -веерная формация.

В теории классов конечных групп важное место занимают формации. В настоящее время для их изучения широко применяется функциональный подход, который впервые был предложен В. Гашюцем при построении локальных формаций [15]. В дальнейшем с помощью функциональных методов Л.А. Шеметковым были построены композиционные формации [11], ω -локальные формации [12], где ω – непустое множество простых чисел. В работе [8] А.Н. Скибой и Л.А. Шеметковым построены $\mathcal{L}$ -композиционные формации, где $\mathcal{L}$ – непустой класс конечных простых групп. Важные результаты о строении, свойствах, применении локальных, ω -локальных, композиционных, $\mathcal{L}$ -композиционных формаций получены Л.А. Шеметковым, А.Н. Скибой, С.Ф. Каморниковым, А.Ф. Васильевым, В.Н. Семенчуком, В.Г. Сафоновым, Н.Н. Воробьевым и др. (см., например, [5, 7–9, 13, 14]). В рамках нового функционального подхода к изучению классов конечных групп, предложенного В.А. Ведерниковым в 1999 году, были введены в рассмотрение ω -веерные и Ω -расслоенные формации (см., например, [2 – 4]), естественным образом обобщающие ω -локальные и Ω -композиционные ($\mathcal{L}$ -композиционные при $\mathcal{L} = \Omega$) формации соответственно. Исследованием различных видов ω -веерных и Ω -расслоенных формаций занимались Ю.А. Еловикова, М.М. Сорокина, М.А. Корпачева, Н.В. Силенок, А.Б. Еловинов, Д.Г. Коптюх и другие (см., например, [2, 6, 10]). В монографии А.Н. Скибы [9] детально изучены свойства максимальных подформаций τ -замкнутых n -кратно локальных формаций, где τ – произвольный (регулярный) подгрупповой функтор. В работах А.Н. Скибы, Л.А. Шеметкова [7] и [8] представлены ключевые свойства максимальных подформаций n -кратно ω -локальных и n -кратно $\mathcal{L}$ -композиционных формаций соответственно. Целью данной работы является изучение максимальных n -кратно ω -веерных подформаций заданной n -кратно ω -веерной формации конечных групп. В теоремах 1 – 3 исследованы вопросы существования максимальной n -кратно ω -веерной подформации для заданной формации $\mathfrak{F}$. В теореме 4 получена характеристика формации $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$, являющейся пересечением всех максимальных n -кратно ω -веерных подформаций с направлением δ заданной формации $\mathfrak{F}$.

Рассматриваются только конечные группы. Используемые обозначения и определения стандартны (см., например, [9, 13, 14]). Приведем лишь некоторые из них. Символ $:=$ означает равенство по определению. *Классом групп* называется множество групп, содержащее вместе с каждой своей группой и все группы ей изоморфные. Через $\mathfrak{G}$ обозначается класс всех конечных групп. Пусть $\mathfrak{X}$ – непустое множество групп. Тогда $(\mathfrak{X})$ обозначает класс групп,

порожденный $\mathfrak{X}$; в частности, (G) – класс всех групп, изоморфных группе G . Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *формацией*, если выполняется два условия:

- 1) из $G \in \mathfrak{F}$ и $N \triangleleft G$ следует $G/N \in \mathfrak{F}$ (т.е. класс $\mathfrak{F}$ Q -замкнут);
- 2) из $G/N_1 \in \mathfrak{F}$ и $G/N_2 \in \mathfrak{F}$ следует $G/(N_1 \cap N_2) \in \mathfrak{F}$ (т.е. класс $\mathfrak{F}$ R_0 -замкнут).

Формацией, порожденной множеством групп $\mathfrak{X}$, называется формация, являющаяся пересечением всех формаций, содержащих множество $\mathfrak{X}$, и обозначается $form(\mathfrak{X})$. Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга*, если выполняется два условия:

- 1) из $G \in \mathfrak{F}$ и $N \triangleleft G$ следует $N \in \mathfrak{F}$ (т.е. класс $\mathfrak{F}$ S_n -замкнут);
- 2) из $G = N_1 N_2$, $N_1 \triangleleft G$, $N_2 \triangleleft G$ и $N_1, N_2 \in \mathfrak{F}$ следует $G \in \mathfrak{F}$ (т.е. класс $\mathfrak{F}$ R -замкнут).

Пусть $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга. $\mathfrak{F}$ -*радикалом* группы G называется произведение всех нормальных подгрупп группы G , принадлежащих $\mathfrak{F}$, и обозначается $G_{\mathfrak{F}}$. Через $\mathfrak{F}_1 \mathfrak{F}_2$ обозначается *произведение классов* групп $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$, то есть

$$\mathfrak{F}_1 \mathfrak{F}_2 = \{ G \in \mathfrak{E} \mid \text{существует } N \triangleleft G, N \in \mathfrak{F}_1, G/N \in \mathfrak{F}_2 \}.$$

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, ω – непустое подмножество множества $\mathbb{P}$, $p \in \mathbb{P}$. Через $\pi(G)$ обозначается множество всех простых делителей порядка группы G , $\pi(\mathfrak{X})$ – объединение классов $\pi(G)$ для всех $G \in \mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ – класс групп. Через $\mathfrak{G}_{\omega}$ обозначается класс всех ω -групп, т.е. таких групп, для которых выполняется $\pi(G) \subseteq \omega$; $\mathfrak{N}_p := \mathfrak{G}_{\{p\}}$ и $\mathfrak{G}_{p'} := \mathfrak{G}_{\mathbb{P} \setminus \{p\}}$ – классы всех p -групп и всех p' -групп соответственно; $\mathfrak{G}_{(Z_p)'} -$ класс всех групп, у которых нет ни одного композиционного фактора, изоморфного Z_p , где Z_p – группа простого порядка p ; $\mathfrak{S}_{cp}$ – класс всех групп, у которых каждый главный p -фактор централен; $O_{\omega}(G) := G_{\mathfrak{G}_{\omega}}$ – $\mathfrak{G}_{\omega}$ -радикал группы G .

Пусть $h: \mathbb{P} \rightarrow \{ \text{формации групп} \}$, $f: \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{ \text{формации групп} \}$, где $f(\omega') \neq \emptyset$, $\delta: \mathbb{P} \rightarrow \{ \text{непустые формации Фиттинга} \}$ – функции, называемые соответственно $\mathbb{P}F$ -функцией, ωF -функцией и $\mathbb{P}FR$ -функцией [3]. Формация

$$\mathfrak{H} = \{ G \in \mathfrak{G} \mid G/G_{\delta(p)} \in h(p) \text{ для всех } p \in \pi(G) \}$$

называется *всерной* формацией с направлением δ (или, кратко, δ -всерной формацией) и спутником h и обозначается $\mathfrak{H} = \mathbb{P}F(h, \delta)$. Формация

$$\mathfrak{F} = \{ G \in \mathfrak{G} \mid G/O_{\omega}(G) \in f(\omega') \text{ и } G/G_{\delta(p)} \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(G) \}$$

называется ω -всерной формацией с направлением δ (или, кратко, $\omega\delta$ -всерной формацией) и с ω -спутником f и обозначается $\mathfrak{F} = \omega F(f, \delta)$ [3].

Направление δ ω -всерной формации называется *bp-направлением*, если δ является *b-направлением*, т.е. $\delta(p)\mathfrak{N}_p = \delta(p)$ для любого $p \in \mathbb{P}$, и δ является *p-направлением*, т.е. $\mathfrak{G}_p \delta(p) = \delta(p)$ для любого $p \in \mathbb{P}$. Через δ_0 обозначается направление ω -полной формации, т.е. $\delta_0(p) = \mathfrak{G}_{p'}$ для любого $p \in \mathbb{P}$; через δ_1 – направление ω -локальной формации, т.е. $\delta_1(p) = \mathfrak{G}_{p'} \mathfrak{N}_p$ для любого $p \in \mathbb{P}$; через δ_2 – направление ω -специальной формации, т.е. $\delta_2(p) = \mathfrak{G}_{(Z_p)'} \mathfrak{N}_p$ для любого $p \in \mathbb{P}$; через δ_3 – направление ω -центральной формации, т.е.

$\delta_3(p) = \mathfrak{S}_{cp}$ для любого $p \in \mathbb{P}$ [2]. Через $\omega\delta F$ обозначим множество всех $\omega\delta$ -веерных формаций групп.

Пусть $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, δ – $\mathbb{PFR}$ -функция. Следуя [9], всякую непустую формацию считают 0 -кратно $\omega\delta$ -веерной формацией; при $n > 0$ $\omega\delta$ -веерная формация $\mathfrak{F}$ называется n -кратно $\omega\delta$ -веерной формацией (кратко, $\omega\delta^n$ -веерной) и обозначается $\omega F^n(f, \delta)$, если $\mathfrak{F}$ обладает хотя бы одним $\omega\delta^{(n-1)}$ -спутником, т.е. таким ω -спутником, все непустые значения которого являются $(n-1)$ -кратно $\omega\delta$ -веерными формациями. Через $\omega\delta^n F$ обозначим множество всех n -кратно $\omega\delta$ -веерных формаций конечных групп. В соответствии с [9], собственная $\omega\delta^n$ -веерная подформация $\mathfrak{M}$ формации $\mathfrak{F}$ называется *максимальной $\omega\delta^n$ -веерной подформацией* формации $\mathfrak{F}$, если для любой $\omega\delta^n$ -веерной формации $\mathfrak{H}$, удовлетворяющей условию $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}$, имеет место равенство $\mathfrak{M} = \mathfrak{H}$. Через $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$ обозначается пересечение всех максимальных $\omega\delta^n$ -веерных подформаций формации $\mathfrak{F}$. Пусть $\mathfrak{X}$ – непустое множество групп. Через $\omega F^n(\mathfrak{X}, \delta)$ обозначается n -кратно $\omega\delta$ -веерная формация, порожденная множеством $\mathfrak{X}$, т.е. $\omega F^n(\mathfrak{X}, \delta)$ – пересечение всех n -кратно $\omega\delta$ -веерных формаций, содержащих $\mathfrak{X}$ (см., например, [3]). Следуя [9], $\omega\delta^n$ -веерную формацию $\mathfrak{F}$ назовем *$\omega\delta^n$ -неприводимой*, если $\omega F^n(\bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i, \delta) \subset \mathfrak{F}$, где $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ – совокупность всех собственных $\omega\delta^n$ -веерных подформаций из $\mathfrak{F}$; группу $G \in \mathfrak{F}$ назовем *$\omega\delta^n$ -необразующей группой* формации $\mathfrak{F}$, если из того, что $\mathfrak{F} = \omega F^n(\mathfrak{X} \cup \{G\}, \delta)$ всегда следует $\mathfrak{F} = \omega F^n(\mathfrak{X}, \delta)$. Пусть $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ – совокупность формаций, удовлетворяющая условию $\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{F}_j \subseteq (1)$ для любых различных $i, j \in I$. Через $\bigoplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$ обозначается совокупность всех групп вида $A_{i_1} \times \dots \times A_{i_t}$, где $A_{i_1} \in \mathfrak{F}_{i_1}, \dots, A_{i_t} \in \mathfrak{F}_{i_t}$ для некоторых $i_1, \dots, i_t \in I$ [9].

Пусть Θ – непустое множество формаций, упорядоченное относительно включения $\subseteq$, $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$ – Θ -формации (т.е. $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2 \in \Theta$). В соответствии с терминологией [1] точную нижнюю и точную верхнюю грани формаций $\mathfrak{F}_1$ и $\mathfrak{F}_2$ определяют соответственно следующим образом: $\inf(\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2) := \mathfrak{F}_1 \wedge_{\Theta} \mathfrak{F}_2$, $\sup(\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2) := \mathfrak{F}_1 \vee_{\Theta} \mathfrak{F}_2$, где $\mathfrak{F}_1 \wedge_{\Theta} \mathfrak{F}_2 = \mathfrak{F}_1 \cap \mathfrak{F}_2$, $\mathfrak{F}_1 \vee_{\Theta} \mathfrak{F}_2 = \Theta \text{ form}(\mathfrak{F}_1 \cup \mathfrak{F}_2)$ – пересечение всех Θ -формаций, содержащих $\mathfrak{F}_1 \cup \mathfrak{F}_2$. Если множество Θ замкнуто относительно пересечения и в Θ имеется такая формация $\mathfrak{M}$, что $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{M}$ для любой $\mathfrak{H} \in \Theta$, то $\inf(\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2) \in \Theta$, $\sup(\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2) \in \Theta$, тем самым на множестве Θ задана структура решетки. В этом случае Θ называют *полной решеткой формаций* (см., например, [9]). Пусть $\mathfrak{F}_1, \mathfrak{F}_2 \in \Theta$, $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{F}_2$. Через $\mathfrak{F}_2 /_{\Theta} \mathfrak{F}_1$ обозначается решетка всех Θ -формаций $\mathfrak{H}$, удовлетворяющих условию $\mathfrak{F}_1 \subseteq \mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}_2$. Поскольку $\mathfrak{G}$ является n -кратно $\omega\delta$ -веерной формацией и пересечение любой совокупности n -кратно $\omega\delta$ -веерных формаций также является n -кратно $\omega\delta$ -веерной формацией, то множество $\omega\delta^n F$ является полной решеткой формаций.

Исходя из теоремы 1 работы [16], с помощью метода математической индукции нетрудно проверить справедливость следующей леммы.

Лемма 1. Пусть $n \in \mathbb{N}$, δ – br -направление, удовлетворяющее условию $\delta_1 \leq \delta \leq \delta_3$. Тогда решетка $\omega\delta^n F$ всех n -кратно $\omega\delta$ -веерных формаций конечных групп является модулярной решеткой.

Следующая лемма доказывается аналогично доказательству леммы 2.1.3 [9].

Лемма 2. Пусть $n \in \mathbb{N}$, δ – PFR-функция, $\delta_0 \leq \delta$, $\mathfrak{F}_i \in \omega\delta^n F$, $i \in I$, $\mathfrak{F} = \bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i$. Если множество $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ является цепью, то $\mathfrak{F} \in \omega\delta^n F$.

Доказательство следующей леммы аналогично доказательству леммы 6 [16].

Лемма 3. Пусть $n \in \mathbb{N}$, δ – PFR-функция, $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} \oplus \mathfrak{L}$, где $\mathfrak{H}$ и $\mathfrak{L}$ – такие неединичные формации, что $\pi(\mathfrak{H}) \cap \omega \neq \emptyset$, $\pi(\mathfrak{L}) \cap \omega \neq \emptyset$ и $\pi(\mathfrak{H}) \cap \pi(\mathfrak{L}) \cap \omega = \emptyset$. Если δ – br-направление, $\mathfrak{F}, \mathfrak{H} \in \omega\delta^n F$, то $\mathfrak{L} \in \omega\delta^n F$.

Теорема 1. Пусть $n \in \mathbb{N}$, δ – PFR-функция, $\mathfrak{F} \in \omega\delta^n F$. Если $\mathfrak{F}$ является $\omega\delta^n$ -неприводимой формацией, то в ней существует единственная максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация.

Доказательство. Пусть $\mathfrak{F}$ – $\omega\delta^n$ -неприводимая формация, $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ – совокупность всех собственных $\omega\delta^n$ -веерных подформаций из $\mathfrak{F}$ и $\omega F^n(\bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i, \delta) := \mathfrak{M}$. Так как формация $\mathfrak{F}$ $\omega\delta^n$ -неприводима, то $\mathfrak{M} \subset \mathfrak{F}$. Покажем, что $\mathfrak{M}$ – максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация в $\mathfrak{F}$. Действительно, пусть $\mathfrak{H}$ – такая $\omega\delta^n$ -веерная подформация в $\mathfrak{F}$, что $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H} \subset \mathfrak{F}$. Тогда $\mathfrak{H} \in \{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$. Отсюда, ввиду задания $\mathfrak{M}$, получаем, что $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{M}$. Таким образом, $\mathfrak{H} = \mathfrak{M}$. Тем самым установлено, что $\mathfrak{M}$ – максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация формации $\mathfrak{F}$.

Покажем, что $\mathfrak{M}$ – единственная максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация в $\mathfrak{F}$. Пусть $\mathfrak{X}$ – произвольная максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация формации $\mathfrak{F}$. Тогда $\mathfrak{X} \subset \mathfrak{F}$ и поэтому $\mathfrak{X} \subseteq \omega F^n(\bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i, \delta) = \mathfrak{M}$. Из $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{M} \subset \mathfrak{F}$, в силу выбора $\mathfrak{X}$, получаем $\mathfrak{X} = \mathfrak{M}$. Таким образом, всякая максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация $\mathfrak{F}$ совпадает с $\mathfrak{M}$ и, следовательно $\mathfrak{M}$ – единственная максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация формации $\mathfrak{F}$. Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть $n \in \mathbb{N}$, δ – br-направление, $\delta_1 \leq \delta \leq \delta_3$, $\mathfrak{F} = \mathfrak{B} \vee_{\omega\delta^n F} \mathfrak{H}$, где $\mathfrak{B}$ и $\mathfrak{H}$ – соответственно однопорожденная и собственная $\omega\delta^n$ -веерные подформации формации $\mathfrak{F}$. Тогда в $\mathfrak{F}$ существует максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация, содержащая $\mathfrak{H}$.

Доказательство. Так как $\mathfrak{F} = \mathfrak{B} \vee_{\omega\delta^n F} \mathfrak{H}$, то $\mathfrak{F} = \omega F^n(\mathfrak{B} \cup \mathfrak{H}, \delta)$. Рассмотрим формацию $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H}$. Если $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H} = \mathfrak{B}$, то $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{H}$ и поэтому $\mathfrak{F} = \omega F^n(\mathfrak{B} \cup \mathfrak{H}, \delta) \subseteq \mathfrak{H}$, что, в силу $\mathfrak{H} \subset \mathfrak{F}$, невозможно. Следовательно, $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H} \subset \mathfrak{B}$. Покажем, что в $\mathfrak{B}$ существует максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация, содержащая $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H}$. Пусть $\mathcal{X} = \{\mathfrak{X} \in \omega\delta F \mid \mathfrak{B} \cap \mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{X} \subset \mathfrak{B}\}$, $\{\mathfrak{X}_i \mid i \in I\}$ – произвольная цепь в $\mathcal{X}$ и $\mathfrak{D} := \bigcup_{i \in I} \mathfrak{X}_i$. Тогда по лемме 2 $\mathfrak{D} \in \omega\delta^n F$, причем $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{D} \subseteq \mathfrak{B}$. По условию $\mathfrak{B} = \omega F^n(B, \delta)$, где B – некоторая группа. Если $\mathfrak{D} = \mathfrak{B}$, то найдется такое $j \in I$, что $B \in \mathfrak{X}_j$ и $\mathfrak{B} = \omega F^n(B, \delta) \subseteq \mathfrak{X}_j$, что противоречит выбору $\mathcal{X}$. Следовательно, $\mathfrak{D} \subset \mathfrak{B}$ и поэтому $\mathfrak{D} \in \mathcal{X}$. Тогда, согласно лемме Цорна, в $\mathcal{X}$ имеется максимальный элемент $\mathfrak{M}$.

Покажем, что $\mathfrak{M}$ – максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация в $\mathfrak{B}$. Действительно, пусть $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{L} \subset \mathfrak{B}$, где $\mathfrak{L} \in \omega\delta^n F$. Так как $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{M}$, то $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{L}$ и поэтому $\mathfrak{L} \in \mathcal{X}$. Тогда из $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{L}$ следует, что $\mathfrak{M} = \mathfrak{L}$. Таким образом, $\mathfrak{M}$ – максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация в $\mathfrak{B}$. Так как, ввиду леммы 1, множество $\omega\delta^n F$ является модулярной решеткой формаций, то, согласно [1, глава 1, п. 7], решетка $(\mathfrak{B} \vee_{\omega\delta^n F} \mathfrak{H}) /_{\omega\delta^n F} \mathfrak{H}$ изоморфна решетке $\mathfrak{B} /_{\omega\delta^n F} (\mathfrak{B} \wedge_{\omega\delta^n F} \mathfrak{H})$, т.е. $\mathfrak{F} /_{\omega\delta^n F} \mathfrak{H} \cong \mathfrak{B} /_{\omega\delta^n F} (\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H})$. В силу данного изоморфизма, из того, что в $\mathfrak{B}$ существует максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация, содержащая $\mathfrak{B} \cap \mathfrak{H}$, следует,

что в $\mathfrak{F}$ существует максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация, содержащая $\mathfrak{H}$. Теорема доказана.

Теорема 3. Пусть $n \in \mathbb{N}$, δ – br -направление, удовлетворяющее условию $\delta_1 \leq \delta \leq \delta_3$, $\mathfrak{F} \in \omega\delta^n F$, $\mathfrak{F} = \bigoplus_{i \in I} \mathfrak{F}_i$, где $\mathfrak{F}_i \in \omega\delta^n F$, $i \in I$. Если формация $\mathfrak{F}$ обладает такой максимальной $\omega\delta^n$ -веерной подформацией $\mathfrak{M}$, что $\pi(\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{M}) \cap \omega \neq \emptyset$ для любого $i \in I$, и $\pi(\mathfrak{F}_k \cap \mathfrak{M}) \cap \pi\left(\bigoplus_{i \in I \setminus \{k\}} (\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{M})\right) \cap \omega = \emptyset$ для любого $k \in I$, то найдется такое $j \in I$, что формация $\mathfrak{F}_j$ также обладает максимальной $\omega\delta^n$ -веерной подформацией.

Доказательство. Пусть формация $\mathfrak{F}$ обладает максимальной $\omega\delta^n$ -веерной подформацией $\mathfrak{M}$, удовлетворяющей условию теоремы. Предположим, что формация $\mathfrak{F}_i$ не имеет максимальных $\omega\delta^n$ -веерных подформаций для любого $i \in I$. По определению $\omega\delta^n$ -веерной формации $\mathfrak{M} \neq \emptyset$. Тогда, согласно лемме 4.3.4 [9], $\mathfrak{M} = \bigoplus_{i \in I} (\mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{M})$. Пусть $\mathfrak{M}_i := \mathfrak{F}_i \cap \mathfrak{M}$, $i \in I$. Так как $\mathfrak{M} \subset \mathfrak{F}$, то существует такое $j \in I$, что $\mathfrak{M}_j \neq \mathfrak{F}_j$. Ввиду $\mathfrak{M}_j \subseteq \mathfrak{F}_j$ получаем, что $\mathfrak{M}_j \subset \mathfrak{F}_j$. По предположению формация $\mathfrak{F}_j$ не имеет максимальных $\omega\delta^n$ -веерных подформаций. Следовательно, в $\mathfrak{F}_j$ существует такая собственная $\omega\delta^n$ -веерная подформация $\mathfrak{H}_j$, что $\mathfrak{M}_j \subset \mathfrak{H}_j \subset \mathfrak{F}_j$. Пусть $\mathfrak{M}_{j'} := \bigoplus_{i \in I \setminus \{j\}} \mathfrak{M}_i$ и $\mathfrak{H} := \omega F^n(\mathfrak{H}_j \cup \mathfrak{M}_{j'}, \delta)$. Покажем, что $\mathfrak{M} \subset \mathfrak{H} \subset \mathfrak{F}$.

1. Проверим, что $\mathfrak{M} \subset \mathfrak{H}$. Предварительно установим, что $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H}$. Пусть $G \in \mathfrak{M}$. Тогда $G = A_{i_1} \times \dots \times A_{i_t}$, где $A_{i_r} \in \mathfrak{M}_{i_r}$, $i_r \in I$, $r = \overline{1, t}$. Пусть $i_r \neq j$ для любого $r = \overline{1, t}$. Тогда $G \in \mathfrak{M}_{j'}$ и $G \in \mathfrak{H}$. Пусть $j \in \{i_1, \dots, i_t\}$. Если $t = 1$, то $i_1 = i_t = j$ и $G = A_j \in \mathfrak{M}_j \subset \mathfrak{H}_j$. Поэтому при $t = 1$ имеем $G \in \mathfrak{H}$. Пусть $t \neq 1$. Поскольку в прямом произведении $A_{i_1} \times \dots \times A_{i_t}$ множители попарно перестановочны, то можем считать $A_{i_t} = A_j$. Это означает, что $G / A_j = G / A_{i_t} \cong A_{i_1} \times \dots \times A_{i_{t-1}} \in \mathfrak{M}_{j'} \subseteq \mathfrak{H}$. Пусть $A := A_{i_1} \times \dots \times A_{i_{t-1}}$. Тогда $G / A \cong A_j \in \mathfrak{M}_j \subset \mathfrak{H}_j \subseteq \mathfrak{H}$. Так как $\mathfrak{H}$ – формация, то из $G / A_j \in \mathfrak{H}$ и $G / A \in \mathfrak{H}$ следует, что $G \cong G / (A_j \cap A) \in \mathfrak{H}$. Таким образом, $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{H}$.

Допустим, что $\mathfrak{M} = \mathfrak{H}$. Тогда $\mathfrak{H}_j \subseteq \mathfrak{M}$ и, ввиду $\mathfrak{H}_j \subseteq \mathfrak{F}_j$, получаем $\mathfrak{H}_j \subseteq \mathfrak{M}_j \subset \mathfrak{H}_j$, что невозможно. Тем самым установлено, что $\mathfrak{M} \subset \mathfrak{H}$.

2. Покажем, что $\mathfrak{H} \subset \mathfrak{F}$. Предварительно установим, что $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}$. Так как $\mathfrak{H} = \omega F^n(\mathfrak{H}_j \cup \mathfrak{M}_{j'}, \delta)$ и $\mathfrak{F}$ – $\omega\delta^n$ -веерная формация, то достаточно проверить, что $\mathfrak{F}$ содержит множество $\mathfrak{H}_j \cup \mathfrak{M}_{j'}$. Действительно, из $\mathfrak{H}_j \subset \mathfrak{F}_j \subseteq \mathfrak{F}$ и $\mathfrak{M}_{j'} \subset \mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{F}$ следует, что $\mathfrak{H}_j \cup \mathfrak{M}_{j'} \subseteq \mathfrak{F}$. Ввиду того, что $\mathfrak{H}$ – наименьшая $\omega\delta^n$ -веерная формация, содержащая множество $\mathfrak{H}_j \cup \mathfrak{M}_{j'}$, имеем $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{F}$.

Допустим, что $\mathfrak{H} = \mathfrak{F}$. Тогда $\mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}_j = \mathfrak{F} \cap \mathfrak{F}_j = \mathfrak{F}_j$ (1). С другой стороны, $\mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}_j = \omega F^n(\mathfrak{H}_j \cup \mathfrak{M}_{j'}, \delta) \cap \mathfrak{F}_j$. Так как $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_j \oplus \mathfrak{M}_{j'}$, то, с учетом условия теоремы, справедливо $\pi(\mathfrak{M}_{j'}) \cap \omega = \left(\bigcup_{i \in I \setminus \{j\}} \pi(\mathfrak{M}_i) \right) \cap \omega = \bigcup_{i \in I \setminus \{j\}} (\pi(\mathfrak{M}_i) \cap \omega) \neq \emptyset$. Тогда по лемме 3 $\mathfrak{M}_{j'} \in \omega\delta^n F$. Поскольку, согласно лемме 1, решетка $\omega\delta^n F$ модулярна, то, ввиду $\mathfrak{F}_j \cap \mathfrak{M}_{j'} = (1)$, имеем

$$\mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}_j = \omega F^n(\mathfrak{H}_j \cup \mathfrak{M}_{j'}, \delta) \cap \mathfrak{F}_j = \mathfrak{F}_j \wedge_{\omega\delta^n F} (\mathfrak{H}_j \vee_{\omega\delta^n F} \mathfrak{M}_{j'}) =$$

$$= \mathfrak{H}_j \vee_{\omega\delta^n F} (\mathfrak{F}_j \wedge_{\omega\delta^n F} \mathfrak{M}_{j'}) = \omega F^n (\mathfrak{H}_j \cup (\mathfrak{F}_j \cap \mathfrak{M}_{j'}), \delta) = \mathfrak{H}_j.$$

Таким образом, $\mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}_j = \mathfrak{H}_j$ (2). Из (1) и (2) следует равенство $\mathfrak{F}_j = \mathfrak{H}_j$, что, в силу выбора формации $\mathfrak{H}_j$, невозможно. Следовательно, $\mathfrak{H} \neq \mathfrak{F}$. Поэтому $\mathfrak{H} \subset \mathfrak{F}$.

Из 1 и 2 получаем $\mathfrak{M} \subset \mathfrak{H} \subset \mathfrak{F}$, что противоречит выбору $\mathfrak{M}$. Таким образом, найдется $j \in I$ такое, что формация $\mathfrak{F}_j$ обладает максимальной $\omega\delta^n$ -веерной подформацией. Теорема доказана.

Теорема 4. Пусть $n \in \mathbb{N}$, δ – br -направление, удовлетворяющее условию $\delta_1 \leq \delta \leq \delta_3$, и $\mathfrak{F} \in \omega\delta^n F$. Тогда формация $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$ совпадает с множеством всех $\omega\delta^n$ -необразующих групп формации $\mathfrak{F}$.

Доказательство. Пусть $\mathfrak{K}$ – множество всех $\omega\delta^n$ -необразующих групп формации $\mathfrak{F}$.

1. Установим, что $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F}) \subseteq \mathfrak{K}$. Пусть $G \in \Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$. Проверим, что $G \in \mathfrak{K}$. Пусть $\mathfrak{F} = \omega F^n(\mathfrak{X} \cup \{G\}, \delta)$. Достаточно показать, что $\mathfrak{F} = \omega F^n(\mathfrak{X}, \delta)$. Отметим, что $\omega F^n(\mathfrak{X}, \delta) \subseteq \mathfrak{F}$. Допустим, что $\omega F^n(\mathfrak{X}, \delta) \subset \mathfrak{F}$. Так как $\omega F^n(\mathfrak{X} \cup \{G\}, \delta) = \omega F^n(\mathfrak{X}, \delta) \vee_{\omega\delta^n F} \omega F^n(G, \delta)$, то по теореме 2 в $\mathfrak{F}$ существует такая максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация $\mathfrak{H}$, что $\omega F^n(\mathfrak{X}, \delta) \subseteq \mathfrak{H}$, и, значит, $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{H}$. Поскольку $G \in \Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$, то $G \in \mathfrak{H}$. Тогда $\omega F^n(\mathfrak{X} \cup \{G\}, \delta) \subseteq \mathfrak{H}$ и $\mathfrak{H} = \mathfrak{F}$. Получили противоречие. Таким образом, $\omega F^n(\mathfrak{X}, \delta) = \mathfrak{F}$ и поэтому $G \in \mathfrak{K}$. Следовательно, $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F}) \subseteq \mathfrak{K}$.

2. Покажем, что $\mathfrak{K} \subseteq \Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$. Пусть $K \in \mathfrak{K}$. Предположим, что $K \notin \Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$. Тогда $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F}) \neq \mathfrak{F}$ и, согласно определению формации $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$, в $\mathfrak{F}$ существует такая максимальная $\omega\delta^n$ -веерная подформация $\mathfrak{F}_1$, что $K \notin \mathfrak{F}_1$. Рассмотрим формацию $\omega F^n(\mathfrak{F}_1 \cup \{K\}, \delta)$. Так как $\mathfrak{F}_1 = \omega F^n(\mathfrak{F}_1, \delta) \subset \omega F^n(\mathfrak{F}_1 \cup \{K\}, \delta) \subseteq \mathfrak{F}$, то $\omega F^n(\mathfrak{F}_1 \cup \{K\}, \delta) = \mathfrak{F}$. Ввиду выбора группы K , имеем $\omega F^n(\mathfrak{F}_1, \delta) = \mathfrak{F}$. Это означает, что $\mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}$. Получили противоречие. Таким образом, $K \in \Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$ и поэтому $\mathfrak{K} \subseteq \Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$.

Из 1 и 2 следует, что $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F}) = \mathfrak{K}$. Теорема доказана.

Замечание 1. В случае $\omega = \mathbb{P}$ из теорем 1 – 4 вытекают аналогичные свойства δ -веерных формаций групп.

Список литературы

1. Биркгоф Г. Теория решеток: перевод с английского – Москва: Наука, 1984. – 568 с.
2. Ведерников В.А. О новых типах ω -веерных формаций конечных групп // Украинський математический конгресс – 2001, Праці, Київ, Секція 1, (2002), 36–45.
3. Ведерников В.А., Сорокина М.М. ω -Веерные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки, 71:1 (2002), 43–60.
4. Ведерников В.А., Сорокина М.М. Ω -Расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискретная математика, 13:3 (2001), 125–144.
5. Воробьев Н.Н. Алгебра классов конечных групп. – Витебск: Витебский гос. университет им. П.М. Машерова, 2012.
6. Еловикова Ю.А. Решетки Ω -расслоенных формаций // Дискретная математика, 14:2 (2002), 85–94.
7. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно ω -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. тр., 2:2 (1999), 114–147.
8. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно $\mathfrak{L}$ -композиционные формации конечных групп // Украинский матем. журнал, 52:6 (2000), 783–797.

9. Скиба А.Н. Алгебра формаций. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
10. Сорокина М.М., Корпачева М.А. Критические ω -всеерные τ -замкнутые формации конечных групп // Дискретная математика, 32:1 (2011), 94–101.
11. Шеметков Л.А. Ступенчатые формации групп // Матем. сб., 94:4 (1974), 628–648.
12. Шеметков Л.А. О произведении формаций // Докл. АН БССР, 28:2 (1984), 101–103.
13. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. – М.: Наука, 1978. – 272 с.
14. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. – Berlin: Gruyter, 1992. – 891 p.
15. Gaschutz W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen // Math. Z., 80:4 (1963), 300–305.
16. Maksakov S.P. On the lattices of the ω -fibered formations // Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN, 27:1 (2021), 258–267.

Сведения об авторах

Сорокина Марина Михайловна – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математического анализа, алгебры и геометрии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: mmsorokina@yandex.ru.

Максаков Серафим Павлович – аспирант 4 курса физико-математического факультета по направлению «Математика и механика» Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: msp222@mail.ru.

ON THE MAXIMAL SUBFORMATIONS OF n -MULTIPLE ω -FIBERED FORMATIONS OF FINITE GROUPS

S.P. Maksakov, M.M. Sorokina

Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky

Only finite groups and classes of finite groups are considered. A class of groups is called a formation if it is closed under homomorph images and under subdirect products. Let $\mathbb{P}$ be the set of all primes and ω be a nonempty subset of the set $\mathbb{P}$. In the paper we study properties of maximal n -multiple ω -fibered subformations of a given n -multiple ω -fibered formation. The existence of a maximal n -multiple ω -fibered subformation in a formation with certain properties is established. A characterization of the formation $\Phi_{\omega\delta^n F}(\mathfrak{F})$ which is the intersection of all maximal n -multiple ω -fibered subformations with the direction δ of the formation $\mathfrak{F}$ is obtained.

Key words: a finite group, a class of groups, a formation, an ω -fibered formation, n -multiple ω -fibered formation.

References

1. Birkhoff G. Lattice Theory. Providence, R.I.: Amer. Math. Soc., 1967, – 418 p. Translated to Russian under the title «Teoriya reshetok» – Moscow: Nauka Publ., 1984, – 568 p.
2. Vedernikov V.A. On new types of ω -fibered formations of finite groups // Ukrainian Mathematical Congress – 2001. Section 1. Kiev: Inst. Matematiki NAN Ukrainy, (2002), 36–45.
3. Vedernikov V.A., Sorokina M.M. ω -Fibered formations and Fitting classes of finite groups // Mathematical notes, 71:1 (2002), 43–60.
4. Vedernikov V.A., Sorokina M.M. Ω -foliated formations and Fitting classes of finite groups // Discrete mathematics, 13:3 (2001), 125–144.
5. Vorob'ov N.N. Algebra of classes of finite groups. – Vitebsk: BSU named after P.M. Masherov, 2012. – 322 p.
6. Elovikova Y.A. On the lattices of Ω -foliated formations // Discrete mathematics, 14:2 (2002), 85–94.
7. Skiba A.N., Shemetkov L.A. Multiple ω -local formations and Fitting classes of finite groups // Matem. Tr., 2:2 (1999), 114–147.

8. Skiba A.N., Shemetkov L.A. Multiple $\mathfrak{L}$ -compositional formations of finite groups // Ukrainian Math. Journal, 52:6 (2000), 783–797.
9. Skiba A.N. Algebra of formations. – Minsk: Belarusian science, 1997. – 240 p.
10. Sorokina M.M., Korpacheva M.A. The critical ω -foliated τ -closed formations of finite groups // Discrete Math. Appl., 21:1 (2011), 69–77.
11. Shemetkov L.A. Graduated formations of groups // Math., USSR SB., 94:4 (1974), 628–648.
12. Shemetkov L.A. On product of formations // Academy of Sciences USSR SB report, 28:2 (1984), 101–103.
13. Shemetkov L.A. Formations of finite groups. – Moscow: Nauka, 1978. – 240 p.
14. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. – Berlin: Gruyter, 1992. – 891 p.
15. Gaschutz W. Zur Theorie der endlichen auflösbaren Gruppen // Math. Z., 80:4 (1963), 300–305.
16. Maksakov S.P. On the lattices of the ω -fibered formations // Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN, 27:1 (2021), 258–267.

About authors

Sorokina M.M. – Doctor in Physical and Mathematical Sciences, Professor of Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: mmsorokina@yandex.ru.

Maksakov S.P. – Postgraduate student, Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: msp222@mail.ru.

УДК 519.87

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ТРЁХМЕРНОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ ЛИЦА МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

О.В. Охлупина, А.А. Прокопенко

ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет»

Представлено математическое обоснование модели трёхмерной генерации лица.

Ключевые слова: машинное обучение, 3D-реконструкция, алгоритмизация, математическая модель.

Введение

Обработка цифровых изображений и построение трёхмерных моделей весьма актуальны в жизни современного общества. Моделирование органов в медицине, восстановление архитектурных объектов, создание макетов в промышленности, системы компьютерного зрения, компьютерные игры и киноиндустрия всё чаще обращаются к 3D-моделированию.

Системы безопасности, верификация пользователей и даже маркетинговые исследования основываются на применении 3D-геометрии лиц. Существующие системы 2D-распознавания лиц чувствительны к освещённости объекта и изменению позы, что делает их менее эффективными по сравнению с 3D-системами.

Создание 3D-моделей лиц по плоскому изображению основано на получении трехмерной поверхности лица и определению его положения в пространстве.

Генерация лиц

Построение модели лица по фотографии основано на использовании следующих элементов. 1. Геометрия - набор связанных точек в 3D-структуре. 2. Текстура – набор пикселей, или же настоящий цвет кожи. 3. Карта нормалей и отражаемость – отражение пикселя, падающего на него света.

Для анимации полученной модели (работа со взглядом, выражением лица, мимикой) применяются деформируемые модели. Для этого используется некоторая усреднённая основа, которая впоследствии деформируется по заданным параметрам с изменением интенсивности, придавая лицу разные выражения.

Для генерации необходимо иметь несколько различных моделей лица, которые отличаются размером, формой, выражениями и эмоциями на них.

Математическая модель

Изначально мы представляем 3D-модель лица набором из n вершин. Иначе говоря, трёхмерная модель - вектор в трёхмерном пространстве, где каждой вершине модели соответствуют три координаты пространства.

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} x1 \\ y1 \\ z1 \\ \vdots \end{pmatrix} \in R^{3*n} - \text{вектор координат.}$$

Набор сканов определяется формулой: $\{\vec{S}_i\}_i^N = 1$.

Построение новых лиц осуществляется с помощью линейной комбинации сканов:

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot \vec{S}_i.$$

Для избегания неправдоподобия лиц накладываются ограничения на коэффициенты $\{a_i\}_i^N = 1: 0 \leq a_i \leq 1$.

Набору сканов, где каждый скан представлен вектором, соответствует набор из n таких векторов.

Новые 3D модели лиц можно создавать как линейные комбинации векторов из имеющейся базы.

Если придать коэффициентам $\{a_i\}_i^N = 1$ вероятностный смысл, то искажением лиц будут соответствовать низкие вероятности. Это позволит оценивать правдоподобность с помощью значений набора параметров.

Применим к множеству сканов $\{\vec{S}_i\}_i^N = 1$ метод главных компонент. Обозначим через $\vec{S}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{S}_i \in R^{3 \cdot n}$ среднее лицо. Тогда $V \in R^{3 \cdot n \times (N-1)}$ – матрица главных компонент, $\{\vec{\sigma}_i^2\}_i^N = 1$ – вариации вдоль главных компонент.

Представим лица как некоторое усредненное лицо, прибавим матрицу главных компонент, которая умножается на вектор параметров.

$$\vec{S} = \vec{S}_0 + V \cdot \vec{\alpha}, \quad \vec{\alpha} \sim N(\vec{0}, \text{diag}(\vec{\sigma}_1^2, \dots, \vec{\sigma}_N^2)).$$

Коэффициенты $\vec{\alpha}$ соответствуют главным компонентам. Относительно вектора $\vec{\alpha}$ делается предположение, что он имеет распределение Гаусса.

Значение же параметров определяют интенсивность изменений. Вектору параметров соответствует своё вероятностное значение. Определим его как гауссовский.

Параметры модели

Итак, генерация определяется параметрами. $\vec{a}_{id}$ – изменяет форму, $\vec{a}_{exp}$ – влияет на выражение, эмоции. $\vec{S} = \vec{S}_0 + V_{id} \cdot \vec{a}_{id} + V_{exp} \cdot \vec{a}_{exp}$.

Введём вектор, который отвечает за текстуру: $\vec{T} = \vec{T}_0 + V_t \cdot \vec{\beta}$. Его размерность совпадает с размерностью вектора формы. При этом, каждой вершине в этом векторе соответствует три RGB-значения. Вектор текстуры определяется вектором параметров $\vec{\beta}$.

Помимо изложенных используются параметры, отвечающие за освещение и положение лица.

3D-реконструкция (обратная задача)

Суть данного этапа - подбор параметров деформируемой модели таким образом, чтобы получившееся лицо максимально совпадало с оригиналом. Используется текстура деформируемой модели.

Сходство создаваемой модели с оригиналом будет достигаться использованием функции энергии: $E_{tex} = \frac{\|M \cdot (l_{target} - l_{rendered})\|}{|M|}$, где M – матрица видимости.

Используется попиксельная разность изображений в пикселях, где видно лицо. При повороте лица возникают перекрытия, которые отображаются матрицей видимости M .

Задача сводится к минимизации E_{tex} . Для этого нам требуется инициализация и регуляризация. Регуляризация требуется для того, чтобы избежать произвольности параметров и искажения лица. Инициализация позволяет исключить работу с локальными минимумами.

Ключевые точки

Для инициализации задействуются 68 ключевых точек лица (с 2013 года созданы достаточно точные алгоритмы для детекции этого количества точек).

Введём в функцию энергии дополнительное слагаемое (покоординатную разность двух векторов, определяющую ключевые точки лица и ключевые точки, спроецированные из модели). Это позволит проекции выбранных 68 точек модели совпасть с ключевыми точками оригинала. Фиксируем точки на модели, после чего деформируем модель, проецируем точки и следим за их совпадением.

$E_{lands} = \frac{\|L_{image} - L_{model}\|_2^2}{2}$, где L_{image} – ключевые точки, детектированные на изображении, L_{model} – ключевые точки, проецируемые из модели.

Регуляризация

Рассмотрим данную задачу с точки зрения вывода Байеса:

$$P(\vec{\alpha} | l) \sim P(l | \vec{\alpha}) \cdot P(\vec{\alpha}) \rightarrow \max$$

$$-\ln P(l | \vec{\alpha}) - P(\vec{\alpha}) \rightarrow \min$$

Второе слагаемое отвечает за регуляризацию, $E_{tex} = -\ln P(\vec{\alpha})$.

С учетом предположения, что вектор $\vec{\alpha} \sim N(\vec{0}, \text{diag}(\overline{\sigma_1^2}, \dots, \overline{\sigma_N^2}))$ имеет распределение Гаусса, имеем: $E_{reg} = \sum_i^N \frac{\alpha_i^2}{\sigma_i^2}$.

Таким образом, функция энергии включает три слагаемых, отвечающих за текстуру, разность пикселей, ключевые точки и регуляризацию:

$$E(\vec{\alpha}_{ld}, \vec{\alpha}_{exp}, \vec{\beta}, \vec{p}) = E_{tex} + c_{lands} \cdot E_{lands} + c_{reg} \cdot E_{reg} \rightarrow \min,$$

где c_{lands} , c_{reg} – фиксированы, подбираются эмпирически, $\vec{p}$ – параметры освещения и углов (не формализованы). Функция энергии представлена в виде функции всех параметров..

Анимация и оценка точности

Анимация при используемом алгоритме проста. Два вектора параметров, полученных при создании модели, отвечают за форму и выражение. Эти вектора для пользователя и аватара – свои. Нам нужно добиться их совпадения. Это осуществимо подстановкой параметров оригинала в модель аватара.

Минимизация функции энергии требует временных затрат. Она может длиться от 20 до 40 секунд. Можно использовать более быстрое построение трёхмерной модели по ключевым точкам, но с потерей качества. Проблему потери качества помогают решить методы машинного обучения. Суть лежит в использовании расширенной базы лиц, для каждого из которых строится трёхмерная модель, представляемая как набор параметров. После чего производится обучение сети предсказывать эти параметры.

Так как точность при пренебрежении слагаемыми в функции энергии может уменьшаться, следует оценить получаемую погрешность. Для оценки точности реконструкции требуется база сканов ground truth, созданных с помощью специального оборудования, благодаря методам с заданными гарантиями точности. Рассчитывается среднее расстояние от вершин построенной модели до вершин ground truth и нормируется на размер скана.

Заключение

Приведено детальное описание построения 3D-модели лица с помощью метода машинного обучения на основании использования деформируемой модели. Математическая часть основана на представлении трёхмерной модели лица с использованием векторов пространства. Запрос на максимальную реалистичность трёхмерных моделей делает применение подобных методов в графике всё более актуальным.

Список литературы

1. Получение морфируемой 3D-модели лица на основе фотографии в произвольном ракурсе [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://itnan.ru/post.php?c=1&p=423543> (дата обращения: 21.12.2021).
2. Метод реконструкции лица на основе 3D модели черепа [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://neurohive.io/ru/papers/metod-rekonstrukcii-lica-na-osnove-3d-modeli-cherepa/> (дата обращения 21.12.2021).
3. Xiong X., Torre F. Supervised descent method and its applications to face alignment // Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition / IEEE. – 2013. – P. 532–539.
4. Huber P., et al. Fitting 3D Morphable Models using local features // arXiv preprint arXiv:1503.02330. – 2015.

Сведения об авторах

Охлупина Ольга Валентиновна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: helga131081@yandex.ru.

Прокопенко Арина Александровна – студентка, группа ИСТ-201, Инженерно-экономический институт, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: kap.moral@mail.ru.

USING A MATHEMATICAL MODEL FOR THREE-DIMENSIONAL FACIAL RECONSTRUCTION BY MACHINE LEARNING METHODS**O.V. Okhlupina, A.A. Prokopenko**

Bryansk State University of Engineering and Technology

A class of subharmonic functions with summable characteristic of Nevanlinna with weight is constructed on the plane. The representative measures of this class of functions are described.

Keywords: machine learning, 3D reconstruction, algorithmization, mathematical model.

References

1. Poluchenie morfirovannoy 3D-modeli lica na osnove fotografii v proizvol'nom rakurse [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <https://itnan.ru/post.php?c=1&p=423543> (data obrashcheniya: 21.12.2021).
2. Metod rekonstrukcii lica na osnove 3D modeli cherepa [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <https://neurohive.io/ru/papers/metod-rekonstrukcii-lica-na-osnove-3d-modeli-cherepa/> (data obrashcheniya 21.12.2021).
3. Xiong X., Torre F. Supervised descent method and its applications to face alignment // Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition / IEEE. – 2013. – P. 532–539.
4. Huber P., et al. Fitting 3D Morphable Models using local features // arXiv preprint arXiv:1503.02330. – 2015.

About author

Okhlupina O.V. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate professor of Department of Mathematics, Bryansk State University of Engineering and Technology, e-mail: helga131081@yandex.ru.

Prokopenko A.A. - student, IST-201 group, Institute of Engineering and Economics, Bryansk State University of Engineering and Technology, e-mail: kap.moral@mail.ru.

УДК 519.87

О ЁМКОСТИ МОДЕЛИ КЛАССИФИКАЦИИ

О.В. Охлупина, А.А. Прокопенко, А.О. Згонникова

ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет»

Рассмотрено математическое обоснование и применение VC-размерности. Приведены примеры классификаторов.

Ключевые слова: размерность VC, классификатор, сложность модели, выборка, нейронная сеть.

Введение

Машинное обучение позволяет рассматривать вопросы предсказания поведения сложных систем при отсутствии точных предположений о механизмах, определяющих поведением таких систем. Назначение теории обобщения – установить качество алгоритмов классификации или регрессии. Среди методов машинного обучения выделяют два. В первом извлекается обучающая выборка, которая используется для обучения. Происходит предсказание по обучающей выборке, и далее метод, не изменяясь, в дальнейшем применяется для решения задачи предсказания. Во втором методе обучение происходит постоянно в процессе поступления данных.

Теория обобщения позволяет оценить вероятности ошибки классификации будущих данных при условии, что обучение проведено на случайной обучающей выборке достаточно большого размера и в его результате функция классификации согласована с обучающей выборкой. Важнейшим параметром такой оценки является сложность – размерность класса функций классификации.

Понятие размерности VC

Введём следующие обозначения. Рассмотрим множество объектов X . Функции классификации на множестве X объединим в семейство классификаторов H .

Пусть далее $(x_1, \dots, x_l) \in X$ – произвольная выборка элементов, $h \in H$.

Рассмотрим набор $(h(x_1), \dots, h(x_l)) \in \{-1, 1\}$, который определим с помощью разбиения множества $\{x_1, \dots, x_l\}$ на подмножество положительных примеров: $\{x_i: h(x_i) = 1\}$ и отрицательных: $\{x_i: h(x_i) = -1\}$.

Считается, что множество $\{x_1, \dots, x_l\}$ полностью разбито функциями из H , если

$$\{(h(x_1), \dots, h(x_l)): h \in H\} = \{-1, 1\}^l.$$

Функцию роста для класса H определим по формуле:

$$B_H(l) = \max_{(x_1, x_2, \dots, x_l)} |\{h(x_1), h(x_2), \dots, h(x_l): h \in H\}|.$$

$B_H(l) \leq 2^l$ (если найдётся выборка длины l , полностью разделимая функциями из H , тогда $B_H(l) = 2^l$).

Теорема 1 (основная теорема теории VC-размерности).

Пусть H – произвольный класс индикаторных функций. Тогда для него выполняется одно из следующих утверждений:

- 1) $B_H(l) = 2^l$, для всех l .
- 2) найдётся полностью разделимая выборка максимальной длины d . Тогда $B_H(l) = 2^l$, при $l \leq d$ и $B_H(l) \leq \sum_{i=0}^d \binom{l}{i} \leq \left(\frac{el}{d}\right)^d$ при $l > d$.

Следовательно, функция $G_H(l) = \ln B_H(l)$ – линейная или, начиная с некоторого значения, ограничена логарифмической функцией $O(d \ln l)$ (Например, она не может иметь вид: $O(\sqrt{l})$).

Значение d – это размерность Вапника-Червоненкиса (VC-размерность класса H). Если выполняется пункт 1) теоремы 1, то VC-размерность равна бесконечности.

Теорема 2.

Пусть R^n – евклидово пространство. Тогда:

- 1) $d = n + 1$ для множества линейных функций классификации над R^n .
- 2) $d = n$ для множества линейных однородных функций классификации над R^n .
- 3) для класса линейных однородных классификаторов над R^n имеет место неравенство:

$$G_\tau(l) = \ln H_\tau(l) = \ln \left(2 \sum_{i=0}^{n-1} \binom{l-1}{i} \right) < (n-1)(\ln(l-1) - \ln(n-1) + 1) + \ln 2$$

при $l > n$.

Обозначим через F – класс индикаторных функций на R^n .

Лемма 1.

Пусть $F = F^1 \times F^2$ – декартово произведение классов индикаторных функций, $G = F^1 \circ F^2$ – класс композиций функций из классов F^1 и F^2 . Тогда для произвольного k

1. $B_F(k) \leq B_{f_1}(k) \cdot B_{f_2}(k)$;
2. $B_G(k) \leq B_{f_1}(k) \cdot B_{f_2}(k)$;

Нейронная сеть представима в виде функций с векторными значениями.

$$f_i: R^{m_{i-1}} \rightarrow R^{m_i},$$

где $m_i \in N, i=1, \dots, l, f_i = (f_{i,1}, \dots, f_{i,m_i})$ – кортеж одномерных функций вида тип $R^{m_{i-1}} \rightarrow R$.

Композиция $f = f_l \circ f_{l-1} \circ \dots \circ f_2 \circ f_1$ – выход нейронной сети таких функций.

Допустим, что F – множество функций f , вычисляемых посредством нейронной сети, F^i – класс функций с векторными значениями $f_i: R^{m_{i-1}} \rightarrow R^{m_i}$, а $F^{i,j}$ – множество функций, определяющих j -ю составляющую рассматриваемых композиций.

VC-размерность класса $F^{i,j}$ равна $m_{i-1} + 1$ для каждого j .

$$\begin{aligned} B_F(n) &\leq \prod_{i=1}^l B_{F^i}(n) \leq \prod_{i=1}^l \prod_{j=1}^{m_i} B_{F^{i,j}}(n) \\ &\leq \prod_{i=1}^l \prod_{j=1}^{m_i} \left(\frac{ne}{m_{i-1} + 1} \right)^{d_{i-1}+1} = \prod_{i=1}^l \left(\frac{ne}{m_{i-1} + 1} \right)^{m_i(m_{i-1}+1)} \leq (ne)^N, \end{aligned}$$

где $N = \sum_{i=1}^l d_i(d_{i-1} + 1)$ – общее количество параметров нейронной сети (справедливость неравенств следует из теоремы 1 и леммы 1).

Перейдем к оценке VC-размерности F класса. Допустим, что n – это максимальный размер (по количеству элементов) множества, которое разбивается полностью элементами из F . Следовательно, $2^n \leq (ne)^N$ при условии $n = O(N \log N)$. Отсюда следует, что VC-размерность F определяется величиной $O(N \log N)$.

Замечание. VC-размерность множества, включающего в себя все линейные классификаторы, определяется размерностью пространства объектов. В действительности при практическом применении количество элементов выборки может не превосходить размерности пространства. Это связано с тем, что при разбиении выборки вещественными функциями объекты различных классов могут разбиваться с любым малым интервалом. Помимо этого, не ограничивается распределение подобных векторов в пространстве. Поэтому необходимо, чтобы объекты несовпадающих классов разбивались функциями с определенным положительным интервалом. При этом область определения классификаторов должна быть ограничена. VC-размерность, не зависящая от размерности пространства, позволяет получать оценки, применимые на практике.

Примеры классификаторов

1. f – постоянный классификатор, без параметра. Его VC-размерность – нулевая, потому что он не имеет возможности разбить даже одну точку. Размерность VC завершенной

классификационной модели, которая имеет возможность возвращать не более 2^d отличных друг от друга функций классификации, меньше либо равна d , что является верхней оценкой VC-размерности.

2. f – пороговый классификатор действительных чисел с одним параметром, что означает что для определенного порога Θ , функция классификации f_0 возвращает 1 при значении входного числа не менее Θ , иначе возвращается 0. Размер f равен 1, так как, во-первых, классификатор разбивает одну точку. Во-вторых, он не может разбить двухточечные наборы.

3. f – интервальный классификатор с одним параметром для вещественных чисел. Для фиксированного параметра Θ , функция классификации f_0 возвращает 1, если входной номер принадлежит интервалу $[\Theta, \Theta + 4]$, иначе возвращается 0. Размерность f равна двум. Во-первых, потому что он может разбить некоторые наборы из 2 точек. Во-вторых, он не может разбить ни один набор из трёх точек.

4. f – прямая линия, соответствующая модели классификации точек на двумерной плоскости. Такая линия должна отделять положительные и отрицательные точки. Действительно существуют наборы из 3 точек, которые можно разбить, используя такую модель, любые 3 точки, не лежащие на одной прямой, могут быть разбиты. Ни один набор из 4 точек не подлежит разбиению. Таким образом, VC-размерность этого классификатора равна трём. Необходимо помнить, что при произвольности выбора любого расположения точек, их положение не может изменяться при попытках разбить их для присвоения метки.

Применение VC-размерности

В статистической теории обучения.

По VC-размерности можно оценить вероятностную верхнюю границу ошибки в модели классификации. Согласно Вапнику, вероятность ошибки определяется выражением:

$$Pr\left(\text{test error} \leq \text{training error} + \sqrt{\frac{1}{N} \left[D \left(\log \left(\frac{2N}{D} \right) + 1 \right) - \log \left(\frac{\eta}{4} \right) \right]}\right) = 1 - \eta, \text{ где } D - \text{VC-размерность классификационной модели, } 0 < \eta \leq 1, \text{ также } N - \text{размер выборки (имеет ограничение: } D \ll N. \text{ В противном случае, вероятность ошибки теста может быть намного выше, чем ошибка обучения).}$$

В вычислительной геометрии.

VC-размерность – один из определяющих параметров размера эpsilon-сетей, влияющий на сложность алгоритмов приближения на их основе. Наборы выборок, не имеющие конечной VC-размерности, могут не иметь конечных эpsilon-сетей.

Границы.

1. Размерность VC двойственного семейства множеств $\mathcal{F}$ строго меньше, чем $2^{\text{vc}(\mathcal{F})+1}$.

2. Размерность VC конечного множества-семейства H самое большое $\log_2 |H|$. Так как $|H \cap C| \leq |H|$ по определению.

3. Учитывая семейство наборов H , определять H_s как семейство множеств, которое содержит все перечисления s элемента H . $\text{VCDim}(H_s) \leq \text{VCDim}(H) \cdot (2s \log_2(3s))$.

4. Учтём семейство набора H и элемент $h_0 \in H$, определять $H \Delta h_0 := \{h \Delta h_0 | h \in H\}$, где Δ это симметричная разность множеств. Тогда $\text{VCDim}(H \Delta h_0) = \text{VCDim}(H)$.

Размер VC повышающего классификатора

Представим, что у нас есть базовый класс B простых функций классификации, VC-размерность которых – D . Есть возможность создать более мощный классификатор, в котором объединены различные классификаторы из B . Такой метод принято называть бустингом. Учитывая T классификаторов $h_1, \dots, h_T \in B$ и вектор веса $\omega \in R^T$, можно определить функцию классификации:

$f(x) = \text{sign}(\sum_{t=1}^T \omega_t \cdot h_t(x))$. VC-размерность набора этих классификаторов (предполагая, $T, D \geq 3$) не более $T \cdot (D + 1) \cdot (3 \log(T \cdot (D + 1)) + 2)$.

Размер виртуального канала нейронной сети

Нейронная сеть описывается ориентированный ациклическим графом $G(V, E)$, где:

- V – набор узлов, каждый из которых есть простая вычислительная ячейка.
- E – набор ребер с весом.
- Вход в сеть представлен узлами графа без входящих ребер.
- Выход сети представлен узлами графа без исходящих ребер.
- Каждый промежуточный узел получает в качестве входных данных взвешенную сумму выходных данных узлов на его входящих ребрах с весами на ребрах.

• Каждый промежуточный узел выводит возрастающую функцию своего входа (функцию активации).

Заключение

Обычно VC-размерность определена на пространстве бинарных функций. Для работы с пространствами небинарных функций рекомендуются следующие обобщения. В случае многозначных функций использовать VC-размерность из [1] и [2]. Для вещественнозначных функций применяется псевдомерность (см. [3]).

Список литературы

1. Натараджан Б.К. Об обучающих наборах и функциях. – Машинное обучение. – 1989. – 4. – С. 67-97.
2. Characterizations of learnability for classes of $\{0, \dots, n\}$ -valued functions [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/130385.130423> (дата обращения 24.12.2021).
3. Pollard D. Convergence of stochastic processes [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.bookre.org/reader?file=1015937> (дата обращения 24.12.2021).
4. Neural Network Learning: Theoretical Foundations (Martin Anthony, Peter L. Bartlett) [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.bookre.org/reader?file=1184612> (дата обращения 24.12.2021).

Сведения об авторах

Охлупина Ольга Валентиновна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: helga131081@yandex.ru.

Прокопенко Арина Александровна – студентка, группа ИСТ-201, Инженерно-экономический институт, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: kap.moral@mail.ru.

Згонникова Александра Олеговна – студентка, группа ИСТ-201, Инженерно-экономический институт, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: kap.moral@mail.ru.

ABOUT THE CAPACITY OF THE CLASSIFICATION MODEL

O.V. Okhlupina, A.A. Prokopenko, A.O. Zgonnikova
Bryansk State University of Engineering and Technology

The mathematical justification and application of VC-dimension are considered. Examples of classifiers are given.

Keywords: VC dimension, classifier, model complexity, sampling, neural network.

References

1. Nataradzhan B.K. Ob obuchayushchih naborah i funkciyah. – Mashinnoe obuchenie. – 1989, 4. – S. 67-97.
2. Characterizations of learnability for classes of $\{0, \dots, n\}$ -valued functions [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <https://dl.acm.org/doi/10.1145/130385.130423> (data obrashcheniya 24.12.2021).
3. Pollard D. Convergence of stochastic processes [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <http://www.bookre.org/reader?file=1015937> (data obrashcheniya 24.12.2021).
4. Neural Network Learning: Theoretical Foundations (Martin Anthony, Peter L. Bartlett) [Elektronnyj resurs]. Rezhim dostupa: <http://www.bookre.org/reader?file=1184612> (data obrashcheniya 24.12.2021).

About author

Okhlupina O.V. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate professor of Department of Mathematics, Bryansk State University of Engineering and Technology, e-mail: helga131081@yandex.ru.

Prokopenko A.A. – student, IST-201 group, Institute of Engineering and Economics, Bryansk State University of Engineering and Technology, e-mail: kap.moral@mail.ru.

Zgonnikova A.O. – student, IST-201 group, Institute of Engineering and Economics, Bryansk State University of Engineering and Technology, e-mail: kap.moral@mail.ru.

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 615.275.4 + 577.121

ИЗМЕНЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАТАБОЛИЗМА ПОД ВЛИЯНИЕМ
БИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

О.А.Х. Алмухтар, М.В. Трошина, Н.Ф. Петухова, Т.Г. Иванова, Е.Г. Цублова
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В статье приведены результаты исследований параметров катаболизма методами окси- и термометрии. Показано, что для ряда соединений способность влиять на потребление кислорода и температурный режим организма можно рассматривать как часть механизма их биологического действия.

Ключевые слова: *основной обмен, оксиметрия, термометрия, производные пиридина, патулин, производные аминокислот*

Введение. В скрининге биологической активности химических соединений немаловажное значение имеет оценка параметров энергетического обмена клетки. Исследование степени воздействия химического вещества на эффективность катаболизма, соотношение процессов субстратного и окислительного фосфорилирования позволяет предположить спектр возможного биологического действия веществ и пути их дальнейшего изучения. Так снижение интенсивности потребления кислорода клетками и организмом в целом может указывать как на увеличение доли анаэробных процессов в катаболизме, так и на повышение эффективности его использования. Увеличение этого параметра трактуется как свидетельство интенсификации аэробных процессов [2, 7]. Уменьшение температуры тела на клеточном уровне может являться свидетельством повышения сопряжения процессов окисления и фосфорилирования, способствующих аккумуляции образующейся энергии в фосфатных связях макроэргических соединений (особенно при пониженном потреблении кислорода), а на уровне организма – смещения процессов терморегуляции в сторону теплоотдачи. Повышение температуры тела происходит как при наличии факторов, разобщающих окисление и фосфорилирование, вызывающих воспалительный процесс различной этиологии, так и провоцирующих накопление тепла в организме (путем уменьшения теплоотдачи) [8, 9].

Исследование параметров основного обмена на фоне воздействия веществ с уже выявленным спектром биологического действия позволяет понять некоторые стороны механизма их действия, что является значимым моментом при определении их фармако(токсико)динамики.

В ранее проведенных исследованиях [1, 4, 6] нами была выявлена некоторая биологическая активность химических соединений природного происхождения (патулин) и модификаций химических компонентов клетки (ароматические и гетероциклические производные аминокислот). Так, патулин в экспериментах проявлял антибактериальную и цитотоксическую активность, а производные аминокислот – актопротекторные, антигипоксические свойства. В связи с этим представлялся научный интерес изучить влияние указанных веществ на некоторые параметры катаболизма клеток организма теплокровных животных.

Материалы и методы. Опыты были проведены на белых нелинейных мышах массой 20–24 г. Животные содержались в стандартных условиях вивария со свободным доступом к пище и воде. Исследования проводились с соблюдением требований биоэтики и требований Правил лабораторной практики в Российской Федерации [3]. Животные были распределены случайно по группам в количестве 8 мышей в каждой.

В эксперименте оценивали влияние новых производных аминокислот с лабораторным шифром ЛХТ-, синтезированных в ВНИЦ БАВ под руководством доктора химических наук, профессора С.Я. Скачиловой, и микотоксина патулин (стандарт сухой для хроматографии, TRC, Канада). Исследованные соединения вводили внутривенно в виде взвеси с добавлением твин-60 (производные аминокислот) или водного раствора (патулин) в дозах, проявивших биологическую активность на предыдущих моделях. В качестве контроля служили данные, полученные до введения указанных соединений.

Потребление кислорода мышами регистрировали с помощью аппарата закрытого типа модификации С.В. Миропольского [5] в течение 9–10 минут после 10-минутной адаптации в рабочей камере. Результаты измерений рассчитывали в миллилитрах за 1 минуту на 100 г массы тела (м.т.). Интенсивность потребления кислорода у мышей определяли до введения исследуемого соединения (исходные значения) и спустя 1 и 24 часа. Величину потребления кислорода после воздействия исследуемого соединения сравнивали с исходными значениями.

Термометрию проводили с использованием медицинского термометра "ТПЭМ-1" (применяли стандартный электрод для измерения кожной температуры, предварительно обработанный спиртом). Измерение температуры проводили ректально. Показания электротермометра (в °C) регистрировали после полной остановки стрелки шкалы прибора.

Результаты экспериментов обрабатывали статистически параметрическим методом (t-критерий Стьюдента) с использованием ресурса MS Excel 2007. Достоверными считали различия с исходными значениями при $p < 0,05$.

Результаты исследования. В результате проведенных исследований было установлено, что исходное потребление кислорода мышами варьировало от $9,0 \pm 0,4$ до $10,4 \pm 0,6$ мл O_2 /100 г м.т.

На фоне действия производных аминокислот с шифрами ЛХТ-10-12 (10 мг/кг), ЛХТ-1-13 (1 мг/кг) и ЛХТ-4-97 (10 мг/кг) через час после их введения наблюдалось достоверное ($p < 0,05$) снижение потребления кислорода мышами на 69, 41 и 35% соответственно в сравнении с исходным, принятым за 100% (рис. 1). На фоне действия ЛХТ-4-13 в дозе 1 мг/кг происходило увеличение на 56% потребления кислорода в сравнении с исходным. Спустя сутки после введения новых соединений за исключением ЛХТ-10-12 интенсивность потребления кислорода восстанавливалась до контрольных значений. На фоне действия ЛХТ-10-12 в испытанной дозе потребление кислорода оставалось ниже исходных значений на 11% ($p < 0,05$).

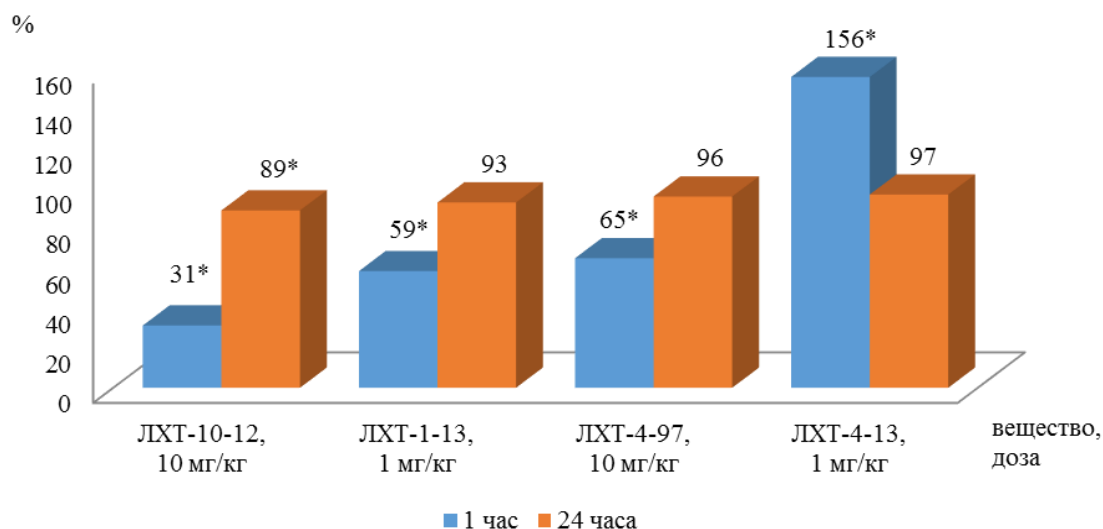


Рис. 1. Динамика потребления кислорода лабораторными животными на фоне действия новых производных аминокислот (в % к исходному потреблению кислорода)

Знаком (*) обозначены достоверные различия с исходными значениями.

Патулин в испытанных дозах не изменял интенсивность потребления кислорода лабораторными животными в указанные временные промежутки (рис. 2).

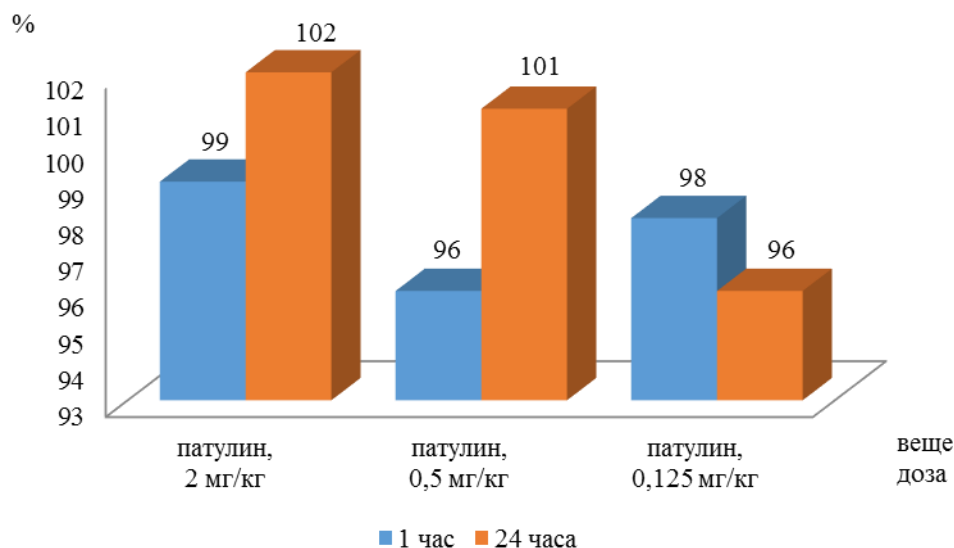


Рис. 2. Динамика потребления кислорода лабораторными животными на фоне действия новых производных аминокислот (в % к исходному потреблению кислорода)

Исходная температура тела животных варьировала от $33,2 \pm 0,5$ до $36,3 \pm 0,3^\circ\text{C}$.

Динамика изменения температуры под влиянием исследованных соединений также была неодинаковой. Так на фоне производных аминокислот под шифрами ЛХТ-10-12 (10 мг/кг), ЛХТ-4-97 (10 мг/кг) и ЛХТ-4-13 (1 мг/кг) через час после введения соединений была достоверно ($p < 0,05$) ниже исходных значений на 1,6, 1,7 и $2,2^\circ\text{C}$ (табл. 1). Термометрия спустя сутки после введения указанных соединений восстанавливалась до начального уровня.

Патулин в дозе 2 мг/кг через 1 час после введения не изменял температуру тела животных, а спустя 24 часа увеличивал на $0,8^\circ\text{C}$.

Производное аминокислоты с шифром ЛХТ-1-13 в дозе 1 мг/кг и патулин в дозах 0,5 и 0,125 мг/кг не изменяли температуру тела животных в указанные периоды измерений.

Таблица 1

Динамика температуры тела на фоне влияния исследованных соединений

Вещество	Доза, мг/кг	Температура тела, $^\circ\text{C}$						
		исходная	через 1 час			через 24 часа		
		$\mu \pm m$	$\mu \pm m$	%	p	$\mu \pm m$	%	p
ЛХТ-10-12	10	$33,2 \pm 0,2$	$31,6 \pm 0,6$	95	0,05	$32,6 \pm 0,4$	98	0,25
ЛХТ-1-13	1	$33,4 \pm 0,6$	$32,7 \pm 0,4$	98	0,5	$32,4 \pm 0,2$	97	0,25
ЛХТ-4-97	10	$35,4 \pm 0,3$	$33,7 \pm 0,4$	95	0,01	$34,1 \pm 0,7$	96	0,25
ЛХТ-4-13	1	$34,8 \pm 0,7$	$32,6 \pm 0,5$	94	0,05	$34,0 \pm 0,4$	98	0,5
Патулин	2	$36,3 \pm 0,7$	$36,6 \pm 0,3$	101	0,5	$37,4 \pm 0,1$	103	0,05
Патулин	0,5	$36,3 \pm 0,3$	$36,9 \pm 0,1$	102	0,5	$35,6 \pm 0,3$	98	0,5
Патулин	0,125	$36,1 \pm 0,4$	$36,2 \pm 0,3$	100	0,5	$36,1 \pm 0,4$	100	0,5

Сопоставив результаты исследований можно сделать следующие выводы.

1. Производные аминокислот с шифрами ЛХТ-10-12, ЛХТ-1-13 и ЛХТ-4-97 в испытанных дозах способствуют снижению потребления кислорода через 1 час после введения, что может указывать на повышение эффективности анаэробных процессов

получения энергии, а одновременное снижение температуры тела на фоне действия ЛХТ-10-12 и ЛХТ-4-97 можно рассматривать как способность этих веществ повышать сопряжение процессов окисления и фосфорилирования в клетке. Данные изменения можно рассматривать как элемент, обуславливающий актопротекторное и антигипоксическое действие веществ.

2. Производное аминокислоты с шифром ЛХТ-4-13 в испытанной дозе активизирует получение энергии аэробным путем, увеличивая сопряжение процессов окисления и фосфорилирования, на что указывают повышенное потребление кислорода и снижение температуры тела спустя 1 час после введения исследованного соединения. Эти изменения могут способствовать формированию актопротекторного, но не антигипоксического действия вещества.

3. Производные аминокислот с шифрами ЛХТ-1-13, ЛХТ-4-97 и ЛХТ-4-13 в испытанных дозах не оказывают какого-либо влияния на показатели основного обмена, определенные по указанным методикам, спустя 24 часа после введения. Это может рассматриваться как свидетельство их быстрой элиминации из организма. В отличие от них ЛХТ-10-12 в дозе 10 мг/кг сохраняет свое влияние на потребление кислорода спустя сутки с момента введения, что может указывать на более длительное пребывание в организме в сравнении с другими испытанными веществами.

4. Микотоксин патулин через 1 час после введения в испытанных дозах не изменял уровень потребления кислорода и температуру тела в сравнении с исходными значениями, в то время как спустя сутки наблюдалось повышение температуры тела на фоне действия микотоксина в дозе 2 мг/кг. Этот факт можно рассматривать как показатель инициации воспалительных процессов, протекающих в организме на фоне токсического действия вещества.

Список литературы

1. Алмухтар О.А.Х., Джабир М.С., Цублова Е.Г. Исследование некоторых биохимических и гистологических параметров организма животных на фоне действия микотоксинов // Ученые записки Брянского государственного университета. – 2021. – № 2(22). – С. 7-13.
2. Лежнев Э.И., Попова И.И., Лавровская В.П., Евтодиенко Ю.В. Сопоставление потребления кислорода минимально трансформированными клетками BALB/3T3 и вирус-трансформированными клетками 3T3B-SV40 // Биохимия. – 2013. – Т. 78. – № 8. – С. 1151-1157.
3. Миронов А. Н. и др. Руководство по проведению доклинических исследований лекарственных средств. – 2012.
4. Петухова Н.Ф., Трошина М.В., Иванова Т.Г., Цублова Е.Г. и др. Исследование некоторых нейротропных свойств новых веществ с противогипоксической активностью // Экспериментальная и клиническая фармакология. – 2015. – Т. 78. – № 5. – С. 49-50.
5. Саноцкий И. В. Методы определения токсичности и опасности химических веществ. – Рипол Классик, 2013.
6. Трошина М.В., Цублова Е.Г., Петухова Н.Ф., Яснецов Вик.В. и др. Влияние новых соединений на физическую работоспособность в обычных условиях и при гипотермии // Вестник новых медицинских технологий. – 2017. – Т. 24. – № 2. – С. 187-192. – DOI 10.12737/article_5947d483aae118.08048254.
7. Ejbye-Ernst R, Michaelsen TY, Tirsgaard B, Wilson JM et al. Partitioning the metabolic scope: the importance of anaerobic metabolism and implications for the oxygen- and capacity-limited thermal tolerance (OCLTT) hypothesis. *Conserv Physiol.* 2016 Jun 3;4(1):cow019. doi: 10.1093/conphys/cow019. PMID: 27293766; PMCID: PMC4896295
8. Gomez CR. Disorders of body temperature. *Handb Clin Neurol.* 2014;120:947-57. doi: 10.1016/B978-0-7020-4087-0.00062-0. PMID: 24365362.

9. Romanovsky AA. The thermoregulation system and how it works. *Handb Clin Neurol*. 2018;156:3-43. doi: 10.1016/B978-0-444-63912-7.00001-1. PMID: 30454596.

Сведения об авторах

Алмухтар Омар Анаам Халил – аспирант кафедры химии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: 100301@uotechnology.edu.iq.

Трошина Мария Викторовна – соискатель ученой степени кандидата биологических наук.

Петухова Наталья Федеоровна – соискатель ученой степени кандидата медицинских наук.

Иванова Татьяна Геннадьевна – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: itg-3101@mail.ru

Цублова Елена Геннадьевна – доктор биологических наук, доцент кафедры химии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: etsublova@yandex.ru

CHANGES IN CATABOLISM INDICATORS UNDER INFLUENCE OF BIOLOGICALLY ACTIVE COMPOUNDS

O.A.Kh. Almukhtar, M.V. Troshina, N.F. Petukhova, T.G. Ivanova, E.G. Tsublova

Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky

The article presents the results of studies of the parameters of catabolism by the methods of hydroxy and thermometry. It has been shown that for a number of compounds the ability to influence oxygen consumption and the temperature regime of the body can be considered as part of the mechanism of their biological action.

Keywords: catabolism, oximetry, thermometry, pyridine derivatives, patulin, amino acid derivatives

References

1. Almuhtar O.A.H., Dzhabir M.S., Cublova E.G. Issledovanie nekotorykh biohimicheskikh i gistologicheskikh parametrov organizma zhivotnykh na fone dejstviya mikotoksinov // *Uchenye zapiski Bryanskogo gosudarstvennogo universiteta*. – 2021. – № 2(22). – S. 7-13.

2. Lezhnev E.I., Popova I.I., Lavrovskaya V.P., Evtodienko YU.V. Sopostavlenie potrebleniya kisloroda minimal'no transformirovannymi kletkami BALB/3T3 i virus-transformirovannymi kletkami 3T3B-SV40 // *Biohimiya*. – 2013. – T. 78. – № 8. – S. 1151-1157.

3. Mironov A. N. i dr. Rukovodstvo po provedeniyu doklinicheskikh issledovanij lekarstvennykh sredstv. – 2012.

4. Petuhova N.F., Troshina M.V., Ivanova T.G., Cublova E.G. i dr. Issledovanie nekotorykh nejrotropnykh svoystv novykh veshchestv s protivogipoksicheskoy aktivnost'yu // *Eksperimental'naya i klinicheskaya farmakologiya*. – 2015. – T. 78. – № S. – S. 49-50.

5. Sanockij I. V. Metody opredeleniya toksichnosti i opasnosti himicheskikh veshchestv. – Ripol Klassik, 2013.

6. Troshina M.V., Cublova E.G., Petuhova N.F., YAsnecov Vik.V. i dr. Vliyanie novykh soedinenij na fizicheskuyu rabotosposobnost' v obychnykh usloviyakh i pri gipotermii // *Vestnik novykh medicinskih tekhnologij*. – 2017. – T. 24. – № 2. – S. 187-192. – DOI 10.12737/article_5947d483aae118.08048254.

7. Ejbye-Ernst R, Michaelsen TY, Tirsgaard B, Wilson JM et al. Partitioning the metabolic scope: the importance of anaerobic metabolism and implications for the oxygen- and capacity-

limited thermal tolerance (OCLTT) hypothesis. *Conserv Physiol.* 2016 Jun 3;4(1):cow019. doi: 10.1093/conphys/cow019. PMID: 27293766; PMCID: PMC4896295

8. Gomez CR. Disorders of body temperature. *Handb Clin Neurol.* 2014;120:947-57. doi: 10.1016/B978-0-7020-4087-0.00062-0. PMID: 24365362.

9. Romanovsky AA. The thermoregulation system and how it works. *Handb Clin Neurol.* 2018;156:3-43. doi: 10.1016/B978-0-444-63912-7.00001-1. PMID: 30454596.

About authors

Almukhtar O.A.Kh. postgraduate student of the Department of Chemistry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *100301@uotechnology.edu.iq*.

Troshina M.V. - applicant for the degree of candidate of biological sciences.

Petukhova N.F. - applicant for the degree of candidate of medical sciences.

Ivanova T.G. - PhD in Biological Sciences, Associate Professor of the Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *itg-3101@mail.ru*.

Tsublova E.G. - Sc. D. in Biological Sciences, Associate Professor of the Department of Chemistry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *etsublova@yandex.ru*.

УДК 612.261 + 615.241

ИЗМЕНЕНИЕ ПРОФИЛЯ ПОВЕДЕНИЯ БЕЛЫХ БЕСПОРОДНЫХ МЫШЕЙ ПОД ВЛИЯНИЕМ КОФЕИНА

Т.Г. Иванова, В.А. Хандожко

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Представлены результаты изучения влияния низких доз кофеина на поведенческие реакции белых беспородных мышей-самцов.

Ключевые слова: кофеин, профиль поведения, тест «открытое поле».

Введение. Кофеин и его производные (теофиллин, теобромин) являются лекарственными препаратами с выраженным психомоторным эффектом, которые применяются в медицине уже почти век. Иван Петрович Павлов с сотрудниками лаборатории изучал особенности действия кофеина на процессы возбуждения и торможения в ЦНС [4]. Результатом их исследования можно считать широкое использование специфической кофеиновой пробы для оценки общего возбуждения в коре больших полушарий. Наряду с этим, кофеин является распространенным пищевым веществом и иногда потребляется человеком в значительных количествах в составе кофе, чая и газированных напитков. Бесконтрольное употребление перечисленных напитков может приводить к кофеиновой зависимости и нарушать поведение человека в различных условиях, особенно при длительно действующем стрессоре. Поэтому было интересным рассмотреть влияние кофеина в терапевтических дозах на изменение профиля индивидуального поведения белых мышей, которые в фармакологических экспериментах являются типичным модельным организмом.

Цель: Изучить изменение профиля индивидуального поведения белых беспородных мышей-самцов под влиянием кофеина.

Материалы и методы. Белым беспородным мышам массой тела от 18 до 22 г, разделенным на 2 группы по 5 животных, внутрибрюшинно вводили дистиллированную воду (контрольная группа) и раствор кофеина в дозе 1 мг/кг (экспериментальная группа). Через 1 час после введения растворов, животных по одному помещали в ярко освещенную камеру «открытого поля», разделенную на 16 квадратов с отверстиями в центре каждого, на 4 минуты [5]. Регистрировали доминирующие паттерны поведения животных: (табл.1), включая количество мочеиспусканий и выделенных болюсов при дефекации. При обработке результатов рассчитывали объем в секундах каждого паттерна поведения и переводили их в следующие интегральные показатели (табл.2) [3]:

1. Эмоциональная реактивность (ЭР) представляет собой сумму неподвижных паттернов поведения, и отражает уровень интенсивности реакции животного на определенные раздражители (от подавленности до яркой эмоциональности);

2. Эмоциональная тревожность (ЭТ) складывается из числа элементов поведения, отражающих степень обеспокоенности животного в новом необычном пространстве;

3. Ориентировочно-исследовательская активность (ОИА) это сумма активных паттернов поведения, отражает способность животного к нормальному рефлекторному исследовательскому поведению, т.е. реализации ориентировочного рефлекса в первую очередь;

4. Коэффициент подвижности (КП) показывает общее направление изменения поведения животного: увеличение доли пассивного или активного двигательного поведения.

Рассчитывали в долях от единицы вероятности перехода от одного паттерна поведения в другой для построения граф-анализа структуры поведения мышей (рис.1. и 2).

Полученные в ходе эксперимента данные обрабатывали статистически параметрическим методом (t-критерий Стьюдента) с использованием ресурса MS Excel 2007. Достоверными считали различия с исходными значениями при $p < 0,05$.

Результаты исследования. В нашем исследовании мыши контрольной группы в камере «открытого поля» демонстрировали четко выраженное исследовательское поведение (табл.1) [1]. По сумме времени доминируют 3 паттерна – перемещение, обнюхивание и норка, которые определяют нормальное исследовательское поведение грызунов. Комфортность ощущений животных в камере «открытого поля» поддерживаются выраженными объемами паттернов ДнМ (движение на месте) и С (сидит), и незначительными объемами паттернов Су (стойка с упором), Вс (вертикальная стойка) и Г (груминг). При этом только 2 из пяти животных продемонстрировали активное мочеиспускание и дефекацию, что свидетельствует о низкой тревожности [2].

Таблица 1

Влияние кофеин-бензоата натрия (1 мг/кг) на структуру индивидуального поведения мышей в тесте «открытое поле» в обычных условиях

Паттерн поведения / размерность	Контроль	Кофеин		
	абс.	абс.	%	P
перемещение, П, с	35,2 ± 3,59	46,2 ± 2,83	131,25	0,05
обнюхивание, О, с	93,1 ± 5,34	86,2 ± 3,70	92,26	0,5
норка, Н, с	40,4 ± 1,38	45,7 ± 4,11	113,12	0,5
движение на месте, ДнМ, с	27,9 ± 1,27	23,5 ± 2,91	84,23	0,5
сидит, С, с	30,1 ± 3,80	16,9 ± 2,51	56,15	0,05
стойка с упором, Су, с	11,3 ± 3,69	11,7 ± 2,24	103,54	0,5
вертикальная стойка, Вс	0,1 ± 0,10	1,9 ± 0,59	1900,0	0,05
груминг, Г	1,6 ± 1,00	7,9 ± 1,13	493,75	0,02
уринация, У (кол-во раз)	0,3 ± 0,21	1,9 ± 0,42	633,33	0,05
дефекация, Д (болусы)	0,3 ± 0,11	1,0 ± 0,21	333,33	0,05

Мыши экспериментальной группы под влиянием кофеина увеличили объемы паттернов, связанных с движением (П, ДнМ) и обследованием окружающего пространства (Су, Вс), что подтверждает способность этого алкалоида стимулировать двигательную активность и работу коры больших полушарий. Под влиянием кофеина почти в два раза снизилось время неподвижности (С) животного, и значительно возросло время, затраченное на чистку шерсти (груминг). Разные формы груминга (чистка головы, спины, брюха и гениталий) обычно отражают степень комфорта животного [2]. В наших экспериментах максимальное время отводилось грумингу головы (вибрисам), что связано с подготовкой к активному исследованию пространства камеры.

Кофеин у мышей стимулировал мочеиспускание (в 6 раз) и дефекацию (в 3 раза), что, вероятно, связано с присутствием в механизме действия этого препарата положительного влияния на гладкую мускулатуру желудочно-кишечного тракта и общий диурез.

В последние годы, в научной литературе кофеин рассматривают не только как стимулятор двигательной активности, но и психомиметик, с положительным влиянием на эмоциональный фон. Анализ результатов наших экспериментов однозначно утверждать о положительном влиянии кофеина на эмоциональный фон животного нельзя. Как показал граф-анализ структуры поведения (рис. 2) триада паттернов, отражающая положительный эмоциональный фон – «груминг–обнюхивание–сидит» – не формируется под влиянием кофеина.

Как видно из таблицы 2, кофеин повышает двигательную активность и не оказывает существенного влияния на эмоциональную тревожность, эмоциональную реактивность и ориентировочно-исследовательскую активность.

Вероятно, такие результаты экспериментов свидетельствуют о том, что кофеин в дозе 1 мг/кг оказывает стимулирующее влияние на работу моторных и исследовательских центров ЦНС.

Полученные выше данные и выводы подтверждаются дополнительным граф-анализом структуры поведения (рис. 1 и 2).

Таблица 2

Влияние кофеин-бензоата натрия (1 мг/кг) на интегральные показатели поведения мышей по тесту «открытое поле»

Показатели поведения	Контроль	Кофеин-бензоат натрия		
	абс.	абс.	%	P
Эмоциональная реактивность (ЭР)	11,3 ± 3,69	11,7 ± 2,24	103,54	>0,5
Эмоциональная тревожность (ЭТ)	39,3 ± 1,69	37,1 ± 1,91	94,40	>0,5
Ориентировочно-исследовательская активность (ОИА)	168,7 ± 3,44	178,1 ± 3,45	105,57	>0,5
Коэффициент подвижности (КП)	3,12 ± 0,45	3,95 ± 0,27	126,60	>0,5

У мышей контрольной группы в граф-анализе структуры поведения четко просматриваются две триады – «перемещение–обнюхивание–норка» и «движение на месте–обнюхивание–норка», свидетельствующие о нормальном исследовательском поведении животного в камере «открытого поля» (рис.1).

Связи в триаде «движение на месте–обнюхивание–сидит» позволяют сделать вывод о комфортном состоянии животных. Т.о. введение кофеин-бензоат натрия и помещение их в незнакомое пространство «открытого поля» не вызывало у мышей ярко выраженных отрицательных эмоций. Следовательно, все изменения, которые выявляются в граф-анализе мышей экспериментальной группы (рис.2), вызваны метаболическим действием введенного кофеина.

Под влиянием кофеина изменились переходы элементов поведения друг в друга (рис.2). В частности, появляются связи между паттернами «вертикальная стойка» – «обнюхивание», «стойка с упором» – «перемещение», «груминг» – «обнюхивание». Двусторонние связи между паттернами «движение на месте» и «норка» теряют свою значимость и исчезают, а связь между паттернами «груминг» и «обнюхивание» и «обнюхивание» – «вертикальная стойка» появляются.

Как видно из рисунка 2, из-за уменьшения вероятностей переходов распадаются две триады связанные с нормальным исследовательским поведением и комфортным состоянием – «движение на месте–обнюхивание–норка» и «движение на месте–обнюхивание–сидит». Увеличение объема паттерна «стойка с упором» и вероятностей его перехода в «обнюхивание» и «перемещение» (не завершенная триада) может указывать на стимуляцию познавательной деятельности животного (поведение избегания) и незначительное смещение эмоционального фона в тревожность.

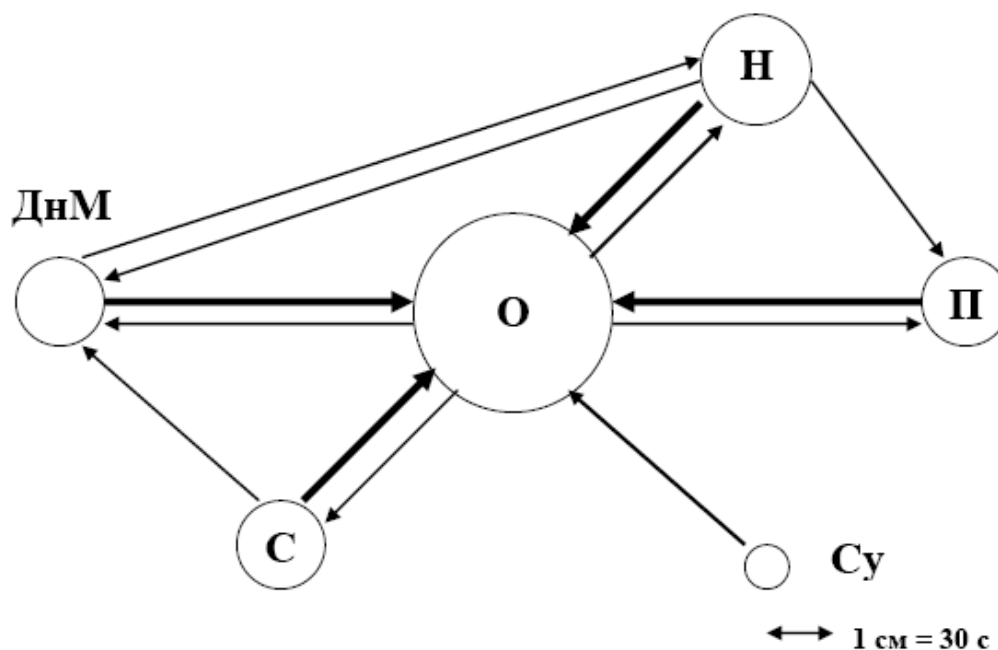


Рис. 1. Соотношение объемов паттернов поведения мышей контрольной группы и вероятности перехода одного паттерна в другой по тесту «Открытое поле» (масштаб: в 1 см – 30 секунд)

Условные обозначения:

- вероятность перехода паттерна более 0,5
- вероятность перехода паттерна от 0,5 до 0,3
- вероятность перехода паттерна от 0,3 до 0,1

более низкие вероятности переходов на рисунке не обозначались.

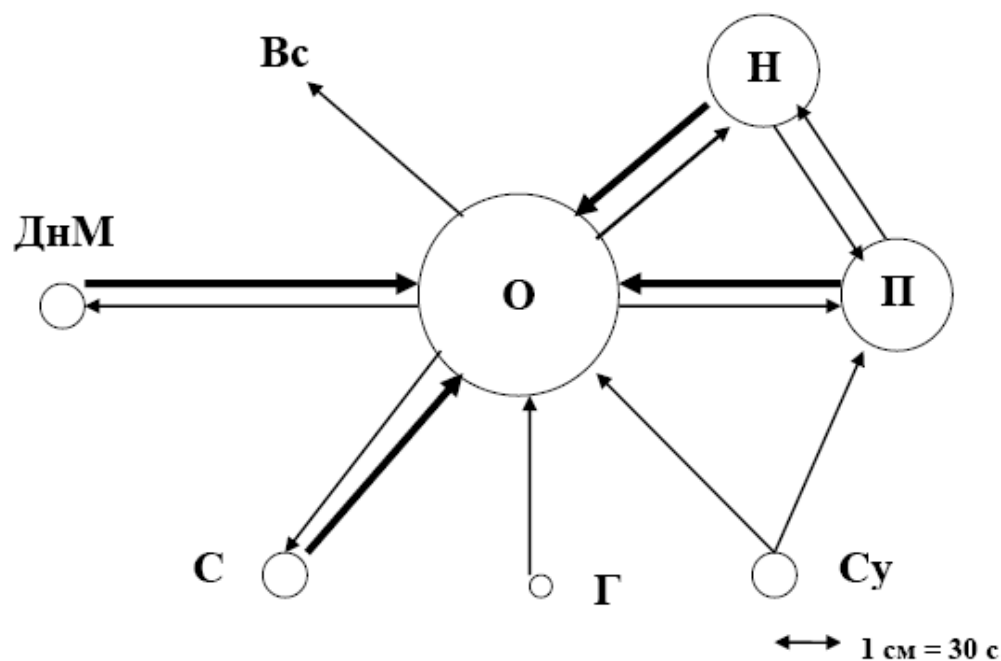


Рис. 2. Соотношение объемов паттернов поведения мышей экспериментальной группы (кофеин, 1 мг/кг) и вероятности перехода одного паттерна в другой по тесту «Открытое поле» (масштаб: в 1 см – 30 секунд)
Условные обозначения как на рис. 1.

Список литературы

1. Буреш Я., Бурешова О., Хьюстон Дж.П. Методики и основные эксперименты по изучению мозга и поведения. – М.: Высшая школа, 1991. – 398 с.
2. Иванова Т.Г. Изменение профиля индивидуального поведения мышей после пребывания в гермообъёме // Вестник Брянского государственного университета. – №4 (2011): Точные и естественные науки. – Брянск: РИО БГУ. – С.145-149.
3. Иванова Т.Г. Использование интегральных показателей поведения лабораторных животных для оценки уровня стресс // Сборник трудов Всероссийской научно-практической конференции «Естественные и гуманитарные науки в современном мире» – Орел, 23-24.04. 2019. – С.45-50.
4. Машковский М.Д. Лекарственные средства. Ч.1. М.: Медицина, 1993. – С.143-146.
5. Пошивалов В.П. Этологический атлас для фармакологических исследований на лабораторных грызунах. – М., 1978. – ДСП в ВИНТИ. – № 3164-78. – 43 с.

Сведения об авторах

Иванова Т.Г. – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: kafbot2000@mail.ru.

Хандожко В.А. – магистрант кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского. e-mail: kafbot2000@mail.ru.

CHANGE IN THE BEHAVIORAL PROFILE OF WHITE REMOTE MICE UNDER THE INFLUENCE OF CAFFEINE

T.G. Ivanova, V.A. Khandozhko

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The results of studying the effect of low doses of caffeine on the behavioral responses of white outbred male mice are presented.

Keywords: *caffeine, behavior profile, open field test.*

References

1. Buresh J., Bureshova O., Houston J.P. Methods and basic experiments in the study of the brain and behavior. – M.: Higher school, 1991. – 398 p.
2. Ivanova T.G. Changes in the profile of individual behavior of mice after staying in a pressurized volume // Bulletin of the Bryansk State University. – No. 4 (2011): Exact and natural sciences. – Bryansk: RIO BSU. – P. 145 – 149.
3. Ivanova T.G. The use of integral indicators of the behavior of laboratory animals to assess the level of stress // Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference «Natural and Humanitarian Sciences in the Modern World» – Orel, 23-24.04. 2019. – P.45-50.
4. Mashkovsky M.D. Medicines. Part 1. – M.: Medicine, 1993. – P. 143-146.
5. Poshivalov V.P. Ethological atlas for pharmacological research on laboratory rodents. – M., 1978. – Particleboard at VINITI. – No. 3164-78. – 43 p.

About authors

Ivanova T.G. – PhD in Biological Sciences, Associate Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: kafbot2000@mail.ru.

Khandozhko V.A. – graduate student of the Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: kafbot2000@mail.ru.

УДК 581.524.2:[581.9+581.55] (470.333)

HELIANTHUS TUBEROSUS L. В БРЯНСКОЙ ОБЛАСТИ: РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ОСОБЕННОСТИ БИОЛОГИИ И ФИТОЦЕНОТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ**Н.Н. Панасенко, Ю.А. Кузютикова**

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

В статье приведены результаты исследования распространения *Helianthus tuberosus* L. – инвазионного вида, на территории Брянской области. Выявлены типы растительных сообществ, в которых встречается *H. tuberosus*. Дана оценка биологической опасности вида для естественных экосистем.

Ключевые слова: *Helianthus tuberosus*, распространение, инвазия, растительные сообщества, Брянская область.

Введение. *Helianthus tuberosus* L. – Подсолнечник клубненосный, топинамбур – североамериканский вид. Широко распространен в Центральной и восточной частях Северной Америки, точный природный ареал *H. tuberosus* установить маловероятно, поскольку топинамбур издавна использовался индейцами как пищевое растение [7, 8]. В Северной Америке встречается на лугах, вдоль рек, вдоль дорог, на полях, по залежам и на пустырях [7, 8]. Выращивается на всех континентах и дичает [7, 8]. В Европу топинамбур попал в начале XVI века [3]. Дичание *H. tuberosus* в Средней России впервые отмечено А. К. Скворцовым в 1973 г. для Московской области, причем ранее топинамбур из культуры не распространялся, о чем свидетельствует отсутствие гербарных сборов из Московской области до 1960-х годов [3]. В настоящее время отмечен во всех областях Средней России [4].

Цель работы – изучить распространение и характер натурализации *Helianthus tuberosus* в Брянской области; выявить особенности его биологии и экологии, консортивных связи; охарактеризовать местообитания и фитоценоотическую приуроченность; оценить последствия внедрения и биологическую опасность для природных экосистем.

Материалы и методы исследования. Материалы по распространению топинамбура собраны в период 1998–2020 г. на территории Брянской области. Для оценки распространения *H. tuberosus* использовано картографирование на сеточной основе и маршрутный метод.

Территория Брянской области разбита на 378 ячеек в соответствии с градусной сеткой, базовая ячейка с размерами 5' по широте и 10' по долготе (используемая система координат – WGS-84), площадь ячейки около 104 км². Пограничные участки площадью менее 10 км² не выделялись в отдельные ячейки и не посещались. Картосхемы подготовлены с помощью программы MapInfo.

За период 2013–2020 гг. в 227 ячейках выполнен 319 флористических маршрутов. Картосхема распространения *H. tuberosus* подготовлена с помощью программы MapInfo.

Фитоценоотическая приуроченность выявлена на основании собственных наблюдений и анализе опубликованных геоботанических материалов [2].

Результаты исследования.

Распространение и натурализация в Брянской области. Первые находки топинамбура в Брянской области зарегистрированы Ю. Е. Алексеевым 9.09.1975 г. среди складов у ж.-д. станции Брянск (MW0539220), хотя П.З. Босек [1] в 1970-х случаи одичания топинамбура в области не фиксировал и отмечал, что топинамбур выращивается редко из-за особенностей агротехники. В конспекте флоры левобережья, подготовленного Б. С. Харитонцевым топинамбур отсутствует [5]. В настоящее время *H. tuberosus* является обычным видом в населенных пунктах.

Вид обнаружен на 195 флористических маршрутах из 319; зарегистрирован в 167 ячейках (рис.) из 227 обследованных, что составляет 73,56 %; в 1 ячейке отмечен в естественном местообитании – в пойме р. Болва.

Отмечен на территории 6 ООПТ: «Заказник Клетнянский», «Заказник Карачевский», «Хотылево», «Овраги Верхний и Нижний Судки с родниками, бровками и отвершками в г. Брянске», «Роща Соловьи», «Шумовец».

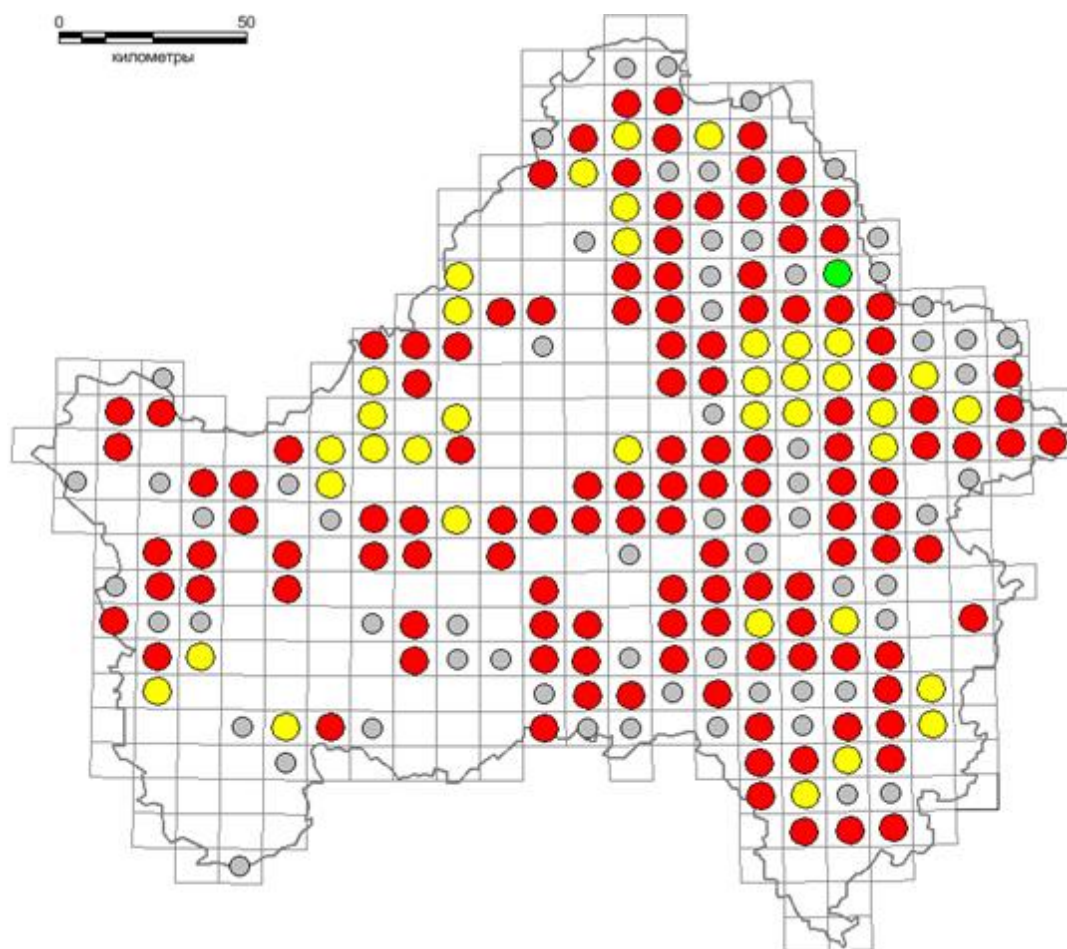


Рис. Картограмма распространения *Helianthus tuberosus* на территории Брянской области. Условные обозначения: серый кружок – ячейка, где был выполнен флористический маршрут, но топинамбур не обнаружен; красный кружок – топинамбур отмечен только в антропогенных местообитаниях; желтый кружок – топинамбур отмечен в полуестественных местообитаниях; зеленый кружок – вид отмечен в естественных местообитаниях.

Особенности биологии и экологии

Многолетнее корневищное клубнеобразующее растение до 2 м высотой, цветет с конца июля до октября, до первых заморозков. Теплолюбивый вид, Ксеромезофит, гелиофит. *H. tuberosus* предпочитает богатые почвы и высокую освещённость, но при этом может расти и на бедных кислых почвах и в полутени, может выдерживать незначительное затопление [7]. *H. tuberosus* подавляя рост соседних растений за счет затенения и выделения аллелопатических веществ [7].

Расселение *H. tuberosus* происходит только корневищами и клубнями, семенное размножение не отмечено, так как семена не вызревают даже при теплой осени (так в октябре 2020 г., при отсутствии заморозков, семена у топинамбура все еще не сформированы). За счет вегетативного размножения формирует обширные заросли. Во

вторичных местообитаниях клубни мелкие 1-5 см в длину, около 1-2 см в диаметре; развиваются на столонах длиной 5-15 см.

Преимущественным способом расселения является антропохория – корневища и клубни выбрасываются вместе с мусором. Возможно, в распространении корневищ участвуют мышевидные грызуны, запасающие мелкие клубни топинамбура [3]. Корневища и клубни могут переноситься водными потоками [7], но подобный способ распространения в регионе отмечен не был.

Цветки *H. tuberosus* посещаются разнообразными насекомыми. Корневищами и клубнями питаются кабаны и мышевидные грызуны.

Местообитания и фитоценотическая приуроченность

Топинамбур встречается как сорное растение у дачных посёлков, на пустырях и мусорных местах, в канавах, у заборов и вблизи жилья, по дорогам, полотну и насыпям железных дорог. Разрастается в заброшенных населенных пунктах, на залежах. Был отмечен в пойме р. Болва у г. Фокино, недалеко от грунтовой дороги. Иногда топинамбур высаживают для привлечения кабанов на небольших делянках в охотничьих хозяйствах, где он дичает и длительно сохраняется.

В антропогенных местообитаниях и на залежах топинамбур формирует мертвопокровные сообщества ассоциации *Tanacetum vulgari-Helianthetum tuberosi* Bulokhov et al. 2020, спорадически встречается в сообществах ассоциаций *Dauco carotae-Picridetum hieracioidis* Görs ex Seybold et Müller 1972, *Ambrosietum artemisiifoliae* Vițălariu 1973, *Calamagrostio epigaei-Solidaginetum canadensis* Bulokhov et al. 2020, *Artemisietum vulgaris* R.Тх. 1942, *Elytrigio repentis-Melilotetum officinalis* Bulokhov et al. 2020 [2]. Отмечался в пересохших канавах, занятых тростниковыми сообществами. За свет плотного расположения побегов, топинамбур вытесняет аборигенные рудеральные виды из антропогенных растительных сообществ. В Европе *H. tuberosus* образует плотные и устойчивые моnodоминантные травостои вдоль рек [6], а следовательно при дальнейшем расселении в регионе топинамбур способен внедриться в подобные местообитания и в Брянской области.

Заключение

Helianthus tuberosus проявляет признаки конкурента, формируя моnodоминантные сообщества и вытесняя из захваченного местообитания другие виды растений.

H. tuberosus преобразует в настоящее время, прежде всего, антропогенные местообитания; топинамбур длительно удерживается в местах культивирования и распространяется в природные местообитания (склоны балок), убегая из населенных пунктов. Но эти сообщества достаточно компактны и серьезной угрозы для природных экосистем в настоящее время не представляют. Степень инвазионности вида на территории изученного региона низкая.

Список литературы

1. Босек П.З. Растения Брянской области: Справ. пособие. – Брянск: Приок. кн. изд-во, 1975. – 464 с.
2. Булохов А.Д., Ивенкова И.М., Панасенко Н.Н. Антропогенная растительность Брянской области – Брянск: РИСО БГУ, 2020. – 312 с.
3. Виноградова Ю.К., Майоров С.Р., Хорун Л.В. Чёрная книга флоры Средней России: чужеродные виды растений в экосистемах Средней России. – М.: ГЕОС, 2010. – 512 с.
4. Маевский П.Ф. Флора средней полосы европейской части России. 11-е испр. и доп. изд-е. – М.: Тов. науч. изд. КМК, 2014. – 635 с.
5. Харитонцев Б.С. Флора левобережья реки Десны в пределах Брянской области: Дис. ... канд. биол. наук. – М., 1986. – 329 с.
6. Branquart E., Vanderhoeven S., Van Landuyt W., Van Rossum F., Verloove F. *Helianthus tuberosus* - Jerusalem artichoke. Invasive species in Belgium. 2007. [Electronic resource] Mode of

access: <http://ias.biodiversity.be/species/show/60>

7. CABI. Invasive Species Compendium. 2021. [Electronic resource] Mode of access: <https://www.cabi.org>.

8. Flora of North America, 2021. [Electronic resource] Mode of access: <http://www.efloras.org>.

Сведения об авторах

Панасенко Николай Николаевич – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: panasenkobot@yandex.ru.

Кузютикова Юлия Алексеевна – магистрант Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: kuzytikova.yulia989@yandex.ru.

DISTRIBUTION, BIOLOGY AND PHYTOCOENOTIC RELATIONSHIPS OF *HELIANTHUS TUBEROSUS* IN THE BRYANSK REGION

N.N. Panasenko, Yu.A. Kuzyutikova

Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky

The article presents the results of a study of the distribution of *Helianthus tuberosus* L. – a s invasive species, on the territory of the Bryansk region. The types of plant communities in which *H/ tuberosus* occurs are identified. An assessment of the biological hazard of the species for natural ecosystems is given.

Keywords: *Helianthus tuberosus*, distribution, invasion, plant communities, Bryansk Region.

References

1. Boser P.Z. Rasteniya Bryanskoj oblasti: Sprav. posobie. – Bryansk: Priok. kn. izd-vo, 1975. – 464 s.
2. Bulokhov A.D., Ivenkova I.M., Panasenko N.N. Antropogennaya rastitel'nost' Bryanskoj oblasti. – Bryansk: RISO BGU, 2020. – 312 s.
3. Vinogradova Yu.K., Majorov S.R., Horun L.V. Chyornaya kniga flory Srednej Rossii: chuzherodnye vidy rastenij v ekosistemah Srednej Rossii. – M.: GEOS, 2010. – 512 s.
4. Maevskij P.F. Flora srednej polosy evropejskoj chasti Rossii. 11-e ispr. i dop. izd-e. – M.: Tov. nauch. izd. KMK, 2014. – 635 s.
5. Kharitonov B.S. Flora levoberezh'ya reki Desny v predelakh Bryanskoj oblasti: Dis. ... kand. biol. nauk. – M., 1986. – 329 s.
6. Branquart E., Vanderhoeven S., Van Landuyt W., Van Rossum F., Verloove F. *Helianthus tuberosus* - Jerusalem artichoke. Invasive species in Belgium. 2007. [Electronic resource] Mode of access: <http://ias.biodiversity.be/species/show/60>.
7. CABI. Invasive Species Compendium. 2021. [Electronic resource] Mode of access: <https://www.cabi.org>.
8. Flora of North America, 2021. [Electronic resource] Mode of access: <http://www.efloras.org>.

About authors

Panasenko N.N. – Ph. D. in Biological Sciences, Associate Professor of the Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: panasenkobot@yandex.ru.

Kuzyutikova Yu.A. – graduate student of the Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: kuzytikova.yulia989@yandex.ru.

**ТРЕБОВАНИЯ
К СОДЕРЖАНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПРЕДЛАГАЕМЫХ ДЛЯ
ПУБЛИКАЦИИ В РЕЦЕНЗИРУЕМОМ ЭЛЕКТРОННОМ НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ
«УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА»
(«УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БГУ»)**

Требования к содержанию статей.

В журнале «Ученые записки БГУ» публикуются статьи теоретического и прикладного характера, содержащие оригинальный материал исследований автора (соавторов), ранее нигде не опубликованный и не переданный в редакции других журналов. Материал исследований должен содержать научную новизну и/или иметь практическую значимость. К публикации принимаются только открытые материалы на русском, английском или немецком языках. Статьи обзорного, биографического характера, рецензии на научные монографии и т.п. пишутся, как правило, по заказу редколлегии журнала.

Требования к объему статей.

Полный объем статьи, как правило, не должен превышать 1 Мб, включая иллюстрации и таблицы.

Общие требования к оформлению статей.

Статьи представляются в электронном виде, подготовленные с помощью текстового редактора Microsoft Word (Word 97/2000, Word XP/2003) и разбитые на страницы размером А4. См. образец с настроенными стилями.

Все поля страницы – по 2 см, верхний и нижний колонтитулы – по 1,5 см. Текст набирается шрифтом Times New Roman, 12 pt, межстрочный интервал - одинарный, красная строка (абзац) - 1,25 см, выравнивание по ширине, включен режим принудительного переноса в словах. Страницы не нумеруются.

Если статья выполнена при поддержке гранта или на основе доклада, прочитанного на конференции, то необходимо сделать соответствующее упоминание в конце статьи.

К статье должна быть приложена авторская справка, содержащая следующую информацию по каждому автору: фамилию, имя, отчество (при наличии), научную степень, ученое звание, место работы, должность, точный почтовый адрес места работы (домашний адрес указывать недопустимо), контактный телефон – рабочий или сотовый (домашний телефон указывать недопустимо), e-mail, согласие на обработку указанных данных и размещение их в журнале. См. образец авторской справки.

В статье следует использовать только общепринятые сокращения.

Редакция не принимает к рассмотрению рукописи статей, оформленные не по установленным правилам.

Требования к структуре статей.

Статья формируется из отдельных структурных составляющих в следующей последовательности:

- 1) первая строка: номер УДК (стиль «УДК»);
- 2) вторая строка: название статьи (стиль «Название»);
- 3) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов (стиль «Автор»);
- 4) наименование организации(й), которую представляют авторы (стиль «Организация»);
- 5) пропустив одну строку: аннотация на русском языке (стиль «Аннотация»);
- 6) ключевые слова (стиль «Ключевые слова»);
- 7) пропустив одну строку: основной текст статьи (стиль «Текст») с иллюстрациями (стиль «Подписуночная надпись») и таблицами (стили «Номер таблицы» и «Название таблицы»);
- 8) пропустив одну строку: список литературы (стили «Список литературы» и «Источники»);
- 9) пропустив одну строку: сведения об авторах (стили «Об авторах» и «Сведения»);

- 10) пропустив одну строку: название статьи на английском языке (стиль «Название»);
- 11) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов на латинице (стиль «Автор»);
- 12) наименование организации(й), которую представляют авторы, на латинице (стиль «Организация»);
- 13) пропустив одну строку: аннотация на английском языке (стиль «Аннотация»);
- 14) ключевые слова на английском языке (стиль «Ключевые слова»);
- 15) пропустив одну строку: список литературы на английском языке (стиль «Список литературы» и «Источники»);
- 16) пропустив одну строку: сведения об авторах на английском языке (стили «Об авторах» и «Сведения»).

Указанные структурные составляющие статьи являются обязательными.

Требования к оформлению структурных составляющих статей.

Аннотация на русском языке, в которой отражается краткое содержание статьи, должна иметь объем, как правило, не более 8 строк. Аннотация на английском языке должна содержать не менее 100-250 слов, быть информативной (отражать основное содержание статьи и результаты исследований) и оригинальной (не быть калькой аннотации на русском языке).

Количество ключевых слов на русском и английском языках не должно превышать 15 слов (для каждого языка).

Оптимальной считается следующая структура статьи: «Введение» с указанием актуальности и цели научной работы, «Постановка задачи», «Результаты», «Выводы или заключение», «Литература», «Приложение». В «Приложении» при необходимости могут приводиться математические выкладки, не вошедшие в основной текст статьи и иной вспомогательный материал). В тексте статьи допускается использование систем физических единиц СИ (предпочтительно) и/или СГСЭ. В обязательном порядке статья должна завершаться выводами или заключением.

Все иллюстрации и таблицы – не редактируемые файлы в формате jpg, которые должны быть вставлены в текст. Дополнительно иллюстрации прилагаются отдельными файлами в формате jpg. Рисунки встраиваются в текст через опцию «Вставка-Рисунок-Из файла» с обтеканием «В тексте» с выравниванием по центру страницы без абзацного отступа. Иные технологии вставки и обтекания не допускаются. Все рисунки и чертежи выполняются четко, в формате, обеспечивающем ясность понимания всех деталей; это особенно относится к фотокопиям и полутоновым рисункам. Рисунки, выполненные карандашом, не принимаются. Рисунки, выполненные в MS Word, недопустимы. Язык надписей на рисунках (включая единицы измерения) должен соответствовать языку самой статьи. Поясняющие надписи следует по возможности заменять цифрами и буквенными обозначениями, разъясняемыми в подписи к рисунку или в тексте. Авторов, использующих при подготовке рисунков компьютерную графику, просим придерживаться следующих рекомендаций: графики делать в рамке; штрихи на осях направлять внутрь; по возможности использовать шрифт Times New Roman; высота цифр и строчных букв должна соответствовать высоте букв в тексте статьи.

Формулы должны быть набраны только в редакторе формул (Microsoft Equation). Высота шрифта 12 pt, крупных индексов – 8 pt, мелких индексов – 5 pt, крупных символов – 18 pt, мелких символов – 12 pt. Формулы, внедренные как изображение, не допускаются! Статья должна содержать лишь самые необходимые формулы, от промежуточных выкладок желательно отказаться. Векторные величины выделяются прямым полужирным шрифтом. Все сколько-нибудь громоздкие формулы выносятся на отдельные строки. Формулы должны быть вставлены по центру в таблицу с невидимыми контурами, состоящей из двух колонок. Левая широкая колонка используется для размещения самой формулы, а правая узкая колонка – для номера формулы. Номер формулы ставится в скобках и располагается по

центру ячейки таблицы. Нумеруются только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте статьи.

В список литературы включаются только те источники, на которые в тексте статьи имеются ссылки. Желательно шире использовать иностранные источники. Список формируется либо в порядке цитирования, либо в алфавитном порядке (вначале источники на русском языке, затем на иностранных языках). Ссылки на литературу по тексту статьи необходимо давать в квадратных скобках. Библиографические описания цитируемых источников в списке литературы оформляются в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Ссылки на работы, находящиеся в печати, не допускаются. Список литературы должен быть продублирован на латинице (см. Написание русских символов латиницей). Рекомендации по представлению ссылок в списке литературы на латинице, удовлетворяющего требованиям поисковых систем международных баз данных, – см. Представление источников на латинице.

Сведения об авторах должны включать следующую информацию (на русском и английском языках): фамилию и инициалы автора, ученую степень и ученое звание (при их наличии), должность с указанием места работы (полное название организации, без сокращения), адрес электронной почты. В англоязычном варианте желательно (но не обязательно) также привести дополнительную информацию, в частности, указать дату рождения, назвать законченные учебные заведения и полученные в них научные степени или квалификацию, указать область научных интересов и др.

Требования к составу присылаемого в редакцию комплекта документов.

В комплект документов, присылаемых в редакцию журнала, должны входить:

1) файл с расширением .doc, содержащий полностью подготовленную к публикации согласно вышеперечисленным требованиям журнала статью (включая размещенные в ее тексте рисунки), название которого складывается из фамилий всех авторов (например, «Иванов И.И., Петров П.П.doc»);

2) файлы с расширением .jpg, содержащие по одному рисунку статьи, название которых соответствует номерам рисунков (например, «Рисунок 01.jpg»);

3) файлы с расширением .pdf, содержащие по одной авторской справке с подписью автора, название которых соответствует фамилии автора (например, «Иванов И.И.doc»).

К статьям, выполненными аспирантами или соискателями научной степени кандидата наук, необходимо приложить рекомендацию, подписанную научным руководителем (если научный руководитель не входит в число соавторов данной статьи).

Каждая статья в обязательном порядке проходит процедуру закрытого рецензирования. Порядок рецензирования установлен документом «Порядок рецензирования рукописей». По результатам рецензирования редколлегия оставляет за собой право либо вернуть автору статью на доработку, либо отклонить ее публикацию в журнале.

Редакция журнала оставляет за собой право на редактирование статей с сохранением авторского варианта научного содержания.

В опубликованной статье указывается дата поступления рукописи статьи в редакцию. В случае существенной переработки рукописи статьи указывается дата получения редакцией окончательного текста статьи.

Статьи публикуются бесплатно.

Все материалы отправлять по адресу:

241036, г. Брянск, ул. Бежицкая, д.20, каб. 101

Телефон: +7(4832)58-91-71, доб. 1083

E-mail: uz_bgu@mail.ru

Изменения и дополнения к правилам оформления статей можно посмотреть на официальном сайте журнала: <http://www.scim-brgu.ru>

**СЕТЕВОЕ ИЗДАНИЕ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ / ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ**

Учредитель и издатель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Свидетельство о регистрации средства массовой информации выдано
Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015

Адрес учредителя:

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 14

Адрес редакции и издателя:

РИСО ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 20

Дата размещения сетевого издания в сети Интернет на официальном сайте <http://scim-brgu.ru> – 29.12.2021