ISSN 2519-2574

Ученые записки

Брянского государственного университета

№ 3

2018

Физико-математические науки

/ Биологические науки / Ветеринарные науки

ББК 74.58Бр
У 91

Ученые записки Брянского государственного университета:
физико-математические науки / биологические науки / ветеринарные науки
2018. №3 (11)
Точка доступа: http://scim-brgu.ru. Размещено на официальном сайте журнала: 03.12.2018

Свидетельство о регистрации средства массовой информации Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

ISSN 2519-2574

SCIENTIFIC NOTES
of the Bryansk State University

N 3

2018

Physics and Mathematics / Biology / Veterinary

Scientific notes of the Bryansk State University. Physics and Mathematics / Biology / Veterinary
2018. N 1 (11)
http://scim-brgu.ru. Published on the official site of the journal: 03.12.2018

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

CONTENT

MATHEMATICS AND INFORMATICS

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL PHYSICS

FUNDAMENTAL AND APPLIED BIOLOGY

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 512.542

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ РЕШЕТОЧНЫХ ПОДГРУППОВЫХ ФУНКТОРОВ

М. А. Корпачева
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Рассматриваются только конечные группы. Пусть $\mathfrak{X}$ – некоторый непустой класс групп. Отображение θ, выделяющее в каждой группе $G\in\mathfrak{X}$ некоторую непустую систему $\theta(G)$ ее подгрупп, называется подгрупповым $\mathfrak{X}$-функтором (подгрупповым функтором на $\mathfrak{X}$), если $(\theta(G))^{\varphi}=\theta(G^{\varphi})$ для любого изоморфизма φ каждой группы $G\in\mathfrak{X}$. В настоящей работе изучаются некоторые свойства решеточных подгрупповых функторов.

Ключевые слова: *конечная группа, класс групп, подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор, регулярный подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор, решеточный подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор.*

Подгрупповые функторы, то есть согласованные с изоморфизмами групп функции, выделяющие в группах некоторые системы подгрупп, первоначально рассматривались в контексте теории радикалов колец. В теории конечных групп первоначально понятие подгруппового функтора использовалось в основном для обобщения конкретных теоретико-групповых объектов в направлении выделения и аксиоматизации их ключевых свойств.

Позже исследования показали, что метод подгрупповых функторов является удобным средством изучения специфических классов групп (формаций, классов Фиттинга и классов Шунка). Существенное продвижение в решении отмеченных задач сделано в работе С.Ф. Каморникова и М.В. Селькина «Подгрупповые функторы в теории классов конечных групп». В книге С.Ф. Каморникова, М.В. Селькина [2] приведена классификация подгрупповых функторов и разработаны связи подгрупповых функторов с различными классами групп.

В дальнейшем пристальное внимание было обращено на конкретные типы подгрупповых функторов, в частности, на транзитивные и решеточные подгрупповые функторы, а также на произведение подгрупповых функторов. Привлечение аппарата подгрупповых функторов позволило охарактеризовать ряд классов конечных групп и решить ряд открытых вопросов, связанных с исследованием внутреннего строения групп. Целью данной работы является изучение некоторых свойств решеточных подгрупповых $\mathfrak{X}$-функторов.

Рассматриваются только конечные группы. Определения и обозначения, не приведенные в работе, можно найти в [2].

Пусть $\mathfrak{X}$ – некоторый непустой класс групп, θ – отображение, ставящее в соответствие каждой группе G из $\mathfrak{X}$ некоторую систему $\theta(G)$ ее подгрупп. θ называется подгрупповым $\mathfrak{X}$-функтором (подгрупповым функтором на $\mathfrak{X}$), если для любой группы $G\in\mathfrak{X}$ и любого изоморфизма φ группы G выполняется равенство $(\theta(G))^{\varphi}=\theta(G^{\varphi})$. Пусть θ_1 и θ_2 – подгрупповые $\mathfrak{X}$-функторы, причем θ_2 – $\mathfrak{X}$-замкнутый подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор, т.е. $\theta(G)\subseteq\mathfrak{X}$, для любой $\mathfrak{X}$-группы G. Подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор θ, сопоставляющий каждой группе $G\in\mathfrak{X}$ множество ее подгрупп $\theta(G)=\{K \mid K\in\theta_1(H),\ H\in\theta_2(G)\}$, называется произведением подгрупповых $\mathfrak{X}$-функторов θ_1 и θ_2, и обозначается $\theta_1\circ\theta_2$ [2]. Подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор τ называется регулярным, если для любой $\mathfrak{X}$-группы G выполняются следующие условия:

1) из того, что N - нормальная подгруппа группы G и $M\in\tau(G)$, следует $MN/N\in\tau(G/N)$;

2) из $M/N\in\tau(G/N)$ следует $M\in\tau(G)$ [2].

Подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор θ называется транзитивным, если для любой $\mathfrak{X}$-группы G из $K\in\theta(H)$ и $H\in\theta(G)\cap\mathfrak{X}$ всегда следует, что $K\in\theta(G)$. На множестве подгрупповых $\mathfrak{X}$-функторов следующим образом вводится бинарное отношение «≤»: $\theta_1 \le \theta_2$ тогда и только тогда, когда $\theta_1(G) \subseteq \theta_2(G)$ для любой группы $G \in X$.

Одним из важных видов подгрупповых функторов являются решёточные подгрупповые X-функторы. Подгрупповой X-функтор θ называется решеточным, если для любой X-группы G из $H, K \in \theta(G)$ следует, что $H \cap K \in \theta(G)$ и $\langle H,K \rangle \in \theta(G)$. Другими словами, решёточный подгрупповой X-функтор θ выделяет в каждой X-группе G некоторую её решетку подгрупп $\theta(G)$. Решёточными подгрупповыми функторами, например, являются подгрупповые X-функторы S, S_n, sn, которые сопоставляют каждой X-группе G множества $S(G)$ всех подгрупп, $S_n(G)$ всех нормальных подгрупп и $sn(G)$ всех субнормальных подгрупп группы G соответственно.

В лемме 2 и лемме 3 устанавливаются некоторые свойства решеточных подгрупповых функторов.

Пусть τ – решеточный подгрупповой X-функтор. Подгрупповой X-функтор θ называется τ-фильтрующим X-функтором, если для любой X-группы G множество $\theta(G)$ является фильтром решетки $\tau(G)$, то есть $\theta(G) \subseteq \tau(G)$ и для любой X-группы G выполняются следующие условия:

1) если $A \in \theta(G)$, $X \in \tau(G)$ и $A \subseteq X$, то $X \in \theta(G)$;

2) если $A \in \theta(G)$, $B \in \theta(G)$, то $A \cap B \in \theta(G)$ [2].

Лемма 1 [2]. *Пусть X – непустой наследственный класс групп, θ – транзитивный подгрупповой X-функтор. Тогда для любой X-группы G справедливо включение $(\theta \circ \theta)(G) \subseteq \theta(G)$.*

Лемма 2. *Пусть X – непустой наследственный класс групп, τ – решеточный транзитивный подгрупповой X-функтор, θ_1 – τ-фильтрующий подгрупповой X-функтор, причем $1 \in \theta_1(G)$ для любой группы $G \in X$, θ_2 – τ-фильтрующий регулярный подгрупповой X-функтор. Тогда $\tau = \theta_1 \circ \theta_2$.*

Доказательство. Отметим, что, в силу наследственности класса групп X, $N \in X$ для любой подгруппы N группы G.

1) Покажем, что $\theta_1 \circ \theta_2 \le \tau$. Пусть $G \in X$, $A \in \theta_1 \circ \theta_2(G)$. Покажем, что $A \in \tau(G)$. Так как $A \in \theta_1 \circ \theta_2(G)$, то, по определению произведения подгрупповых функторов, существует $B \in \theta_2(G)$ такая, что $A \in \theta_1(B)$. Так как θ_1 и θ_2 – τ-фильтрующие подгрупповые X-функторы, то $\theta_1(B) \subseteq \tau(B)$ и $\theta_2(G) \subseteq \tau(G)$. Значит, $B \in \tau(G)$ и $A \in \tau(B)$. Поэтому, в силу леммы 1, имеем $A \in \tau \circ \tau(G) \subseteq \tau(G)$. Тем самым мы показали, что $\theta_1 \circ \theta_2(G) \subseteq \tau(G)$ для любой группы $G \in X$, то есть $\theta_1 \circ \theta_2 \le \tau$.

2) Покажем, что $\tau \le \theta_1 \circ \theta_2$. Пусть $M \in X$, $L \in \tau(M)$. Покажем, что $L \in \theta_1 \circ \theta_2(M)$. Так как θ_1 – τ-фильтрующий подгрупповой X-функтор и $1 \in \theta_1(G)$ для любой группы $G \in X$, то из $L \in \tau(M)$, $1 \in \theta_1(M)$ и $1 \subseteq L$ следует, что $L \in \theta_1(M)$. Далее, так как θ_2 – регулярный подгрупповой X-функтор, то $M \in \theta_2(M)$. Тогда из $L \in \theta_1(M)$ и $M \in \theta_2(M)$ имеем $L \in \theta_1 \circ \theta_2(M)$. Таким образом, $\tau \le \theta_1 \circ \theta_2$.

Из 1) и 2) следует, что $\tau = \theta_1 \circ \theta_2$. Лемма доказана.

Пусть τ – решеточный подгрупповой X-функтор. Подгрупповой X-функтор θ называется τ-идеальным X-функтором, если для любой X-группы G множество $\theta(G)$ является идеалом решетки $\tau(G)$, то есть $\theta(G) \subseteq \tau(G)$ и для любой X-группы G выполняются следующие условия:

1) если $A \in \theta(G)$, $X \in \tau(G)$ и $X \subseteq A$, то $X \in \theta(G)$;

2) если $A \in \theta(G)$, $B \in \theta(G)$, то $\langle A,B \rangle \in \theta(G)$ [2].

Лемма 3. *Пусть X – непустой наследственный класс групп, τ – решеточный транзитивный подгрупповой X-функтор, θ_1 и θ_2 – τ-идеальные регулярные подгрупповые X-функторы. Тогда $\tau = \theta_1 \circ \theta_2$.*

Доказательство. Отметим, что, в силу наследственности класса групп X, $N \in X$ для любой подгруппы N группы G.

1) Покажем, что $\theta_1\circ\theta_2\leq\tau$. Пусть $G\in\mathfrak{X}$, $A\in\theta_1\circ\theta_2(G)$. Покажем, что $A\in\tau(G)$. Так как $A\in\theta_1\circ\theta_2(G)$, то, по определению произведения подгрупповых функторов, существует $B\in\theta_2(G)$ такая, что $A\in\theta_1(B)$. Так как θ_1 и θ_2 – τ-идеальные подгрупповые $\mathfrak{X}$-функторы, то $\theta_1(B)\subseteq\tau(B)$ и $\theta_2(G)\subseteq\tau(G)$. Значит, $B\in\tau(G)$ и $A\in\tau(B)$. Поэтому, в силу леммы 1, имеем $A\in\tau\circ\tau(G)\subseteq\tau(G)$. Тем самым мы показали, что $\theta_1\circ\theta_2(G)\subseteq\tau(G)$ для любой группы $G\in\mathfrak{X}$, то есть $\theta_1\circ\theta_2\leq\tau$.

2) Покажем, что $\tau\leq\theta_1\circ\theta_2$. Пусть $M\in\mathfrak{X}$, $L\in\tau(M)$. Покажем, что $L\in\theta_1\circ\theta_2(M)$. Так как θ_1 – τ-идеальный регулярный подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор, то из $L\in\tau(M)$, $M\in\theta_1(M)$ и $L\subseteq M$ следует, что $L\in\theta_1(M)$. Далее, так как θ_2 – регулярный подгрупповой $\mathfrak{X}$-функтор, то $M\in\theta_2(M)$. Тогда из $L\in\theta_1(M)$ и $M\in\theta_2(M)$ имеем $L\in\theta_1\circ\theta_2(M)$. Таким образом, $\tau\leq\theta_1\circ\theta_2$.

Из 1) и 2) следует, что $\tau=\theta_1\circ\theta_2$. Лемма доказана.

В следующих теоремах устанавливаются некоторые свойства θ-замкнутых классов групп.

Пусть θ – подгрупповой функтор. Класс групп $\mathfrak{X}$ называется θ-замкнутым, для любой группы $G\in\mathfrak{X}$ $\theta(G)\subseteq\mathfrak{X}$.

Теорема 1. *Пусть τ – решеточный подгрупповой функтор, θ – τ-идеальный регулярный подгрупповой функтор. Класс групп $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым тогда и только тогда, когда $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп.*

Доказательство. Необходимость. Пусть $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым классом групп. Покажем, что $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп. Пусть $G\in\mathfrak{F}$ и $N\in\theta(G)$. Покажем, что $N\in\mathfrak{F}$. Так как θ – τ-идеальный подгрупповой функтор, то $\theta(G)\subseteq\tau(G)$. Значит, $N\in\tau(G)$. В силу τ-замкнутости класса $\mathfrak{F}$ имеем $\tau(G)\subseteq\mathfrak{F}$ и, следовательно, $N\in\mathfrak{F}$. Таким образом, $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп.

Достаточность. Пусть $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп. Покажем, что $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым классом. Пусть $G\in\mathfrak{F}$ и $A\in\tau(G)$. Покажем, что $A\in\mathfrak{F}$. Так как θ – регулярный подгрупповой функтор, то $G\in\theta(G)$. Тогда в силу τ-идеальности подгруппового функтора θ из $G\in\theta(G)$, $A\in\tau(G)$ и $A\subseteq G$ следует, что $A\in\theta(G)$. По условию, $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп. Значит, из $G\in\mathfrak{F}$ заключаем, что $\theta(G)\subseteq\mathfrak{F}$. Поэтому $A\in\mathfrak{F}$. Тем самым мы показали, что $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым классом групп. Теорема доказана.

Теорема 2. *Пусть τ – решеточный подгрупповой функтор, θ – τ-фильтрующий подгрупповой функтор, причем $1\in\tau(G)$ для любой группы G. Класс групп $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым тогда и только тогда, когда $\mathfrak{F}$ – θ- замкнутый класс групп.*

Доказательство. Необходимость. Пусть $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым классом групп. Покажем, что $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс. Пусть $G\in\mathfrak{F}$ и $N\in\theta(G)$. Покажем, что $N\in\mathfrak{F}$. Так как θ – τ-фильтрующий подгрупповой функтор, то $\theta(G)\subseteq\tau(G)$. Значит, $N\in\tau(G)$. В силу τ-замкнутости класса $\mathfrak{F}$ имеем $\tau(G)\subseteq\mathfrak{F}$ и, следовательно, $N\in\mathfrak{F}$. Таким образом, $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп.

Достаточность. Пусть $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп. Покажем, что $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым классом. Пусть $G\in\mathfrak{F}$ и $A\in\tau(G)$. Покажем, что $A\in\mathfrak{F}$. Так как $1\in\tau(G)$ и θ – τ-фильтрующий подгрупповой функтор, то из $G\in\theta(G)$, $A\in\tau(G)$ и $1\subseteq A$ следует, что $A\in\theta(G)$. По условию, $\mathfrak{F}$ – θ-замкнутый класс групп. Значит, из $G\in\mathfrak{F}$ заключаем, что $\theta(G)\subseteq\mathfrak{F}$. Поэтому $A\in\mathfrak{F}$. Тем самым мы показали, что $\mathfrak{F}$ является τ-замкнутым классом. Теорема доказана.

Список литературы

1. Amitsur S. A general theory of radikals // Amer. J. Math. – 1952. – V. 76.– P. 774–786.
2. Каморников С.Ф., Селькин М.В. Подгрупповые функторы и классы конечных групп. – Минск: Беларуская навука, 2003. – 254 с.
3. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов. Учебное пособие. – Гомель: Гомельский государственный ун-т им. Ф. Скорины», 2003. – 322 с.

Об авторе

Корпачева Марина Александровна − кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *makorpachova@mail.ru.*

ON SOME PROPERTIES OF LATTICE SUBGROUP FUNCTORS

M. A. Korpacheva

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

Only finite groups are considered. Let $\mathfrak{X}$ be nonempty class of groups. A function θ mapping each group G from $\mathfrak{X}$ onto a certain nonempty system θ(G) of its subgroups is called a subgroup $\mathfrak{X}$-functor (or else a subgroup functor on $\mathfrak{X}$), if $(\theta(G))^{\varphi}=\theta(G^{\varphi})$ for any isomorphism φ of every group G from $\mathfrak{X}$. In this paper we study some properties of lattice subgroup $\mathfrak{X}$-functors.

Keywords: *a finite group, a class of groups, a subgroup $\mathfrak{X}$-functor, a regular subgroup $\mathfrak{X}$-functor, lattice subgroup $\mathfrak{X}$-functors.*

References

1. Amitsur S. A general theory of radikals // Amer. J. Math. – 1952. – V. 76.– P. 774–786.
2. Kamornikov S.F., Selkin M.V. Subgroup functors and classes of finite groups. – Minsk: Belarusian science, 2003. – 254 p.
3. Monahov V. S. Introduction to the theory of finite groups and their classes. Textbook. – Gomel: Gomel State University named after F. Skorina, 2003. – 322 p.

About author

Korpacheva M. A. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University, e-mail: *makorpachova@mail.ru.*

УДК 512.542

О СТРОЕНИИ ω-ВЕЕРНЫХ И Ω-РАССЛОЕННЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА И ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

С. П. Максаков, М. М. Сорокина
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Рассматриваются только конечные группы. Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, ω – непустое подмножество множества $\mathbb{P}$, $\mathfrak{I}$ – класс всех конечных простых групп, Ω – непустой подкласс класса $\mathfrak{I}$. В статье изучаются ω-веерные и Ω-расслоеные классы Фиттинга и формации конечных групп. Получено описание строения данных классов.

***Ключевые слова*:** *конечная группа, класс групп, формация групп, класс Фиттинга, ω-веерная формация, ω-веерный класс Фиттинга, Ω-расслоенная формация, Ω-расслоенный класс Фиттинга.*

В теории классов конечных групп эффективным средством для изучения формаций и классов Фиттинга являются функции (называемые в настоящее время спутниками), в качестве области определения которых выступает либо множество всех простых чисел $\mathbb{P}$, либо класс всех конечных простых групп $\mathfrak{I}$. Такой функциональный подход к изучению формаций был заложен в 1963 году в работе В. Гашюца [18], в которой с помощью функциональных методов были построены локальные формации, имеющие функцию-спутник вида $f\colon \mathbb{P} \to \{$формации групп$\}$. В 1969 году Б. Хартли, используя функциональные методы, построил локальные классы Фиттинга, обладающие спутником вида $f\colon \mathbb{P} \to \{$классы Фиттинга групп$\}$ [17]. Позднее, в 1974 году Л.А. Шеметков ввел в рассмотрение композиционные формации, спутниками которых являются функции вида $f\colon \mathfrak{I} \to \{$формации групп$\}$ [13]. Локальные и композиционные формации и классы Фиттинга являются наиболее изученными в теории классов конечных групп; они нашли широкое применение как в теории классов конечных групп, так и в теории конечных групп в целом (см., например, [3, 15, 16]).

В дальнейшем идея использования функциональных методов в теории классов конечных групп развивалась в направлении изменения области определения рассматриваемых функций-спутников: в качестве области определения стали рассматриваться не множество $\mathbb{P}$ всех простых чисел, а некоторое его непустое подмножество ω (в определенных целях дополненное одним элементом, не принадлежащим ω); не класс $\mathfrak{I}$ всех конечных простых групп, а некоторый его непустой подкласс Ω (дополненный одним элементом, не принадлежащим Ω). На этом пути Л.А. Шеметковым и А.Н. Скибой были определены ω-локальные формации и ω-локальные классы Фиттинга, Ω-композиционные формации и Ω-композиционные классы Фиттинга (см., например, [9, 10, 11, 14]).

В 1999 году В.А. Ведерниковым был предложен новый функциональный подход к изучению классов конечных групп, основанный на использовании для формаций и классов Фиттинга новой функции – функции-направления. Им совместно с М.М. Сорокиной были построены две новые серии формаций и классов Фиттинга − ω-веерные и Ω-расслоенные формации и классы Фиттинга (см., например, [1, 2]). Отметим, что ω-локальные формации и классы Фиттинга являются представителями первой серии классов, а Ω-композиционные формации и классы Фиттинга – представителями второй. Изучением различных видов ω-веерных и Ω-расслоенных формаций и классов Фиттинга занимались Ю.А. Еловикова, О.В. Камозина, М.А. Корпачева, Д.Г. Коптюх, С.В. Чиспияков, М.М. Сорокина, Н.В. Силенок, В.Е. Егорова, Е.Н. Демина и др. (см., например, [4, 5, 8, 12]).

В теории классов конечных групп хорошо известны формулы, описывающие строение локальных и композиционных формаций, локальных и ω-локальных классов Фиттинга (см., например, [3, 6, 15, 16]). Настоящая работа посвящена изучению строения ω-веерных и Ω-расслоенных классов Фиттинга и формаций конечных групп.

В работе рассматриваются только конечные группы. Используемые обозначения и определения можно найти в [1, 2, 15, 16]. Приведем лишь некоторые из них.

Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *формацией* (или, иначе, корадикальным классом), если выполняется два условия:

1) из $G \in \mathfrak{F}$ и $N \lhd G$ следует $G/N \in \mathfrak{F}$;

2) из $G/A \in \mathfrak{F}$ и $G/B \in \mathfrak{F}$ следует $G/A \cap B \in \mathfrak{F}$.

Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга* (или, иначе, радикальным классом), если выполняется два условия:

1) из $G \in \mathfrak{F}$ и $N \lhd G$ следует $N \in \mathfrak{F}$;

2) из $G = AB$, $A \lhd G$, $B \lhd G$, $A \in \mathfrak{F}$, $B \in \mathfrak{F}$ следует $G \in \mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{X}$ – непустое множество групп. Тогда $(\mathfrak{X})$ обозначает класс групп, порожденный множеством $\mathfrak{X}$; в частности; $\mathrm{form}\,(\mathfrak{X})$ − формация, порожденная множеством $\mathfrak{X}$; $\mathrm{fit}\,(\mathfrak{X})$ − класс Фиттинга, порожденный множеством $\mathfrak{X}$; $G^{\mathfrak{F}}$ − $\mathfrak{F}$-*корадикал* группы G, т.е. наименьшая нормальная подгруппа группы G, фактор-группа по которой принадлежит $\mathfrak{F}$, где $\mathfrak{F}$ – непустая формация; $G_{\mathfrak{F}}$ − $\mathfrak{F}$-*радикал* группы G, т.е. наибольшая нормальная подгруппа группы G, принадлежащая $\mathfrak{F}$, где $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга. Через $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ обозначается *произведение* классов групп $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$, т.е.

$$\mathfrak{F}\mathfrak{H} = (G \mid \exists N \lhd G: N \in \mathfrak{F}, G/N \in \mathfrak{H});$$

через $\mathfrak{F} \circ \mathfrak{H}$ обозначается *корадикальное произведение* классов групп $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$ т.е.

$$\mathfrak{F} \circ \mathfrak{H} = (G \mid G^{\mathfrak{H}} \in \mathfrak{F});$$

где $\mathfrak{F}$ – класс групп, $\mathfrak{H}$ – непустая формация; через $\mathfrak{F} \diamond \mathfrak{H}$ − *радикальное произведение* классов групп $\mathfrak{F}$ и $\mathfrak{H}$, т.е.

$$\mathfrak{F} \diamond \mathfrak{H} = \{G \mid G/G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{H}\},$$

где $\mathfrak{F}$ – непустой класс Фиттинга, $\mathfrak{H}$ – класс групп.

1. ω-Веерные классы Фиттинга

Пусть $\mathfrak{E}$ – класс всех конечных групп, ω – непустое подмножество множества $\mathbb{P}$ всех простых чисел; $\{\omega'\}$ – одноэлементное множество, состоящее из одного элемента ω'. Через $\mathfrak{E}_{\omega}$ обозначается класс всех ω-групп, т.е. таких групп G, что $\pi(G) \subseteq \omega$; $O_{\omega}(G) = G_{\mathfrak{E}_{\omega}}$ – $\mathfrak{E}_{\omega}$-радикал группы G; $O^{\omega}(G) = G^{\mathfrak{E}_{\omega}}$ – $\mathfrak{E}_{\omega}$-корадикал группы G, $\mathfrak{E}_{p'}$ – класс всех конечных p'-групп, где $p \in \mathbb{P}$.

Функция $f{:}\omega \cup \{\omega'\} \to$\{классы Фиттинга групп\}, где $f(\omega') \neq \emptyset$, называется *$\omega R$-функцией*; функция h: $\mathbb{P} \to$\{классы Фиттинга групп\} называется *$\mathbb{P}R$-функцией*; функция $\delta{:}\mathbb{P} \to$\{непустые формации Фиттинга\} называется *$\mathbb{P}FR$-функцией*. Класс Фиттинга

$$\mathfrak{F} = \omega R(f, \delta) = (G \in \mathfrak{E} \mid O^{\omega}(G) \in f(\omega') \text{ и } G^{\delta(p)} \in f(p) \text{ для всех } p \in \omega \cap \pi(G))$$

называется *ω-веерным классом Фиттинга* с ωR-спутником f и направлением δ. Класс Фиттинга

$$\mathfrak{H} = \mathbb{P}R(h, \delta) = (G \in \mathfrak{E} \mid G^{\delta(p)} \in h(p) \text{ для всех } p \in \pi(G))$$

называется *веерным классом Фиттинга* с R-спутником h и направлением δ [1]. Через δ_0 обозначается направление *ω-полного* класса Фиттинга, т.е. $\delta_0(p) = \mathfrak{E}_{p'}$ для любого $p \in \mathbb{P}$. Через $\omega R(\mathfrak{X}, \delta)$ обозначается ω-веерный класс Фиттинга с направлением δ, порожденный множеством групп $\mathfrak{X}$.

Лемма 1.1 (теорема 11 [1]). *Пусть $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп. Тогда ω-веерный класс Фиттинга $\mathfrak{F} = \omega R(\mathfrak{X}, \delta)$ с направлением δ, где $\delta_0 \leq \delta$, обладает единственным минимальным ωR-спутником f таким, что $f(\omega') = \mathrm{fit}(O^{\omega}(G) \mid G \in \mathfrak{X})$, $f(p) = \mathrm{fit}(G^{\delta(p)} \mid G \in \mathfrak{X})$ для всех $p \in \omega \cap \pi(\mathfrak{X})$ и $f(p) = \emptyset$, если $p \in \omega \setminus \pi(\mathfrak{X})$.*

Лемма 1.2 (теорема 5.38 [7]). *Пусть* $\mathfrak{X}$ *–* S_n*-замкнутый класс групп и* $\mathfrak{H}$ *– формация. Тогда* $\mathfrak{X} \circ \mathfrak{H} = \mathfrak{X}\mathfrak{H}$.

Рассмотрим строение ω-веерного класса Фиттинга с направлением δ, где $\delta_0 \leq \delta$.

Теорема 1.1. *Пусть* f *– произвольный* ωR*-спутник* ω*-веерного класса Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *с направлением* δ, *где* $\delta_0 \leq \delta$. *Тогда* $\mathfrak{F}$ *имеет следующее строение*:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})} \cap \left(\bigcap_{p \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega} f(p)\delta(p)\right) \cap f(\omega')\mathfrak{E}_{\omega}.$$

Доказательство. Пусть $\mathfrak{B} = \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})} \cap \left(\bigcap_{p \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega} f(p)\delta(p)\right) \cap f(\omega')\mathfrak{E}_{\omega}$.

I. Покажем, что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{B}$. Пусть $G \in \mathfrak{F}$.

1) Установим, что $G \in f(\omega')\mathfrak{E}_{\omega}$. Рассмотрим подгруппу $O^{\omega}(G)$ группы G. По определению ω-веерного класса Фиттинга $O^{\omega}(G) \in f(\omega')$ (1). С другой стороны, по определению $\mathfrak{E}_{\omega}$-корадикала группы справедливо $O^{\omega}(G) \lhd G$ и $G/O^{\omega}(G) \in \mathfrak{E}_{\omega}$ (2). Из (1) и (2) по определению произведения классов групп получаем $G \in f(\omega')\mathfrak{E}_{\omega}$.

2) Покажем, что $G \in \bigcap_{p \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega} f(p)\delta(p)$. Достаточно проверить, что $G \in f(p)\delta(p)$ для любого $p \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega$. Пусть p_1 – произвольное простое число из $\pi(\mathfrak{F}) \cap \omega$. Покажем, что $G \in f(p_1)\delta(p_1)$. Так как $G \in \mathfrak{F}$, то $\pi(G) \subseteq \pi(\mathfrak{F})$ и, значит, $\pi(G) \cap \omega \subseteq \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega$. Возможны два случая.

а) Пусть $p_1 \in \pi(G) \cap \omega$. Так как $G \in \mathfrak{F}$, то по определению ω-веерного класса Фиттинга $G^{\delta(p_1)} \in f(p_1)$. По определению $\delta(p_1)$-корадикала группы $G/G^{\delta(p_1)} \in \delta(p_1)$. Следовательно, по определению произведения классов групп получаем, что $G \in f(p_1)\delta(p_1)$.

б) Пусть $p_1 \in (\pi(\mathfrak{F}) \cap \omega) \setminus \pi(G)$. Тогда $G \in \mathfrak{E}_{p_1'} = \delta_0(p_1)$. Так как по условию $\delta_0 \leq \delta$, то $G \in \delta(p_1)$. Таким образом, $G \cong G/1 \in \delta(p_1)$. Покажем, что $1 \in f(p_1)$. Для этого достаточно установить, что $f(p_1) \neq \emptyset$. Пусть f_1 – минимальный ω-спутник ω-веерного класса Фиттинга $\mathfrak{F}$. По лемме 1.1 справедливо включение $f_1(p_1) \subseteq f(p_1)$ (3). Покажем, что $f_1(p_1) \neq \emptyset$. Так как $\mathfrak{F} = \omega R(\mathfrak{F}, \delta)$, то по лемме 1.1 $f_1(q) \neq \emptyset$ тогда и только тогда, когда $q \in \omega \cap \pi(\mathfrak{F})$. Из выбора p_1 следует, что $f_1(p_1) \neq \emptyset$ (4). Из (3) и (4) получаем, что $f(p_1) \neq \emptyset$. Так как $f(p_1)$ – S_n-замкнутый класс групп, то $1 \in f(p_1)$. Следовательно, $G \in f(p_1)\delta(p_1)$.

Из а) и б) получаем, что $G \in f(p)\delta(p)$ для любого $p \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega$, а значит,

$$G \in \bigcap_{p \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega} f(p)\delta(p).$$

3) Покажем, что $G \in \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})}$. Действительно, так как $G \in \mathfrak{F}$, то $\pi(G) \subseteq \pi(\mathfrak{F})$. Это означает, что $G \in \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})}$.

Из 1) – 3) следует, что $G \in \mathfrak{B}$, и поэтому $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{B}$.

II. Проверим, что $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{F}$. Пусть $G \in \mathfrak{B}$. Установим, что $G \in \mathfrak{F}$.

1) Так как $G \in \mathfrak{B}$, то $G \in f(\omega')\mathfrak{E}_{\omega}$. Поскольку $f(\omega')$ – S_n-замкнутый класс групп, $\mathfrak{E}_{\omega}$ – формация, то по лемме 1.2 $f(\omega')\mathfrak{E}_{\omega} = f(\omega') \circ \mathfrak{E}_{\omega}$. По определению корадикального произведения классов групп $G^{\mathfrak{E}_{\omega}} \in f(\omega')$.

2) Докажем, что для любого $p \in \pi(G) \cap \omega$ выполняется условие $G^{\delta(p)} \in f(p)$. Так как $G \in \mathfrak{B}$, то $G \in f(q)\delta(q)$ для любого числа $q \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega$. Пусть $q_1 \in \pi(G) \cap \omega$. Покажем, что $G^{\delta(q_1)} \in f(q_1)$. Достаточно установить, что $q_1 \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega$. Действительно, так как $G \in \mathfrak{B}$, то $G \in \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})}$. Поэтому справедливо включение $\pi(G) \subseteq \pi(\mathfrak{F})$ и, значит, $q_1 \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega$. Отсюда получаем, что $G \in f(q_1)\delta(q_1)$.

Так как $f(q_1)$ – класс Фиттинга, а $\delta(q_1)$ – формация, то по лемме 1.2 имеем равенство $f(q_1)\delta(q_1) = f(q_1) \circ \delta(q_1)$. Тогда, согласно определению корадикального произведения, справедливо $G^{\delta(q_1)} \in f(q_1)$.

Из 1) и 2) по определению ω-веерного класса Фиттинга получаем, что $G \in \mathfrak{F}$, а, следовательно, $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{F}$.

Из I и II следует равенство $\mathfrak{F} = \mathfrak{B}$. Теорема доказана.

Следствие 1.1. *Пусть h – произвольный R-спутник веерного класса Фиттинга $\mathfrak{H}$ с направлением δ, где $\delta_0 \le \delta$. Тогда $\mathfrak{H}$ имеет следующее строение*:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{H})} \cap \left(\cap_{p \in \pi(\mathfrak{H})} h(p)\delta(p) \right).$$

2. *Ω*-Расслоенные классы Фиттинга

Пусть $\mathfrak{I}$ – класс всех конечных простых групп, Ω – непустой подкласс класса $\mathfrak{I}$, $\{\Omega'\}$ – одноэлементное множество, состоящее из одного элемента Ω'. Через $K(G)$ обозначается класс всех простых групп, изоморфных композиционным факторам группы G; $K(\mathfrak{X})$ – объединение классов $K(G)$ для всех $G \in \mathfrak{X}$, где $\mathfrak{X}$ – класс групп. Через $\mathfrak{E}_\Omega$ обозначается класс всех Ω-групп, т.е. таких групп, для которых $K(G) \subseteq \Omega$; $O_\Omega(G) = G_{\mathfrak{E}_\Omega}$ – $\mathfrak{E}_\Omega$-радикал группы G; $O^\Omega(G) = G^{\mathfrak{E}_\Omega}$ – $\mathfrak{E}_\Omega$-корадикал группы G; $\mathfrak{E}_{A'}$ – класс всех A'-групп, где $A' = \mathfrak{I} \backslash (A)$.

Функция f: $\Omega \cup \{\Omega'\} \to$ {классы Фиттинга групп}, где $f(\Omega') \neq \emptyset$, называется *$\Omega R$-функцией*; функция h: $\mathfrak{I} \to$ {классы Фиттинга групп} называется *R-функцией*; функция φ:$\mathfrak{I} \to$ {непустые формации Фиттинга} называется *FR-функцией*. Функции f, h и φ принимают одинаковые значения на изоморфных группах из области определения. Класс Фиттинга

$$\mathfrak{F} = \Omega R(f, \varphi) = (G \in \mathfrak{E} \mid O^\Omega(G) \in f(\Omega') \text{ и } G^{\varphi(A)} \in f(A) \text{ для всех } A \in \Omega \cap K(G))$$

называется *Ω-расслоенным классом Фиттинга* с ΩR-спутником f и направлением φ. Класс Фиттинга

$$\mathfrak{H} = R(h, \varphi) = (G \in \mathfrak{E} \mid G^{\varphi(A)} \in h(A) \text{ для всех } A \in K(G))$$

называется *расслоенным классом Фиттинга* с R-спутником h и направлением φ [2]. Через φ_0 обозначается направление *Ω-свободного* класса Фиттинга, т.е. $\varphi_0(A) = \mathfrak{E}_{A'}$ для любой группы $A \in \mathfrak{I}$. Через $\Omega R(\mathfrak{X}, \varphi)$ обозначается Ω-расслоенный класс Фиттинга с направлением φ, порожденный множеством групп $\mathfrak{X}$.

Лемма 2.1 (теорема 10 [2]). *Пусть $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп. Тогда Ω-расслоенный класс Фиттинга $\mathfrak{F} = \Omega R(\mathfrak{X}, \varphi)$ с направлением φ, где $\varphi_0 \le \varphi$, обладает единственным минимальным ΩR-спутником f таким, что $f(\Omega')=\mathrm{fit}(O^\Omega(G) | G \in \mathfrak{X})$, $f(A)=\mathrm{fit}(G^{\varphi(A)} | G \in \mathfrak{X})$ для всех $A \in \Omega \cap K(\mathfrak{X})$ и $f(A) = \emptyset$, если $A \in \Omega \backslash K(\mathfrak{X})$.*

Рассмотрим строение Ω-расслоенного класса Фиттинга с направлением φ, где $\varphi_0 \le \varphi$.

Теорема 2.1. *Пусть f – произвольный ΩR-спутник Ω-расслоенного класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ с направлением φ, где $\varphi_0 \le \varphi$. Тогда $\mathfrak{F}$ имеет следующее строение*:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})} \cap \left(\cap_{A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega} f(A)\varphi(A) \right) \cap f(\Omega')\mathfrak{E}_\Omega.$$

Доказательство. Пусть $\mathfrak{B} = \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})} \cap \left(\cap_{A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega} f(A)\varphi(A) \right) \cap f(\Omega')\mathfrak{E}_\Omega$.

I. Покажем, что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{B}$. Пусть $G \in \mathfrak{F}$.

1) Установим, что $G \in f(\Omega')\mathfrak{E}_\Omega$. По определению Ω-расслоенного класса Фиттинга имеем $O^\Omega(G) \in f(\Omega')$ (5). С другой стороны, по определению $\mathfrak{E}_\Omega$-корадикала группы справедливо $O^\Omega(G) \lhd G$ и $G/O^\Omega(G) \in \mathfrak{E}_\Omega$ (6). Из (5) и (6) по определению произведения классов групп получаем, что $G \in f(\Omega')\mathfrak{E}_\Omega$.

2) Покажем, что $G \in \cap_{A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega} f(A)\varphi(A)$. Пусть A_1 – произвольная группа из $K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Так как $G \in \mathfrak{F}$, то $K(G) \subseteq K(\mathfrak{F})$ и, значит, $K(G) \cap \Omega \subseteq K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Возможны два случая.

а) Пусть $A_1 \in K(G) \cap \Omega$. Так как $G \in \mathfrak{F}$, то по определению Ω-расслоенного класса Фиттинга $G^{\varphi(A_1)} \in f(A_1)$. По определению $\varphi(A_1)$-корадикала группы справедливо, что $G/G^{\varphi(A_1)} \in \varphi(A_1)$. Следовательно, по определению произведения классов групп получаем, что $G \in f(A_1)\varphi(A_1)$.

б) Пусть $A_1 \in (K(\mathfrak{F}) \cap \Omega) \setminus K(G)$. Тогда $G \in \mathfrak{E}_{(A_1)'} = \varphi_0(A_1)$. Так как по условию теоремы $\varphi_0 \leq \varphi$, то $G \cong G/1 \in \varphi(A_1)$. Покажем, что $f(A_1) \neq \emptyset$. Пусть f_1 – минимальный Ω-спутник Ω-расслоенного класса Фиттинга $\mathfrak{F}$. По лемме 2.1 справедливо следующее включение $f_1(A_1) \subseteq f(A_1)$ (7). Так как $\mathfrak{F} = \Omega R(\mathfrak{F}, \varphi)$, то по лемме 2.1 $f_1(B) \neq \emptyset$ тогда и только тогда, когда $B \in \Omega \cap K(\mathfrak{F})$. Из выбора A_1 следует, что $A_1 \in \Omega \cap K(\mathfrak{F})$ и $f_1(A_1) \neq \emptyset$ (8). Из (7) и (8) следует, что $f(A_1) \neq \emptyset$. Так как $f(A_1)$ – S_n-замкнутый класс групп, то $1 \in f(A_1)$. Следовательно, $G \in f(A_1)\varphi(A_1)$.

Из а) и б) получаем, что $G \in f(A)\varphi(A)$ для любого $A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$, а значит,

$$G \in \bigcap_{A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega} f(A)\varphi(A).$$

3) Так как $G \in \mathfrak{F}$, то $K(G) \subseteq K(\mathfrak{F})$. Поэтому $G \in \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})}$.

Из 1) – 3) следует, что $G \in \mathfrak{B}$, а значит, $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{B}$.

II. Проверим, что $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{F}$. Пусть $G \in \mathfrak{B}$. Установим, что $G \in \mathfrak{F}$.

1) Так как $G \in \mathfrak{H}$, то $G \in f(\Omega')\mathfrak{E}_\Omega$. По лемме 1.2 $f(\Omega')\mathfrak{E}_\Omega = f(\Omega') \circ \mathfrak{E}_\Omega$. Поэтому $G^{\mathfrak{E}_\Omega} \in f(\Omega')$.

2) Докажем, что для любого $A \in K(G) \cap \Omega$ выполняется $G^{\varphi(A)} \in f(A)$. Так как $G \in \mathfrak{B}$, то $G \in f(B)\varphi(B)$ для любого $B \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Пусть $B_1 \in K(G) \cap \Omega$. Покажем, что справедливо $G^{\varphi(B_1)} \in f(B_1)$. Достаточно установить, что $B_1 \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Действительно, так как $G \in \mathfrak{H}$, то $G \in \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})}$. Поэтому $K(G) \subseteq K(\mathfrak{F})$ и, значит, $B_1 \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Отсюда имеем $G \in f(B_1)\varphi(B_1)$.

Так как $f(B_1)$ – класс Фиттинга, а $\varphi(B_1)$ – формация, то по лемме 1.2 $f(B_1)\varphi(B_1) = f(B_1) \circ \varphi(B_1)$ и, значит, $G^{\varphi(B_1)} \in f(B_1)$ для любого $B_1 \in K(G) \cap \Omega$.

Таким образом, из 1) и 2) по определению Ω-расслоенного класса Фиттинга получаем, что $G \in \mathfrak{F}$, и поэтому $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{F}$.

Из I и II следует равенство $\mathfrak{F} = \mathfrak{B}$. Теорема доказана.

Следствие 2.1. *Пусть h – произвольный R-спутник расслоенного класса Фиттинга $\mathfrak{H}$ с направлением φ, где $\varphi_0 \leq \varphi$. Тогда $\mathfrak{H}$ имеет следующее строение*:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{H})} \cap \left(\bigcap_{A \in K(\mathfrak{H})} h(A)\varphi(A) \right).$$

3. *Ω*-Расслоенные формации

Функция $f\colon \Omega \cup \{\Omega'\} \rightarrow \{$формации групп$\}$, где $f(\Omega') \neq \emptyset$, называется *$\Omega$-функцией*; функция $h\colon \mathfrak{J} \rightarrow \{$формации групп$\}$ называется *F-функцией*. Функции f и h принимают одинаковые значения на изоморфных группах из области определения. Пусть $\varphi\colon \mathfrak{J} \rightarrow \{$непустые формации Фиттинга$\}$ – произвольная FR-функция. Формация

$$\mathfrak{F} = \Omega F(f, \varphi) = (G \in \mathfrak{E} \mid G/O_\Omega(G) \in f(\Omega') \text{ и } G/G_{\varphi(A)} \in f(A) \text{ для всех } A \in \Omega \cap K(G))$$

называется *Ω-расслоенной формацией* с ΩF-спутником f и направлением φ. Формация

$$\mathfrak{H} = F(h, \varphi) = (G \in \mathfrak{E} \mid G/G_{\varphi(A)} \in f(A) \text{ для всех } A \in K(G))$$

называется *расслоенной формацией* с Ω-спутником h и направлением φ [2]. Формация $\Omega F(f, \varphi_0)$ называется *Ω-свободной*. Через $\Omega F(\mathfrak{X}, \varphi)$ обозначается Ω-расслоенная формация с направлением φ, порожденная множеством групп $\mathfrak{X}$.

Лемма 3.1 (теорема 5 [2]). *Пусть $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп. Тогда Ω-расслоенная формация $\mathfrak{F} = \Omega F(\mathfrak{X}, \varphi)$ с направлением φ, где $\varphi_0 \leq \varphi$, обладает единственным минимальным ΩF-спутником f таким, что $f(p) = \mathrm{form}(G/G_{\varphi(A)} | G \in \mathfrak{X})$ для всех $A \in \Omega \cap K(\mathfrak{X})$, $f(\Omega') = \mathrm{form}(G/O_\Omega(G) | G \in \mathfrak{X})$ и $f(A) = \emptyset$, если $A \in \Omega \setminus K(\mathfrak{X})$.*

Лемма 3.2 (теорема 5.39 [7]). *Пусть $\mathfrak{X}$ – класс групп Фиттинга и $\mathfrak{H}$ – Q-замкнутый класс групп. Тогда $\mathfrak{X} \diamond \mathfrak{H} = \mathfrak{X}\mathfrak{H}$.*

Рассмотрим строение Ω-расслоенной формации с направлением φ, где $\varphi_0 \leq \varphi$.

Теорема 3.1. *Пусть f – произвольный ΩF-спутник Ω-расслоенной формации $\mathfrak{F}$ с направлением φ, где $\varphi_0 \leq \varphi$. Тогда $\mathfrak{F}$ имеет следующее строение*:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})} \cap \left(\cap_{A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega} \varphi(A) f(A) \right) \cap \mathfrak{E}_{\Omega} f(\Omega').$$

Доказательство. Пусть $\mathfrak{B} = \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})} \cap \left(\cap_{A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega} \varphi(A) f(A) \right) \cap \mathfrak{E}_{\Omega} f(\Omega')$.

I. Покажем, что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{B}$. Пусть $G \in \mathfrak{F}$. Тогда по определению Ω-расслоенной формации $G/O_{\Omega}(G) \in f(\Omega')$. Так как $O_{\Omega}(G) \in \mathfrak{E}_{\Omega}$, то по определению произведения классов групп получаем $G \in \mathfrak{E}_{\Omega} f(\Omega')$.

Пусть A_1 – произвольная группа из $K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Так как $G \in \mathfrak{F}$, то $K(G) \subseteq K(\mathfrak{F})$ и, значит, $K(G) \cap \Omega \subseteq K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Если $A_1 \in K(G) \cap \Omega$, то по определению Ω-расслоенной формации $G/G_{\varphi(A_1)} \in f(A_1)$. Поскольку справедливо $G_{\varphi(A_1)} \in \varphi(A_1)$, то $G \in \varphi(A_1) f(A_1)$. Предположим, что $A_1 \in (K(\mathfrak{F}) \cap \Omega) \backslash K(G)$. Тогда $G \in \mathfrak{E}_{A_1{}'} = \varphi_0(A_1) \subseteq \varphi(A_1)$. Пусть f_1 – минимальный ΩF-спутник Ω-расслоенной формации $\mathfrak{F}$. Так как $\mathfrak{F} = \Omega F(\mathfrak{F}, \varphi)$, то по лемме 3.1 $\emptyset \neq f_1(A_1) \subseteq f(A_1)$. Так как $f(A_1)$ – Q-замкнутый класс групп, то $1 \in f(A_1)$. Следовательно, $G \in \varphi(A_1) f(A_1)$.

Таким образом, $G \in \varphi(A) f(A)$ для любого $A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$, а значит,

$$G \in \cap_{A \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega} \varphi(A) f(A).$$

Так как $G \in \mathfrak{F}$, то $K(G) \subseteq K(\mathfrak{F})$. Поэтому $G \in \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})}$. Таким образом, $G \in \mathfrak{B}$. Тем самым установлено, что $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{B}$.

II. Покажем, что $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{F}$. Пусть $G \in \mathfrak{B}$. Тогда $G \in \mathfrak{E}_{\Omega} f(\Omega')$. По лемме 3.2 $\mathfrak{E}_{\Omega} f(\Omega') = \mathfrak{E}_{\Omega} \diamond f(\Omega')$ и, значит, $G/G_{\mathfrak{E}_{\Omega}} \in f(\Omega')$. Докажем, что для любого $A \in K(G) \cap \Omega$ выполняется $G/G_{\varphi(A)} \in f(A)$. Так как $G \in \mathfrak{B}$, то $G \in \varphi(B) f(B)$ для любого $B \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Пусть $B_1 \in K(G) \cap \Omega$. Поскольку $G \in \mathfrak{B}$, то $G \in \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{F})}$. Поэтому справедливо $K(G) \subseteq K(\mathfrak{F})$ и, значит, $B_1 \in K(\mathfrak{F}) \cap \Omega$. Отсюда получаем, что $G \in \varphi(B_1) f(B_1)$.

По лемме 3.2 имеем $\varphi(B_1) f(B_1) = \varphi(B_1) \diamond f(B_1)$ и $G/G_{\varphi(B_1)} \in f(B_1)$. По определению Ω-расслоенной формации $G \in \mathfrak{F}$. Таким образом, $\mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{F}$.

Из I и II получаем равенство $\mathfrak{F} = \mathfrak{B}$. Теорема доказана.

Следствие 3.1. *Пусть h – произвольный F-спутник расслоенной формации $\mathfrak{H}$ с направлением φ, где $\varphi_0 \leq \varphi$. Тогда $\mathfrak{H}$ имеет следующее строение*:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{E}_{K(\mathfrak{H})} \cap \left(\cap_{A \in K(\mathfrak{H})} \varphi(A) h(A) \right).$$

Замечание 3.1. В работе [12] изучается один из видов ω-веерных формаций $-$ ω-центральные формации, и, в частности, рассматривается формула, описывающая строение ω-центральной формации, из которой нетрудно получить следующую формулу для произвольной ω-веерной формации $\mathfrak{F}$ с направлением δ, где $\delta_0 \leq \delta$, и ΩF-спутником f:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})} \cap \left(\cap_{p \in \pi(\mathfrak{F}) \cap \omega} \delta(p) f(p) \right) \cap \mathfrak{E}_{\omega} f(\omega'),$$

а также формулу, описывающую строение произвольной веерной формации $\mathfrak{H}$ с направлением δ, где $\delta_0 \leq \delta$, с произвольным F-спутником h:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{E}_{\pi(\mathfrak{F})} \cap \left(\cap_{p \in \pi(\mathfrak{F})} \delta(p) h(p) \right).$$

Список литературы

1. Ведерников В.А., Сорокина М.М. Ω-Расслоенные формации и классы Фиттинга конечных групп // Дискретная математика, 13:3 (2001), 125−144.
2. Ведерников В.А., Сорокина М.М. ω-Веерные формации и классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки, 71:1 (2002), 43−60.
3. Воробьев Н.Н. Алгебра классов конечных групп: монография. – Витебск: ВГУ им.

П.М. Машерова, 2012. – 322 с.

4. Егорова В.А. Критические неоднопорожденные тотально канонические классы Фиттинга конечных групп // Математические заметки, 83:4 (2008), 520−527.

5. Камозина О.В. Булевы решетки n-кратно Ω-биканонических классов Фиттинга // Дискретная математика, 14:3 (2002), 47–53.

6. Каморников С.Ф., Селькин М.В. Подгрупповые функторы и классы конечных групп. – Мн.: Беларуская навука, 2003. – 254 с.

7. Монахов В.С. Введение в теорию конечных групп и их классов: учеб. пособие. – Мн.: Выш. шк., 2006. – 207 с.

8. Скачкова (Еловикова) Ю.А. Булевы решетки кратно Ω-расслоенных формаций // Дискретная математика, 14:3 (2002), 42–46.

9. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно ω-локальные формации и классы Фиттинга конечных групп // Матем. труды, 2:2 (1999), 114−147.

10. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Частично композиционные формации конечных групп // Докл. НАН Беларуси, 43:4 (1999), 5−8.

11. Скиба А.Н. Алгебра формаций. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.

12. Сорокина М.М., Котлярова М.В. ω-центральные формации конечных групп // Вестник Брянского государственного университета, № 3 (2004), 112–115.

13. Шеметков Л.А. Ступенчатые формации групп // Матем. сб., 94:4 (1974), 628−648.

14. Шеметков Л.А. О произведении формаций // Докл. АН БССР, 28:2 (1984), 101−103.

15. Шеметков Л.А. Формации конечных групп. – М.: Наука, 1978.

16. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. – Berlin: Gruyter, 1992. – 891 s.

17. Hartley B. On Fischer's dualization of formation theory // Proc. London Math. Soc., 3:9 (1969), 193−207.

18. Gaschutz W. Zur Theorie der endlichen auflosbaren Gruppen // Math. Z., 80:4 (1963), 300−305.

Сведения об авторах

Сорокина Марина Михайловна – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа, алгебры и геометрии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *mmsorokina@yandex.ru.*

Максаков Серафим Павлович – аспирант 1 курса физико-математического факультета по направлению «Математика и механика» Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *msp222@mail.ru.*

ON THE STRUCTURE OF ω-FIBERED AND Ω-FOLIATED FITTING CLASSES AND FORMATIONS OF FINITE GROUPS

S.P. Maksakov, M.M. Sorokina
Bryansk State University after Academician I.G. Petrovsky

We consider finite groups only. Let $\mathbb{P}$ be the set of all primes and ω be a nonempty subset of the set $\mathbb{P}$, let $\mathfrak{I}$ be the class of all simple finite groups and Ω be a nonempty subclass of the class $\mathfrak{I}$. In the paper a description of the structure of the ω-fibered and Ω-foliated Fitting classes and formations of finite groups is presented.
Keywords**:** *a finite group, a class of groups, a formation of groups, a Fitting class, a ω-fibered formation, a ω-fibered Fitting class, a Ω-foliated formation, a Ω-foliated Fitting class.*

References

1. Vedernikov V.A., Sorokina M.M. Ω-foliated formations and Fitting classes of finite groups // Discrete mathematics. – 2001. – V. 13. – №3. – P. 125−144.

2. Vedernikov V.A., Sorokina M.M. ω-Fibered formations and Fitting classes of finite groups // Mathematical notes. – 2002. – V. 71. – № 1. – P. 43−60.

3. Vorobiev N.N. Algebra of classes of finite groups: monograph. – Vitebsk: Vitebsk State University after P.M. Masherov, 2012. – 322 p.

4. Egorova V.E. Critical non-singly-generated totally canonical Fitting classes of finite groups // Math. Notes. – 2008. – V. 83. – № 4. – P. 520−527.

5. Kamozina O.V. Boolean lattices of n-multiple Ω-bicanonical Fitting classes // Discrete mathematics. – 2002. – V. 14. – № 3. – P. 47–53.

6. Kamornikov S.F., Selkin M.V. Subgroup functors and classes of finite groups. – Minsk: Belarusian science, 2003. – 254 p.

7. Monakhov V.S. Introduction to the theory of finite groups and classes of finite groups: textbook. – Minsk: Vyshaya shkola, 2006. – 207 p.

8. Skachkova (Yelovikova) Yu.A. Boolean lattices of multiple Ω-foliated formations // Discrete mathematics, 2002. – V. 14. – № 3. – 42–46.

9. Skiba A.N., Shemetkov L.A. Multiple ω-fibered formations and Fitting classes of finite groups // Mathematical works. – 1999. – V. 2 – № 2. – P. 114−147.

10. Skiba A.N., Shemetkov L.A. Partially composition formations of finite groups // National Academy of Sciences of Belarus report.– 1999. – V. 43. – № 4. – P. 5−8.

11. Skiba A.N. Algebra of formations. – Minsk: Belarusian science, 1997. – 240 c.

12. Sorokina M.M., Kotlyarova M.V. ω-central formations of finite groups // The Bryansk State University Herald. – 2004. – № 3. – P. 112–115.

13. Shemetkov L.A. Graduated formations of groups // Math., USSR SB. – 1974. – V. 94. – № 4. – P. 628−648.

14. Shemetkov L.A. On product of formations // Academy of Sciences USSR SB report. – 1984. – V. 28. – № 2. – P. 101−103.

15. Shemetkov L.A. Formations of finite groups. – Moscow: Nauka, 1978.

16. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. – Berlin: Gruyter, 1992. – 891 s.

17. Hartley B. On Fischer′s dualization of formation theory // Proc. London Math. Soc. – 1969. – V. 3. – № 9. – P. 193−207.

18. Gaschutz W. Zur Theorie der endlichen auflosbaren Gruppen // Math. Z. – 1963. – V. 80. – № 4. – P. 300−305.

About authors

Sorokina M. M. – ScD in Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *mmsorokina@yandex.ru.*

Maksakov S. P. – Posgraduate student, Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *msp222@mail.ru.*

УДК 517.925

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛАХ ВТОРОГО РОДА УРАВНЕНИЙ ЛЬЕНАРА С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В. Ш. Ройтенберг
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет»

Рассматривается уравнение Льенара с периодическими коэффициентами, зависящими от двух малых параметров и соответствующая динамическая система на цилиндрическом фазовом пространстве. При нулевых значениях параметров эта система предполагается консервативной с континуумом периодических траекторий не гомотопных нулю. Для каждой периодической траектории Г консервативной системы указано соотношение между параметрами, при котором уравнение имеет предельный цикл, рождающийся из Г. Описано асимптотическое поведение этого цикла.

Ключевые слова: *дифференциальное уравнение Льенара с периодическими коэффициентами, цилиндрическое фазовое пространство, предельный цикл.*

Введение. Уравнение Льенара $\ddot{x}+a_1(x)\dot{x}+a_0(x)=0$ играет важную роль к теории колебаний. Нахождению условий существования его периодических траекторий на фазовой плоскости посвящено большое число научных работ. Результаты и ссылки можно найти в книге [1]. В ряде работ давалась оценка числа предельных циклов уравнений Льенара с полиномиальными коэффициентами (см. например [2, 3]). Изучались и общие свойства уравнений Льенара [4]. Траектории уравнения Льенара с ω-периодическими коэффициентами естественно рассматривать на фазовом цилиндре $\mathbf{S}^1\times\mathbf{R}=\mathbf{R}/\omega\mathbf{Z}\times\mathbf{R}$. Для ряда уравнений, описывающих конкретные модели электротехники [5, 6] были получены условия существования предельных циклов второго рода (негомотопных нулю на фазовом цилиндре). В работах [7, 8] исследованы бифуркации «бесконечно удаленных» предельных циклов, а также найдены некоторые достаточные условия существования предельных циклов второго рода.

В настоящей работе ищутся предельные циклы второго рода уравнений Льенара, зависящих от двух малых параметров. При нулевых значениях параметров уравнение предполагается интегрируемым с континуумом периодических траекторий не гомотопных нулю.

1. Условия и результаты. Будем рассматривать уравнение

$$\ddot{x}=g_0(x)+\mu_1 g_1(x,\mu)+\mu_2 f(x,\mu)\dot{x}, \tag{1}$$

где $g_0(x)$ – ω-периодическая C^2-функция на $\mathbf{R}$, $f(x,\mu)$ и $g_1(x,\mu)$, $\mu=(\mu_1,\mu_2)$, – C^2-функции на $\mathbf{R}\times(-\delta_0,\delta_0)^2$, ω-периодические по x. Пусть

$$\forall x\in\mathbf{R}\ f(x,0)<0, \tag{2}$$

среднее значение $g_0(x)$ равно нулю:

$$\int_0^\omega g_0(x)\,dx=0, \tag{3}$$

а среднее значение $g_1(x,0)$ положительно:

$$m:=\int_0^\omega g_1(x,0)\,dx>0. \tag{4}$$

Перейдем от уравнения (1) к автономной системе

$$\begin{cases}\dot{x}=y,\\ \dot{y}=g_0(x)+\mu_1 g_1(x,\mu)+\mu_2 f(x,\mu)y\end{cases} \tag{5}$$

на цилиндре $\mathbf{S}^1\times\mathbf{R}=\mathbf{R}/\omega\mathbf{Z}\times\mathbf{R}$. Ее траектории являются интегральными кривыми дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx}=\frac{g_0(x)+\mu_1 g_1(x,\mu)}{y}+\mu_2 f(x,\mu). \tag{6}$$

Обозначим $l := \min_{x\in[0,\omega]} \int_0^x g_0(s)\,ds$. Пусть $h_0 := 0$, если $l \ge 0$, и $h_0 := \sqrt{2|l|}$, если $l < 0$.

При $\mu = 0$ уравнение (6) имеет решение

$$Y_0(x,h) = \sqrt{h^2 + 2\int_0^x g_0(s)\,ds}\,,\ x \in \mathbf{R},$$

удовлетворяющее начальному условию $Y_0(0,h) = h$ для $h > h_0$. Вследствие (3) оно ω-периодическое по x при всех $h > h_0$.

Выберем число $\underline{h} > h_0$. Тогда найдется такое число $\sigma > 0$, что при $h \ge \underline{h}$ и $\mu \in (-\sigma,\sigma)^2$ определено решение $Y(x,h,\mu)$, $x \in (-\omega, 2\omega)$, уравнения (6), удовлетворяющее начальному условию $Y(0,h,\mu) = h$; при этом $Y(x,h,\mu)$ принадлежит классу C^2.

Обозначим $Y_i(x,h) := \partial Y(x,h,0)/\partial\mu_i$ ($i = 1,2$). Из (6) при $\mu_2 = 0$ получаем

$$Y(x,h,\mu_1,0) = \sqrt{h^2 + 2\int_0^x (g_0(s) + \mu_1 g_1(x,\mu_1,0))\,ds}\,.$$

Поэтому

$$Y_1(x,h) = Y_0^{-1}(x,h)\int_0^x g_1(s,0)\,ds\,. \tag{7}$$

Функция $Y_2(x,h)$ удовлетворяет уравнению в вариациях

$$dY_2/dx = -g_0(x)Y_0^{-2}(x,h)Y_2 + f(x,0)$$

и начальному условию $Y_2(0,h) = 0$. Поэтому

$$Y_2(x,h) = Y_0^{-1}(x,h)\int_0^x Y_0(s,h)\,f(s,0)\,ds\,. \tag{8}$$

Обозначим

$$K_0(h) := -m/\int_0^{\omega} \sqrt{h^2 + 2\int_0^x g_0(s)\,ds}\, f(x,0)dx,\ h \in (h_0,\infty)\,.$$

Вследствие (2) и (4) $K_0(h) > 0$, $K_0'(h) < 0$, то есть $K_0(h)$ – положительная убывающая функция. Обратная к ней функция $H_0(k)$ определена на интервале $(0,k_0)$, где $k_0 := K(h_0 + 0)$.

Теорема. **(А)** *Пусть* $\bar{h} > \underline{h}$. *Существует* C^1*-функция*

$$K(h,\mu_1) = K_0(h) + r_1(h,\mu_1),\ \ (h,\mu_1) \in [\underline{h},\bar{h}]\times(-\delta,\delta)\,, \tag{9}$$

где $\delta \in (0,\sigma)$, $r_1(h,0) = 0$, *такая, что для* $h \in [\underline{h},\bar{h}]$, $0 < |\mu_1| < \delta$ *уравнение* $y = Y(x,h,\mu_1,\mu_2)$, $x \in [0,2\omega]$, *задает периодическую траекторию уравнения (1) тогда и только тогда, когда* $\mu_2 = K(h,\mu_1)\mu_1$. *Эта траектория является устойчивым (неустойчивым) грубым предельным циклом при* $\mu_1 > 0$ *(* $\mu_1 < 0$*). Других периодических траекторий в области* $\mathbf{S}^1 \times (0,\infty)$ *уравнение не имеет.*

(Б) *Для любых чисел* $0 < k_* < k^* < k_0$ *существуют такие числа* $\delta_* \in (0,\sigma)$, $N > 0$ *и* C^1*-функция*

$$H(k,\mu_1) = H_0(k) + r_*(k,\mu_1),\ k \in [k_*,k^*],\ |\mu_1| < \delta_*\,,\quad r_*(k,0) = 0, \tag{10}$$

что при $0 < |\mu_1| < \delta_*$ *и* $k_* \le \mu_2/\mu_1 \le k^*$ *уравнение* (1) *имеет в области* $\mathbf{S}^1 \times (0,\infty)$ *единственную периодическую траекторию. Эта траектория задается уравнением*

$$\begin{aligned} &y = Y(x,H(\mu_1,k),\mu) = \\ &= Y_0(x,H(\mu_1,k)) + \mu_1 Y_1(x,H(\mu_1,k)) + \mu_2 Y_2(x,H(\mu_1,k))) + r(x,\mu)\,, |\,r(x,\mu)| \le N|\mu|^2 \end{aligned} \tag{11}$$

и *является устойчивым (неустойчивым) грубым предельным циклом при* $\mu_1 > 0$ *(* $\mu_1 < 0$*).*

2. Доказательство теоремы. Значения h и μ, при которых $Y(x,h,\mu)$ – периодическое решение уравнения (6), находятся из условия

$$d(h,\mu)=0, \tag{12}$$

где $d(h,\mu):=Y(\omega,h,\mu)-h$. Так как $Y(\omega,h,0)=Y_0(\omega,h)=h$, то $d(h,0)\equiv 0$. Вследствие (7), (8) и (4)

$$\partial d(h,0)/\partial\mu_1=Y_1(\omega,h)=h^{-1}m,\ \partial d(h,0)/\partial\mu_2=Y_2(\omega,h)=h^{-1}\int_0^{\omega}Y_0(s,h)f(s,0)\,ds.$$

Поэтому

$$d(h,\mu)=h^{-1}(\mu_1 m+\mu_2\int_0^{\omega}Y_0(s,h)f(s,0)\,ds+\mu_1 R_1(h,\mu)+\mu_2 R_2(h,\mu)), \tag{13}$$

где R_1 и R_2 – C^1-функции на $\{(h,\mu):h\ge \underline{h},\ |\mu_i|<\sigma\}$, обращающиеся в нуль при $\mu=0$.

Ввиду (2)

$$\int_0^{\omega}Y_0(s,h)f(s,0)\,ds<0. \tag{14}$$

Из (13) и (14) получаем, что при $\mu_1=0$ и достаточно малых $\mu_2\neq 0$ $d(h,\mu)\neq 0$. Поэтому при $\mu\neq 0$ в уравнении (12) можно перейти к параметрам $\mu_1\neq 0$ и $k=\mu_2/\mu_1$. Получим уравнение

$$k\int_0^{\omega}Y_0(s,h)f(s,0)\,ds+m+R_1(h,\mu_1,\mu_1 k)+R_2(h,\mu_1,\mu_1 k)k=0. \tag{15}$$

Пусть $\bar h>\underline{h}$. Вследствие (14) и теоремы о неявной функции для любого $h_*\in[\underline{h},\bar h]$ найдется такое $\delta>0$, что для любых $h\in(h_*-\delta,h_*+\delta)$ и $\mu_1\in(-\delta,\delta)$ уравнение (15) имеет относительно k единственное решение $k=K(h,\mu_1)$, где $K(h,\mu_1)$ имеет вид (9). Ввиду компактности отрезка $[\underline{h},\bar h]$ число δ можно выбрать общим для всех точек отрезка.

Если δ достаточно мало, то из (2) следует, что при рассматриваемых $\mu=(\mu_1,K(h,\mu_1)\mu_1)$, $0<|\mu_1|<\delta$, дивергенция векторного поля фазовой скорости системы (5) $K(h,\mu_1)\mu_1 f(x,\mu)\neq 0$. Согласно критерию Бендиксона [5, с. 222], траектория $\Gamma: y=Y(x,h,\mu)$, $x\in[0,2\omega]$ – единственная периодическая траектория в $\mathbf{S}^1\times(0,\infty)$.

Из (13) получаем при $\mu=(\mu_1,K(h,\mu_1)\mu_1)$, $0<|\mu_1|<\delta$

$$d'_h(h,\mu)=\mu_1 K(h,\mu_1)\int_0^{\omega}Y_0^{-1}(s,h)f(s,0)\,ds+\mu_1 h^{-1}[(R_1)'_h(h,\mu)+K(h,\mu_1)(R_2)'_h(h,\mu)].$$

Отсюда, из (2) и равенств $(R_i)'_h(h,0)=0$ следует, что δ можно считать столь малым, что $\operatorname{sgn} d'_h(h,\mu)=-\operatorname{sgn}\mu_1$, и потому Γ – устойчивый (неустойчивый) грубый предельный цикл при $\mu_1>0$ ($\mu_1<0$).

Утверждения (А) теоремы доказаны.

Перейдем к доказательству утверждений (Б) теоремы. Пусть $0<k_*<k^*<k_0$. Так как $K'_h(h,0)=K'_0(h)<0$, то существуют такое число $\delta_*\in(0,\sigma)$, что при $k\in[k_*,k^*]$ и $\mu_1\in(-\delta_*,\delta_*)$ уравнение $K(h,\mu_1)=k$ имеет относительно h единственное решение $h=H(k,\mu_1)$, причем его можно представить в виде (10). Но это означает, что при $0<|\mu_1|<\delta_*$ *и* $k_*\le\mu_2/\mu_1\le k^*$ $y=Y(x,H(\mu_1,k),\mu)$, $x\in[0,2\omega]$, – периодическая траектория уравнения (1). То, что при достаточно малом δ_* она единственная и является устойчивым (неустойчивым) грубым предельным циклом для $\mu_1>0$ ($\mu_1<0$), уже доказано выше. Равенство (11) следует из разложения функции $Y(x,h,\cdot)$ по формуле Тейлора и равенств $Y_i(x,h):=\partial Y(x,h,0)/\partial\mu_i$.

Список литературы

1. Рейссиг Р., Сансоне Г., Конти Р. Качественная теория нелинейных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1974. – 320 с.

2. Caubergh M., Dumortier F. Hilbert's 16th problem for classical Lienard equations of even degree // Differential Equations. – 2008. – 244(6) – P. 1359–1394.

3. Колюцкий Г.А. Верхние оценки на число предельных циклов в обобщенных уравнениях Льенара нечетного типа // Доклады Академии Наук. – 2010. – Т. 431, № 1. – С. 12–15.

4. Ройтенберг В.Ш. О типичных уравнениях Льенара // Ярославский педагогический вестник. – 2013. – № 1. – Т. 3. – С. 74–78.

5. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний – М.: Наука, 1981. – 568 с.

6. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976. – 446 с.

7. Ройтенберг В.Ш. Об уравнениях Льенара на окружности // Труды X международных Колмогоровских чтений: сб. статей. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012. – С. 83–85.

8. Ройтенберг В.Ш. О предельных циклах уравнений Льенара с периодическими коэффициентами // Математические методы в технике и технологиях–ММТТ. Сб. трудов XXVI международной науч. конференции. – Саратов. Изд-во СГТУ, 2013. – Т. 1. – С. 5–7.

Сведения об авторе

Ройтенберг Владимир Шлеймович − кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», e-mail: *vroitenberg@mail.ru.*

ON SECOND KIND LIMIT CYCLES OF LIENARD EQUATIONS WITH PERIODIC COEFFICIENTS

V.Sh. Roitenberg
Yaroslavl State Technical University

The paper considers a Lienard equation with periodic coefficients depending of two parameters and corresponding dynamic system on the cylindrical phase space. For zero values of the parameters, this system is assumed to be conservative with a continuum of periodic trajectories not homotopic to zero. For each periodic trajectory Γ of a conservative system, the relationship between the parameters is given for which the equation has a limit cycle generated from Γ. The asymptotic behavior of this cycle is described.

Keywords: *Lienard differential equation with periodic coefficients, cylindrical phase space, limit cycle.*

References

1. Reissig R, Sansone G, Conti R. Qualitative theory of nonlinear differential equations. – Moscow: Nauka, 1974. – 320 p.

2. Caubergh M., Dumortier F. Hilbert's 16th problem for classical Lienard equations of even degree // Differential Equations. – 2008. – 244(6). – P. 1359–1394.

3. Kolyutsky G.A. Upper bounds of the number of limit cycles in generalized Lienard equations of odd type // Doklady Akademii Nauk. – 2010. – 431(1). – P. 12–15.

4. Roitenberg V. Sh. On generic Lienard equations // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 2013. – 3(1). – P. 74–78.

5. Andronov A.A., Vitt A.A. Khykin S.E. Theory of oscillations. – Moscow: Nauka, 1981.– – 568 p.

6. Bautin N.N., Leontovich E.A. Methods and techniques for the qualitative study of dynamical systems in the plane. – Moscow: Nauka, 1976. – 446 p.

7. Roitenberg V. Sh. On Lienard equations in the circle // Proceedings of 12th International Kolmogorov Readings. – Yaroslavl: YaSPU Publishing House, 2014. – P. 121–126.

8. Roitenberg V. Sh. On limit cycles of Lienard equations with periodic coefficients. Mathematical methods in engineering and technologies // MMTT: Proceedings of the XXVI international scientific conf. – Saratov: SSTU Publishing House, 2013. – V. 1. – P. 5–7.

About author

Roitenberg V. Sh. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Higher Mathematics Department, Yaroslavl State Technical University, e-mail: *vroitenberg@mail.ru*.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 372.853

РАЗРАБОТКА ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ» ШКОЛЬНОГО КУРСА ФИЗИКИ

С. В. Симукова, А. С. Прадед
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В статье рассмотрена методика разработки видеороликов, предоставляющих возможность продемонстрировать на опыте наиболее распространённые явления, связанные с процессами механических колебаний и распространения волн, а также объяснить причины возникновения этих явлений. Также рассмотрена методика применения разработанных видеороликов.
Ключевые слова: *цифровой образовательный ресурс, механические колебания и волны, видеодемонстрация.*

Изучение физики в общеобразовательной школе предполагает использование большого количества различных видов наглядности, прежде всего учебного эксперимента. К сожалению, из-за отсутствия необходимого оборудования, а также большого времени, необходимого для подготовки эксперимента, не все явления можно продемонстрировать на уроке. Тут на помощь приходят информационные технологии.

Разрабатывать цифровые образовательные ресурсы (ЦОР) может и сам учитель во внеурочное время. При разработке ЦОРов сначала необходимо проанализировать учебник, выделить в нём элементы содержания образования, затем для каждого элемента разработать соответствующий ЦОР. Для анализа был выбран учебник 9 класса по физике авторов Пёрышкина А.В. и Гутник Е.М. [1], тема «Механические колебания и волны». В каждом параграфе были выделены элементы содержания образования, которые должны быть усвоены учащимися и для которых должны быть разработаны средства наглядности, в том числе и цифровые образовательные ресурсы. Результаты проделанной работы представлены в таблице 1.

Таблица 1

№п/п	Название параграфа	Элементы содержания образования
1.	§ 23. Колебательное движение. Свободные колебания	Механические колебания; Свободные колебания; Колебательная система; Маятник.
2.	§ 24. Величины, характеризующие колебательное движение.	Амплитуда колебаний; Период колебаний; Собственные колебания; Собственная частота колебательной системы; Фаза колебаний.
3.	§ 26. Гармонические колебания	Гармонические колебания; Математический маятник; Причина возникновения гармонических колебаний.
4.	§ 26. Затухающие колебания. Вынужденные колебания	Затухающие колебания; Вынужденные колебания; Вынуждающая сила; Связь между частотой установившихся вынужденных колебаний и частотой вынуждающей силы.

5.	§ 27. Резонанс	Механический резонанс;
6.	§ 28. Распространение колебаний в среде. Волны	Волны; Упругие волны Продольные волны; Поперечные волны; Особенности переноса энергии в бегущей волне.
7.	§ 29. Длина волны. Скорость распространения волн	Длина волны.
8.	§ 30. Источники звука. Звуковые колебания	Источники звука; Звуковые колебания.
9.	§ 31. Высота, тембр и громкость звука	Чистый тон; Зависимость высоты звука от частоты колебаний; Зависимость громкости звука от амплитуды колебаний; Тембр звука и его связь с обертонами.
10.	§ 32. Распространение звука. Звуковые волны	Условие распространения звука.
11.	§ 33. Отражение звука. Звуковой резонанс	Резонаторы; Звуковой резонанс.

Перед разработкой цифровых образовательных ресурсов был произведён анализ готовых материалов, размещенных в сети Интернет и других источниках. На основании произведённого анализа готовых материалов установлено, что для каждого для каждого элемента содержания образования обязательно существует несколько неразработанных типов ЦОРов. Нами было решено разработать видеофрагменты экспериментов для демонстрации следующих элементов содержания образования: «Собственные колебания», «Собственная частота колебательной системы», «Фаза колебаний», «Акустический резонанс». Выбор данного типа ЦОРов обусловлен тем, что вышеперечисленные понятия не всегда удобно продемонстрировать наглядно во время демонстрационных опытов в силу специфичности некоторых приборов, используемых для демонстрации. Поскольку понятия «Собственные колебания» и «Собственная частота колебательной системы» неразрывно связаны между собой, решено было сделать единый видеофрагмент.

Процесс создания ЦОРов был разделен на 3 этапа:

1. Формирование сценария видеоролика;
2. Съёмка демонстрационных опытов;
3. Монтаж видеоролика
4. Разработка методики использования ЦОРа в учебном процессе.

Сценарий видеоролика полностью в нашем случае соответствует тексту его озвучивания. Приведем тексты к каждому из трех роликов.

Видеофрагмент «Собственные колебания.
Собственная частота колебательной системы».

Большинство окружающих нас тел движется. Движения, совершаемые телами, можно классифицировать по-разному. Например, их можно разделить на равномерное и неравномерное движения. Равномерно движется машина, если она едет по дороге с постоянной скоростью. Неравномерное движение всегда происходит с ускорением. Ускорение может быть постоянным – как в случае камня, падающего на поверхность Земли, так и переменным – при движении маятника часов. В случае маятника с часами можно говорить о том, что маятник совершает механические колебания. Вспомним, что это такое. Согласно определению, механические колебания – это повторяющиеся через равные промежутки времени движения, при которых тело многократно и в разных направлениях проходит положение равновесия.

Одно и то же колеблющееся тело в различных условиях может совершать разные колебания. Рассмотрим это на примере (рис. 1). Для этого нам понадобится установка, состоящая из двух сосудов, в одном из которых находится масло, а в другом – вода, нитяного маятника и стеклянной палочки.

Рис. 1

Опустим маятник сосуд с маслом. Стеклянной палочкой отведем грузик в сторону и отпустим его. Как видно, маятник начинает совершать колебательные движения (рис. 2).

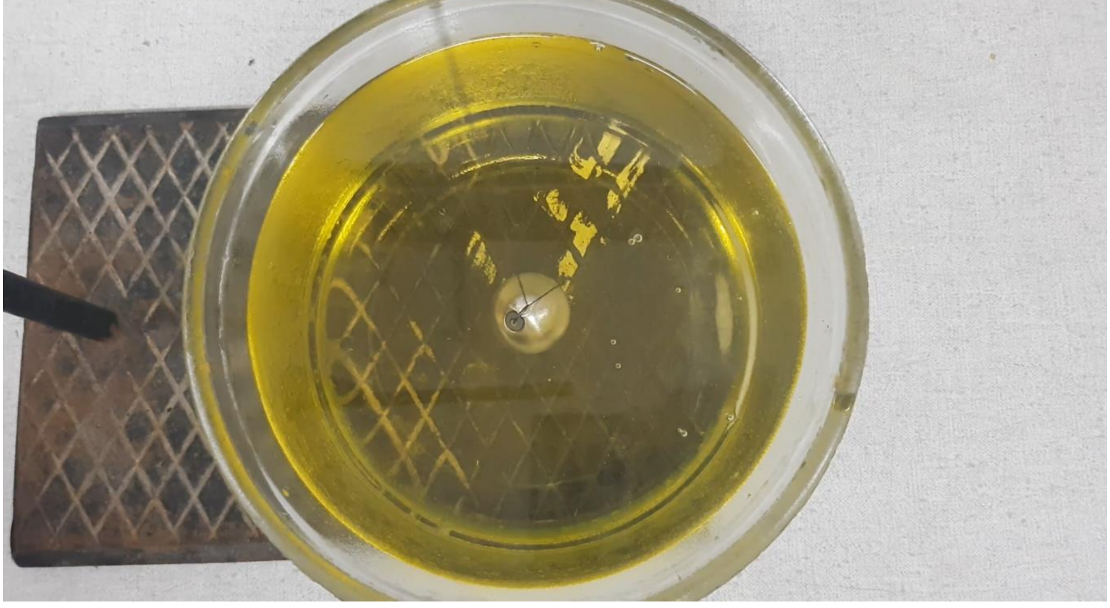

Рис. 2

Однако из-за того, что масло достаточно вязкое, они быстро затухают. Попробуем уменьшить вязкость среды, в которой находится маятник. Для этого опустим его в сосуд с водой (рис. 3). Отводим грузик в сторону и после этого можем наблюдать колебания маятника. Видно, что в воде шарик колеблется дольше и быстрее, по сравнению с маслом. Это связано с тем, что вода менее вязкая, чем масло, и шарику оказывается меньшее сопротивление.

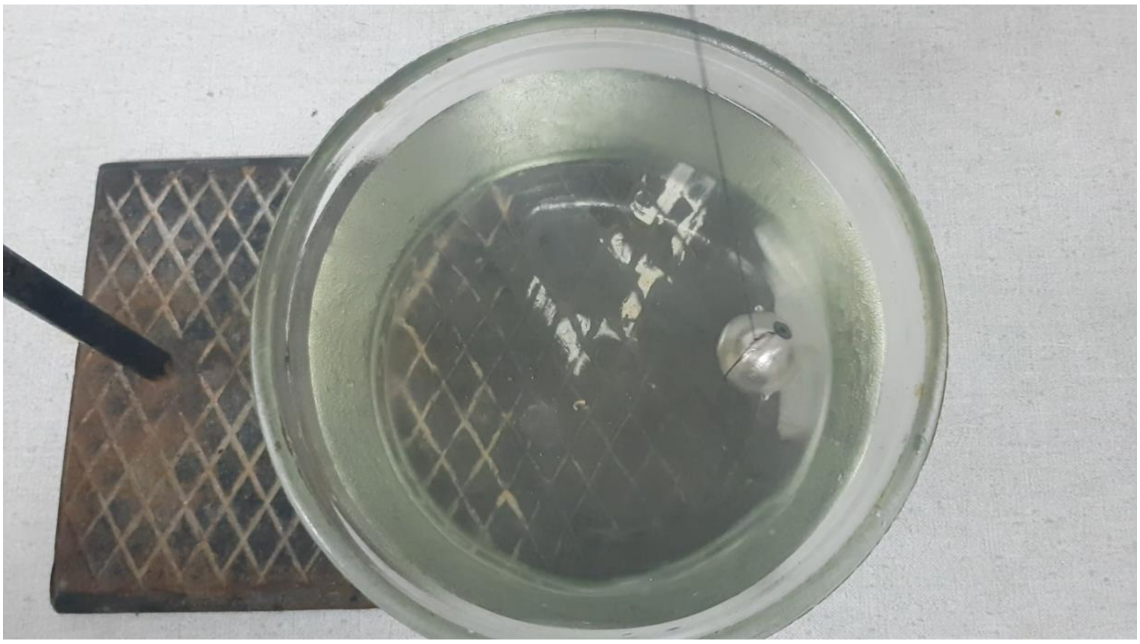

Рис. 3

Попробуем ещё сильнее уменьшить сопротивление. Для этого пронаблюдаем колебания шарика в воздухе (рис. 4). Снова отклоним шарик в сторону и отпустим его.

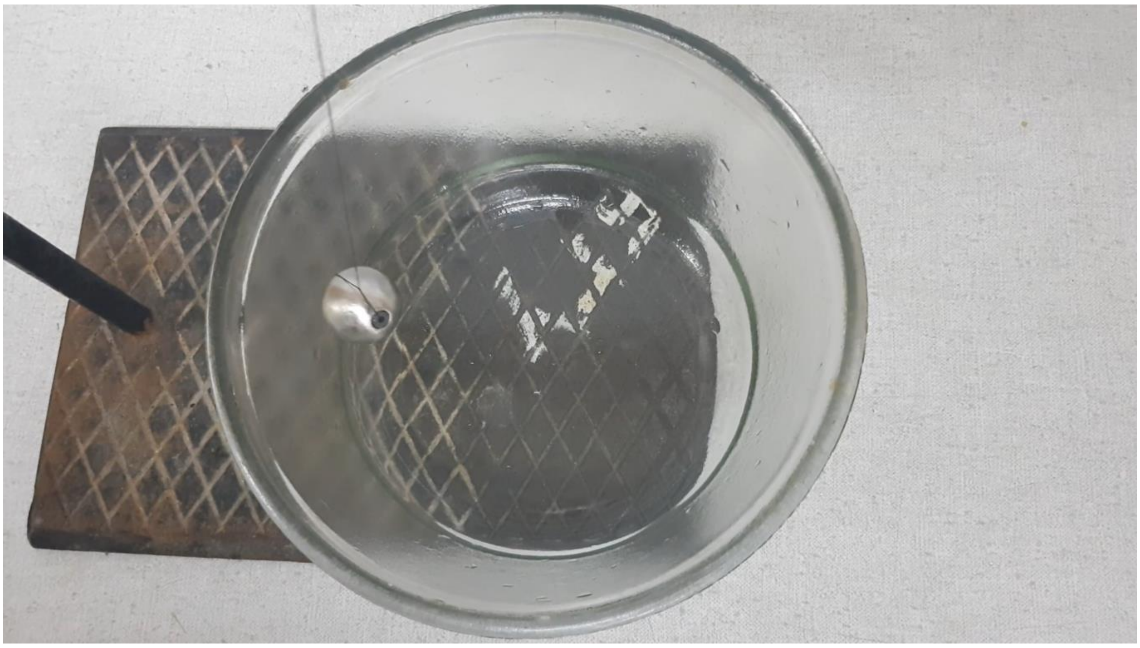

Рис. 4

Теперь колебания шарика стали ещё быстрее и дольше, хотя, рано или поздно и они закончатся из-за сопротивления воздуха и трения в конструкции маятника. А что произошло бы, если бы у нас была возможность полностью убрать силы трения и сопротивления?

Очевидно, что в этом случае ничего бы не мешало шарику колебаться. Колебания шарика происходили бы бесконечно долго без затухания. Такие колебания называют собственными колебаниями системы, а соответствующая этим колебаниям частота – собственной частотой колебательной системы. Таким образом, этим понятиям можно дать следующие определения: собственные колебания – свободные колебания в отсутствие сил трения и сопротивления воздуха; собственная частота свободных колебаний – частота, с которой совершаются собственные колебания системы.

В повседневной жизни наблюдать собственные колебания и соответствующую им собственную частоту невозможно, так как всегда присутствуют силы трения и сопротивления. Однако, если их значительно уменьшить, то можно колебания, близкие к собственным. Таким, например, будет являться колебания математического маятника для малых углов.

Видеофрагмент «Фаза колебаний»

Колебательные движения, совершаемые разными телами, могут как отличаться друг от друга, так и быть очень похожими или даже идентичными. Для того, чтобы отличать одно колебательное движение от другого, вводят специальные величины, называемые также параметрами, которые эти движения описывают, или, по-другому, их характеризуют. Как известно, колебательной движение характеризуется несколькими параметрами: амплитудой – максимальным отклонением колеблющегося тела от положения равновесия, частотой – числом полных колебаний в секунду и периодом – временем, за которое тело совершает одно полное колебание. Есть ещё одна величина, являющаяся параметром колебательного движения. Она называется фазой колебаний. Чтобы понять, что это такое, проведём небольшой опыт.

Для него возьмём два одинаковых нитяных маятника, которые вы видите на экране (рис. 5).

Рис. 5

Рассмотрим их колебания. Отведём оба маятника в крайнее левое положение и отпустим (рис. 6). Видно, что скорости эти маятников в любой момент времени направлены одинаково. В этом случае говорят, что маятники совершают колебания в одинаковых фазах.

Следует отметить, что понятие фазы используется не только при сравнении колебаний двух или нескольких тел, но и при описании колебаний одного тела. Можно сказать, что фаза – величина, характеризующая положение колебательной системы в данный момент времени.

Саму фазу непосредственно мы наблюдать не можем, так как это понятие не имеет физического смысла, однако разность фаз наблюдать вполне возможно, что мы с вами и проделали во время опытов.

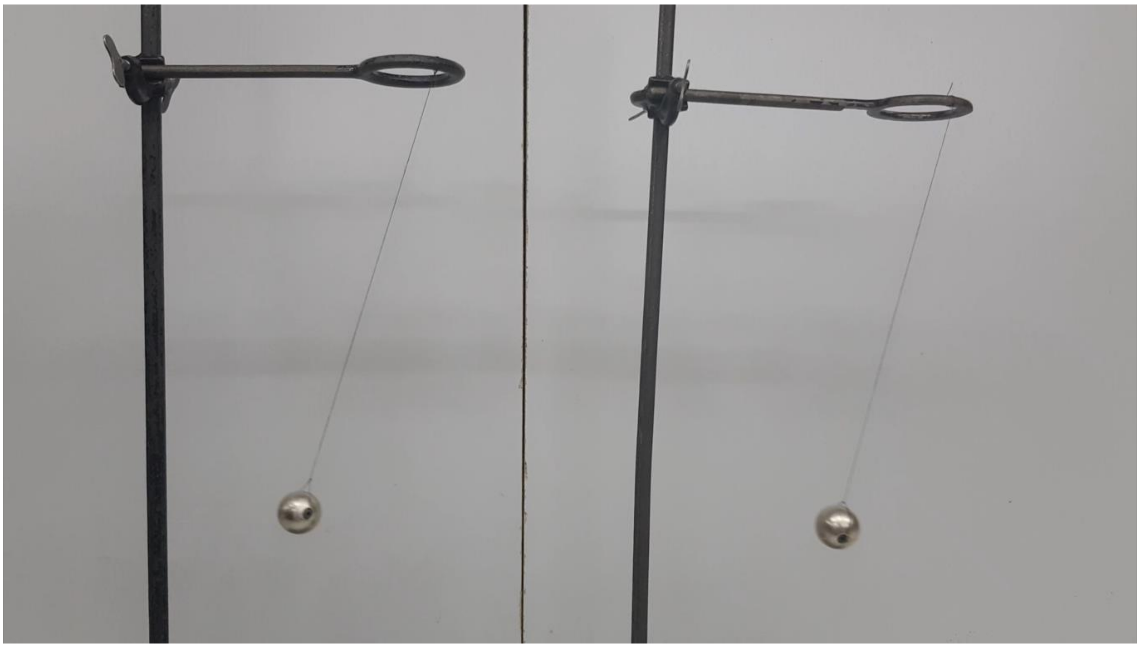

Рис. 6

Видеофрагмент «Акустический резонанс».

В повседневной жизни нам приходится сталкиваться с явлением механического резонанса. Напомним, что резонансом называется явление резкого увеличения амплитуды колебаний при совпадении частоты вынуждающей силы с собственной частотой колебательной системы. Примером такого явления может служить ситуация, при которой один человек сидит на качелях, а другой, периодически его подталкивая, раскачивает качели. При такой ситуации резонанс вызывается периодическим воздействием одного тела на другое. При определённых условиях возможно наблюдать явление резонанса, воздействуя на некоторое тело звуковыми волнами. Такой вид резонанса называется звуковым резонансом. Рассмотрим его на опыте.

Перед вами имеется установка, состоящая из звукового генератора, динамика, камертона и шарика, прикреплённого к подвесу (рис. 7).

Рис. 7

Частота собственных колебаний камертона равна 440 Гц. Включим звуковой генератор, предварительно настроив его на частоту, меньшую, чем резонансная частота камертона. Как видно, колебания шарика практически незаметны. Теперь будем постепенно увеличивать частоту звукового генератора, приближаясь к резонансной частоте камертона. Амплитуда колебаний шарика значительно возросла (рис. 8).

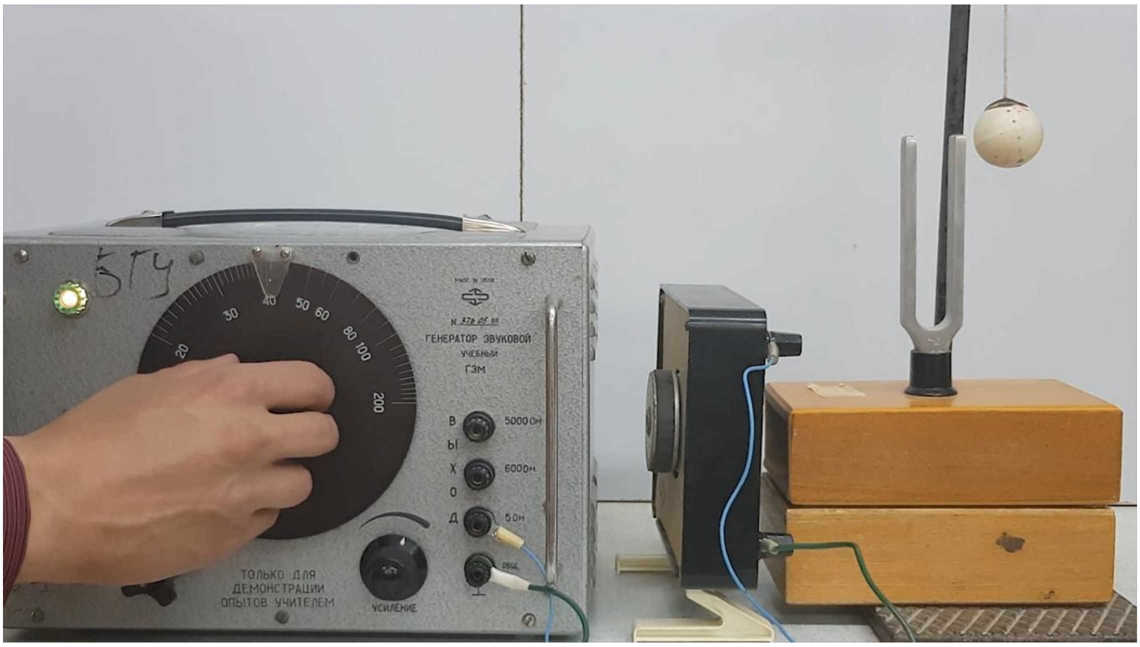

Рис. 8

Будем дальше увеличивать частоту звукового генератора, по сравнению с резонансной. Теперь мы можем наблюдать, что колебания шарика практически прекратились.

Таким образом, мы наблюдали явление, при котором постепенное увеличение частоты звуковых колебаний до резонансной частоты способствовало более интенсивному раскачиванию шарика. Это не что иное, как явление резонанса колебаний камертона, вызванное звуковыми колебаниями от динамика.

В жизни также можно наблюдать явление звукового резонанса. Например, при игре на таком музыкальном инструменте, как акустическая гитара. При щипке струны она начинает колебаться, заставляя колебаться корпус китары с такой же частотой. Эти колебания, в свою очередь, передаются воздуху. И мы слышим ясный и громкий звук.

Монтаж видеофрагментов экспериментов производился при помощи программ Adobe Premiere Pro и Adobe Audition. Ниже описан алгоритм создания видеороликов.

1. Adobe Audition

Аудиозаписи импортируются в программу командой «Файл – Импорт». С помощью команды «Амплитуда – Усиление» открываем диалоговое окно для изменения громкости сигнала. Ставим в нём значение «5» и нажимаем кнопку «Применить».

На рабочем столе выделяем фрагмент сигнала, соответствующий внешнему шуму. Используем комбинацию клавиш «Shift+P». В выскочившем диалоговом окне нажимаем кнопку «Ок». Затем используем комбинацию «Ctrl+Shift+P». В появившемся окне устанавливаем значения «Снижение уровня шума» и «Понижение» на уровень «100» и нажимаем кнопку «Применить».

Для того чтобы вырезать нежелательный фрагмент записи, необходимо его выделить и нажать клавишу «Del».

Экспорт файла осуществляется при помощи комбинации «Ctrl+Shift+E». Затем в диалоговом окне вводится необходимое имя выходного файла, выбирается местоположение для сохранения файла и в нижнем правом углу нажимается кнопка «ОК».

2. Adobe Premiere Pro

Ролики импортируются в программу при помощи команды «Файл – Импорт». После выполнения команды все ролики находятся в особом месте программы, которое имеет название «Браузер медиаданных». Выделяется первый видеоролик, который должен быть в конечном видео. Двойным кликом мыши он открывается на одном из экранов, имеющий название «Экран источника». Ролик просматривается. При помощи горячих кнопок «I» и «O» устанавливаются точки входа и выхода соответственно. Это нужно в том случае, если видео необходимо обрезать.

Перетаскиванием мыши отредактированный ролик переносится из области экрана источника на «Рабочий стол» программы. Такая же последовательность действий выполняется со всеми оставшимися роликами, причём они переносятся на рабочий стол в той последовательности, в которой должны следовать в конечном видеофрагменте. Теперь, используя «Панель инструментов», располагающуюся рядом с инструментом «Рабочий стол», видео монтируется на трех видео- и трех аудиодорожках. В процессе монтажа конечная последовательность периодически просматривается на другом мониторе, носящем название «Экран программы» для соответствующей корректировки последовательности.

В том случае, если ролик удовлетворяет необходимым требованиям, после просмотра выполняется операция экспорта готового видеофрагмента. Для этого используется команда «Файл – Экспорт – Медиаконтент». В появившемся диалоговом окне в разделе «Настройки экспорта» в качестве формата видео в раскрывающемся списке выбирается «H.264». Ниже указывается имя файла. В правом нижнем углу ставится отметка «Наилучшее качество визуализации» и нажимается кнопка «Экспорт». После нажатия кнопки программа начинает автоматический рендеринг видео и затем выводит его на жёсткий диск компьютера.

Разработку методики применения созданных материалов необходимо делать с учётом планирования материала темы. Для этого можно использовать либо готовое планирование, либо разработать его самостоятельно.

Процесс применения ЦОР можно разделить на 3 этапа:

1. Подготовка к использованию ЦОР на уроке.

На данном этапе учитель изучает учебную программу, учебники и дополнительные пособия, выясняет наличие технической аппаратуры, степень её исправности и проверяет имеющееся к ней необходимые по теме урока дидактические материалы, устанавливает аппаратуру в кабинете, выбирает необходимый материал. До урока необходимо прослушать и просмотреть весь отобранный материал, так как не всегда тема пособия соответствует его содержанию.

Далее необходимо определить, с какой целью, для решения каких задач будет использован выбранный ЦОР, в какой части урока наиболее целесообразно показывать этот материал. Выделяется главное, вокруг чего следует сосредоточить внимание учащихся, чтобы просмотр помог формированию новых понятий.

Затем полезно выяснить, на какие сведения, факты, известные учащимся, нужно будет опереться, что следует восстановить в памяти учащихся перед началом или в ходе просмотра, к чему направить поиски учащихся.

После этого необходимо разбить материал на порции в соответствии с характером учебного материала, найти способ реализации каждой порции, подготовить вопросы и задания по каждой порции и по всему материалу, продумать работу с учебником в сочетании с ЦОР, размножить необходимый раздаточный материал, а также адаптировать при необходимости имеющиеся пособия к возрасту и возможностям своих воспитанников.

Для правильного использования ЦОР необходимо установить взаимосвязь с другими средствами обучения, применяемыми на уроке. От того, насколько удачной будет взаимосвязь всех этих средств, во многом зависит эффективность учебного процесса.

2. Использование ЦОР на уроке.

Работа с ЦОР требует определённой организации соответствующего этапа урока. Прежде всего нужно подготовить детей к просмотру. Наиболее эффективная форма подготовки – беседа, в которой учитель умело поставленными вопросами помогает детям вспомнить всё то, что они знают по данной теме. Вступительное слово до показа экранного пособия не следует делать очень длинным, достаточно несколько минут. Целесообразно поставить 2-3 узловых вопроса, на которые дети должны ответить, просмотрев экранное пособие. Если фильм посвящён незнакомому вопросу, то вступительное слово связывает известное с неизвестным.

Непосредственное применение информационных ресурсов при изучении темы «Механические колебания и волны» в 9 классе предлагается проводить согласно следующим методическим рекомендациям:

2.1 Учитель создает проблемную ситуацию на уроке;
2.2 Для решения проблемы привлекается ЦОР;
2.3 После просмотра ЦОР учитель подводит учащихся к решению проблемы;
2.4 В случае неудачи в п.2.3, следует повторить п.2.2 и 2.3.
2.5 В случае повторной неудачи следует выполнить решение самостоятельно.

Продолжительность показа пособий определяется скоростью работы учащихся на уроке и зависит от того, как быстро учащиеся успевают понять каждый кадр и выполнить, если потребуется, работу с ним.

3. Работа после демонстрации.

После демонстрации учитель проводит беседу, в ходе которой он выясняет, как усвоен материал, уточняет и дополняет полученные представления.

Похожим образом могут разрабатываться и другие ЦОРы, а также методика применения к ним. Их основным применением является использование в процессе урока, однако ЦОРы могут быть полезны и при самостоятельном изучении физики.

Список литературы

1. Буров В.А. и др. Демонстрационный эксперимент по физике в старших классах средней школы. Ч.1. Колебания и волны, оптика, физика атома. Под ред. А.А. Покровского. – М.: Просвещение, 1978. – 287 с.

2. Перышкин А.В., Гутник Е.М. Физика. 9 кл.: Учеб. для общеобразоват. учеб. заведений. – М.: Дрофа, 2016. – 256 с.

Об авторах

Симукова Светлана Васильевна – кандидат педагогических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *simukova-svetlana@yandex.ru.*

Прадед Александр Сергеевич – магистрант кафедры экспериментальной и теоретической физики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского».

DEVELOPMENT OF DIGITAL EDUCATIONAL RESOURCES FOR STUDYING TOPIC «OSCILLATION AND WAVE» OF THE SCHOOL COURSE OF PHYSICS

S. V. Simukova, A. S. Praded
Bryansk State University after Academician I.G. Petrovsky

The article discusses the technique of developing videos that provide an opportunity to demonstrate the most common phenomena associated with the processes of mechanical oscillations and wave propagation, as well as explain the causes of these phenomena. Also reviewed the method of application of the developed videos.

Keywords: *digital educational resource, mechanical vibrations and waves, video demonstration.*

References

1. Burov V.A. and others. Demonstration experiment in physics for senior students in secondary schools. Part 1. Oscillations and waves, optics, atom physics. Edited by A.A.Pokrovsky. – M.: Prosveshchenie, 1978. – 287 p.

2. Pyoryshkin A.V., Goutnik E.M. Physics: Students' Book. 9 Form. – M.: Drofa, 2016. –256 p.

About authors

Simukova S. V. – PhD in Pedagogical Science, Associate Professor of the Department of Experimental and Theoretical Physics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *simukova-svetlana@yandex.ru.*

Praded A. S. – graduate student, Department of Experimental and Theoretical Physics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky.

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 159.0

ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СТРЕССОВ У СТУДЕНТОВ

Н. В. Егорченко, Е. В. Зайцева, А. В. Силенок
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

В статье представлены результаты психофизиологического исследования механизмов формирования стрессов у студентов. Будут показаны закономерности проявления стрессовых ситуаций у студентов в зависимости от пола, возраста и места жительства.
Ключевые слова: *стресс, студенты, частота встречаемости, причины стрессов, психофизиология.*

Введение. Стресс (стресс-реакция) (англ. «stress» — напряжение) – особое состояние организма человека и млекопитающих, возникающее в ответ на сильный внешний раздражитель. Термин «стресс» употребляется также для обозначения и самого раздражителя – физического (холод, жара, повышенное или пониженное атмосферное давление, ионизирующее излучение), химического (токсичные и раздражающие вещества), биологического (усиленная мышечная работа, заражение микробами и вирусами, травма, ожог), психического (сильные положительные и отрицательные эмоции), а также их комбинаций [2].

В связи с этим первостепенную важность приобретает изучение биологических основ стресса и выяснение механизмов его возникновения и развития. Стресс вызывает изменения физиологических реакций организма, которые могут не выходить за рамки нормальных состояний, однако в ряде случаев становятся достаточно сильными и доже повреждающими [1]. Поэтому правильное понимание положительных и отрицательных сторон стресса, их адекватное использование или предотвращение играют важную роль в сохранении здоровья человека, созданием условий, для проявления его творческих возможностей, плодотворной и эффективной распространение в обыденной жизни и трудовой деятельности человека делает целесообразным ознакомление широкого круга людей с различными аспектами проблемы стресса [3].

Целью исследования является изучение стрессов и психофизиологических механизмов формирования эмоций у студентов.

Материалы и методы исследования. Исследование на частоту и факторы возникновения стрессов было произведено в феврале – марте 2018 года среди студентов очного отделения естественно-географического факультета (ЕГФ) Брянского государственного университета им. академика И. Г. Петровского

Студентам было необходимо проработать опросник на предмет выявления частоты стрессов: 1. Как часто вы подвергаетесь стрессам? Привести примеры. 2. Появились ли хронические заболевания, связанные со стрессами? И если да то, какие? 3. В какое время года вы чаще всего подвергаетесь стрессам? 4. Место проживания: дом, общежитие. 5. Какие методы борьбы со стрессами вы используете? Студенты должны были указать пол и возраст. Данный опрос позволял выявить частоту стрессов от различных факторов: пола, возраста, времени года, места проживания. Всего в опросе приняло участие 74,4% студентов очного отделения ЕГФ. Полученные данные были обработаны и приведены в систему.

Результаты исследования и обсуждения. Для исследования зависимости частоты стрессов от некоторых факторов были взяты показатели наиболее встречающихся категорий частоты стрессов.

В результате исследования было установлено, что наибольшее число студентов (39,4%) подвергаются стрессам «иногда», 15,3% – «редко», 15,1% – «часто», 9,5 – «очень редко», 8,7% – «очень часто» и лишь 2,7% – «постоянно» и 3,9 % «никогда». 4,4% студентов подвергаются стрессам с определённой периодичностью, например два раза в год во время сессии или каждый понедельник. Г. Селье утверждает, что «полная свобода от стресса означает смерть» [1]. Это говорит о том, что 3,9% студентов завышают свою самооценку в отношении стрессов.

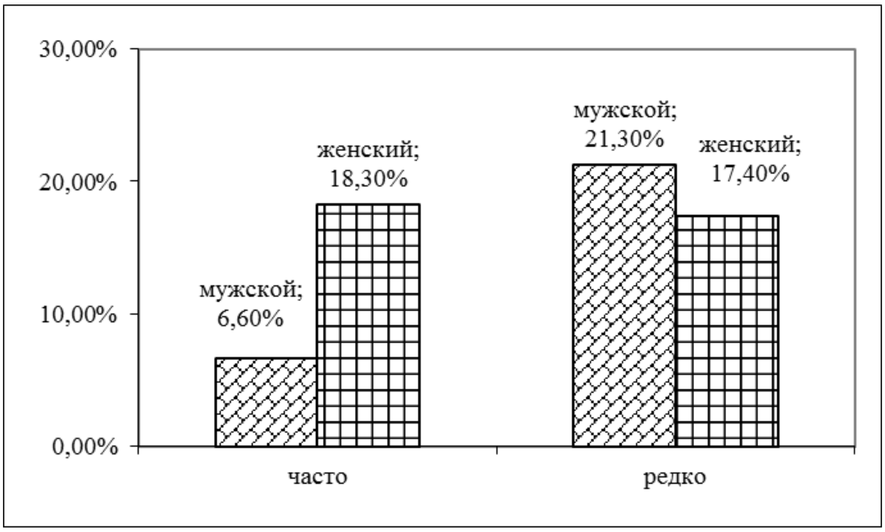

Рис. 1. Зависимость частоты стресса от пола

Из гистограммы 1 (рис. 1.) видно, что парни реже подвергаются стрессам, чем девушки.

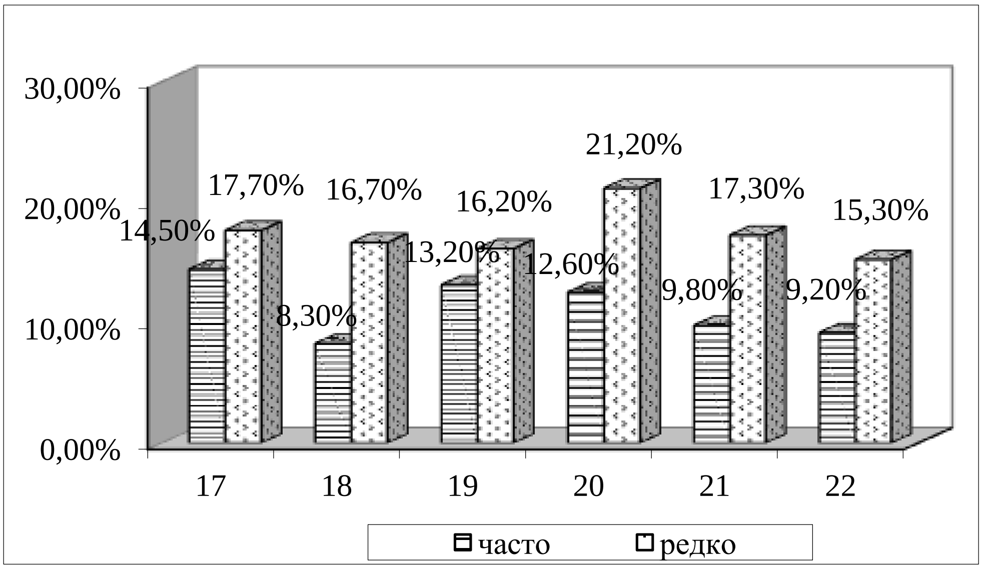

Рис. 2. Зависимость частоты стрессов от возраста

По гистограмме 2 (рис. 2) видно, что студенты ЕГФ чаще подвергаются стрессам в 17 лет, реже в 20 лет. Гистограмма 3 (рис. 3) указывает на то, что студенты, проживающие в общежитии, наиболее часто подвергаются стрессам, чем студенты, проживающие дома. Это связано, прежде всего, с тем, студенты, проживающие в общежитии, начинают жить, независимо от родителей, и встречаются с массой проблем, которые приходится решать самим.

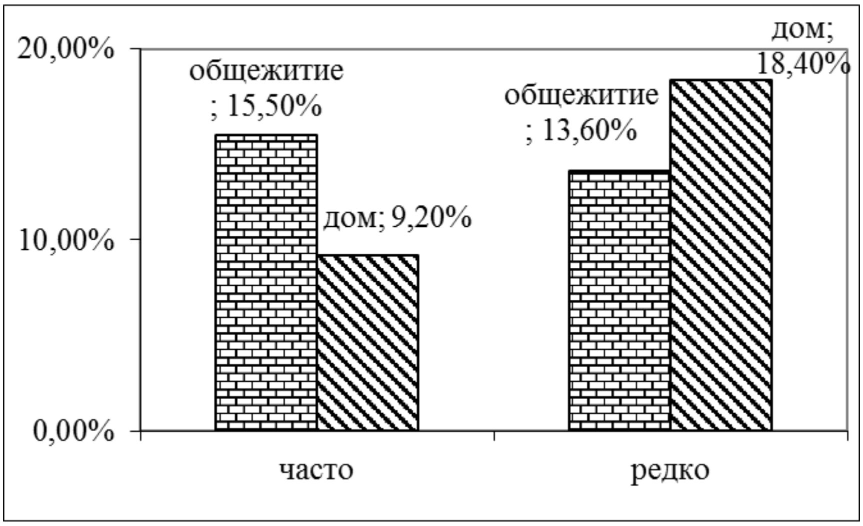

Рис.3. Зависимость частоты стрессов от места жительства.

Перед исследованием предполагалось, что в связи с деятельность гормонов основной пик стрессов придет на весну. Результаты опроса показали, что чаще всего опрошенные студенты ЕГФ подвергаются стрессам зимой (43,3%). Весной – всего 14,3% – это третий период (второй – осень, 19,9%) (Гистограмма 4, рис. 4)

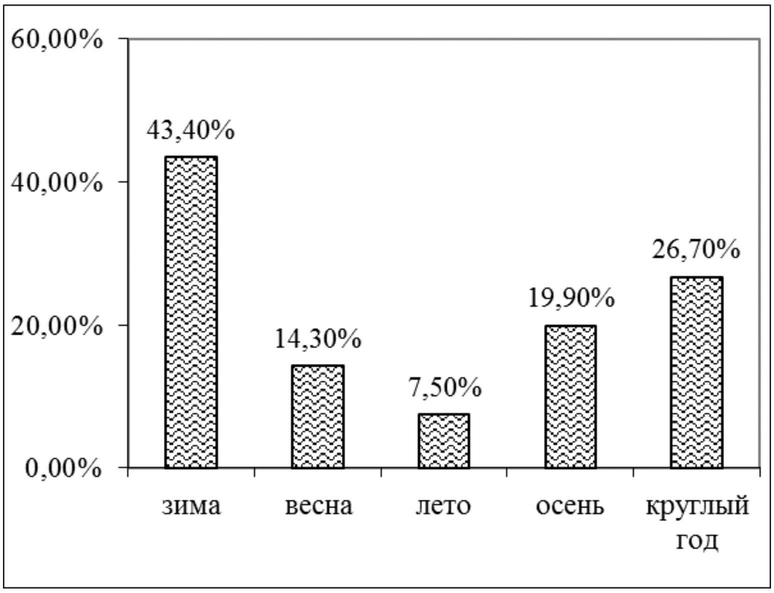

Рис. 4. Зависимость частоты стрессов от времени года

Выводы:

1. В результате исследования было установлено, что наибольшее число студентов ЕГФ (39,4%) подвергаются стрессам «иногда», 15,3% – «редко»; 15,1% – «часто»; 9,5 – «очень редко»; 8,7% – «очень часто» и лишь 2,7% – «постоянно» и 3,9 % «никогда».
2. В 4,4% случаев студенты подвергаются стрессам с определённой периодичностью. Студенты естественно-географического факультета Брянского государственного университета в 3,9% завышают свою самооценку в отношении стрессов.

Список литературы

1. Жуков Д. А. Стресс // Биология в школе. – 2004. – № 2. – 254 с.
2. Кокс Т. Стресс. Пер. с англ. – М., 2001. – 408 с.
3. Чирков Ю. Г. Стресс без стресса. – М., 2008. – 176 с.

Сведения об авторах

Егорченко Наталья Владимировна – студент направления подготовки «Педагогическое образование» Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

Зайцева Елена Владимировна – доктор биологических наук, профессор кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: z_ev11@mail.ru

Силенок Александр Васильевич – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, главный врач ГАУЗ «Брянский клинико-диагностический центр».

PSYCHOPHYSIOLOGICAL FEATURES OF FORMATION OF STRESSES WITH STUDENTS

N. V. Egorchenko, E. V. Zaitseva, A.V. Silenok

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The article presents the results of a psychophysiological study of the mechanisms of formation of stress in students. The patterns of manifestation of stressful situations in students depending on gender, age and place of residence will be shown.

Keywords: *stress, students, frequency of occurrence, causes of stress, psychophysiology*.

References

1. Zhukov D. A. Stress // Biology at school. – 2004. – № 2. – 254 p.
2. Cox T. Stress. Per. from English – M., 2001. – 408 p.
3. Chirkov Yu. G. Stress without stress. – M., 2008. – 176 p.

About authors

Egorchenko N. V. – student of the «Pedagogical Education», Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky.

Zaitseva E. V. – Sc.D. in Biology, Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *z_ev11@mail.ru.*

Silenok A. V. – PhD in Biological Sciences, Associate Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, Chief Doctor of the State Autonomous Healthcare.

УДК 616.36-002-053.2.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ МЕТАБОЛИЗМА И БИОХИМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КРОВИ ПРИ ПОРАЖЕНИИ ОРГАНИЗМА ЧЕЛОВЕКА ВИРУСОМ ГЕПАТИТА В

Е. Е. Ковалева, Е. В. Ноздрачева
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В ходе исследования выявлены изменения биохимических показателей крови при поражении организма человека вирусом гепатита В, изучены особенности метаболизма и биохимических показателей крови при поражении организма человека вирусом гепатита В. Биохимические методы исследования имеют важное значение в ранней диагностике вирусного гепатита В, а также позволяют оценить тяжесть заболевания. Контроль этих показателей важен для своевременного распознавания осложнений.
Ключевые слова: *вирусный гепатит В, метаболизм, биохимических показателей крови.*

Введение. Печень является уникальным органом человеческого организма. Её называют центральной биохимической лабораторией человека. Печень выполняет множество важнейших функций в организме: участвует во всех видах обмена (белковом, жировом, углеводном), синтезирует факторы свертывания крови, синтезирует и выводит желчь, активирует и разрушает ряд гормонов (альдостерон, эстрогены, тиреоидные и др.), обезвреживает ксенобиотики (цитохром P450) и аммиак, является депо железа и витаминов (B12, жирорастворимых A, D, E, K) и др. В настоящее время заболевания, связанные с токсическими поражениями печени, занимают ведущее место среди патологий, вызывающих необратимые нарушения в функционировании всех систем организма. Это связано с тем, что печень является не только органом, в котором протекают центральные звенья обмена белков, липидов и углеводов, но и барьером на пути всех чужеродных веществ, попадающих в организм человека.

Вирусные гепатиты - группа инфекционных заболеваний, которые вызываются различными гепатотропными вирусами и являются самостоятельными нозологическими формами с поражением печени, определяющими течение и исход заболевания. Клинические проявления хронического вирусного гепатита в типичных случаях выражены слабо, малоспецифичны и в следствие этого нередко остаются незамеченными. Наиболее главным симптомам является пожелтение кожи, то есть желтушное окрашивание кожи и склер, заметив которое, больные обычно и идут на прием к врачу.

Гепатит В относится к вирусным гепатитам с парентеральным механизмом передачи, по распространенности занимает второе место после гепатита А. На его долю в различных регионах приходится от десяти до тридцати процентов всех вирусных гепатитов. В Российской Федерации заболеваемость составляет в среднем около двадцати пяти на сто тысяч населения в год. Вирус имеет сложную структуру, содержит специфические антигены, являющиеся маркерами возбудителя. Он весьма устойчив к химическим и физическим факторам: гибнет при автоклавировании в течение сорока пяти минут при температуре 120 ^{0}C или стерилизации сухим жаром в течение шестидесяти минут при температуре 180 ^{0}C; в холодильнике сохраняется до года, в замороженном состоянии до двадцати лет, в сухой плазме до двадцати пяти лет [4]. Единственный источник - человек. Эпидемиологическая роль принадлежит вирусоносителям, число которых на земном шаре превышает триста млн. человек; в нашей стране их свыше пяти млн., они особенно опасны, так как могут быть донорами крови. Другим источником являются больные острым и хроническим гепатитом В. Передача возбудителя происходит парентерально - при переливании крови и ее препаратов (плазмы, эритроцитарной массы, фибриногена, протромбина), а также использовании недостаточно стерилизованного инфицированного вирусом медицинского инструментария (шприцев, игл, скарификаторов, скальпелей) при взятии крови, проведении прививок, инъекциях лекарств, различных хирургических манипуляциях, бритье общей бритвой, нанесении татуировок. Особенное распространение этот вид гепатита получил среди наркоманов, вводящих наркотик внутривенно. Сохраняется опасность и для медицинских работников, имеющих частый контакт с кровью (лаборанты, процедурные сестры, работники отделений трансплантации, хирургии, реанимации).

Инкубационный период - от шести недель до шести месяцев, чаще два-четыре месяца. Преджелтушный период продолжительный, в среднем десять-двенадцать дней. Переход болезни в желтушный период сопровождается нарастанием явлений интоксикации и диспептических расстройств, состояние больного ухудшается, также возможны проявления геморрагического синдрома.

При гепатите В во всех биологических жидкостях и экскретах могут обнаруживаться до семи различных маркеров. По их концентрации и соотношению определяется стадия заболевания и вероятный исход. Основной используемый на практике маркер HB («австралийский антиген») - HbsAg - наибольшее значение имеет его наличие в крови, сперме, возможно, в слюне. Главный показатель -поверхностный антиген вируса гепатита В, является основным рутинным показателем инфицирования пациента и представляет собой основной элемент защитной оболочки вируса. Если он присутствует в крови в течение полугода, то можно вести речь о хроническом заболевании. Однако этот маркер не несет информации об активности гепатита. Он лишь указывает на необходимость продолжения исследований других маркеров этого вируса [2].

Материал и методы исследования. Материалом исследования являлась венозная кровь пациентов. Метод исследования – биохимическое исследование крови.

Результаты и обсуждение. В результате исследования установлено что у людей, болеющих или являющихся носителе вирусного гепатита В происходят нарушения метаболизма и изменения биохимических показателей крови.

Изменения показаны в таблицах.

Таблица 1

Соотношение показателей обмена билирубина в норме и при развитии печеночной желтухи

Показатели	Нормальные значения	Печеночная желтуха
Общий билирубин сыворотки крови	1,7-17,1 мкмоль/л	значительное повышение
Коньюгированный билирубин сыворотки крови	до 3,4 мкмоль/л	повышение
Неконьюгированный билирубин сыворотки крови	1,7-12,7 мкмоль/л	повышение

Таблица 2

Определение активности ферментов в сыворотке крови

Фермент	Нормальные* значения	Значения при гепатитах
Аланинаминотрансфераза (АлАТ)	до 40 Ед/л	увеличение
Аспартатаминотрансфераза (АсАТ)	до 40 Ед/л	увеличение
Щелочная фосфатаза (ШФ)	31-115 Ед/л дети: до 350 Ед/л	увеличение

* - значения приведены в соответствии с рекомендациями диагностических тест-систем, используемых в КДЛ, активность АЛТ и АСТ отражает выраженность воспаления в печени, но не этиологию гепатита.

Таблица 3

Биохимические показатели сыворотки крови у больных вирусным гепатитом В

Категории обследования	Билирубин, мкмоль/л	АлАТ, ЕД/л	АсАТ, ЕД/л	Общий белок, г/л
Средняя степень тяжести	Поступление 19	95,9	2878	2590
	Разгар 25	145	3908	3057
Тяжелое течение	Поступление 35	175	5435	4215
	Разгар 50	250,7	7450	5159
Контрольная группа	11,4	14	7,3	69
Норма по литературным источникам	14,5	40	40	65-85

Выводы:

1. Следует отметить, что показатели обмена билирубина для диагностики вирусного гепатита играют роль только при развитии желтухи. Безжелтушная форма и преджелтушная фаза вирусных гепатитов в своем большинстве остаются не распознанными. При хронических вирусных поражений печени могут наблюдаться следующие изменения: 1) повышение уровня общего билирубина за счет прямой фракции при нарушении выведения прямого билирубина вследствие цитолиза гепатоцитов, чаще всего наблюдаются при фиброзе, нарастание общего билирубина в крови свидетельствует об обострении процесса; 2) повышение уровня общего билирубина за счет непрямой фракции у больных является чаще признаком синдрома Жильбера - наследственное доброкачественное хроническое заболевание, протекающее с умеренно выраженной негемолитической неконъюгированной гипербилирубинемией, связанной с нарушением печени клиренса билирубина; встречается в семи процентах случаев, чаще у мужчин во второй и третьей декадах жизни.

2. Повышение активности АсТ: широко распространена в тканях человека (сердце, печени, скелетных мышцах, почки, легкие и др.) и имеет митохондриальные и цитоплазматические изоферменты. Значительное повышение свидетельствует о некрозе гепатоцита, сопровождающемся распадом клеточных органелл.

3. Повышение активности АлТ: в самых больших концентрациях содержится в печени, это более чувствительный и точный тест ранней диагностики острого гепатита. АлТ содержится в цитоплазме гепатоцита, поэтому ее повышение коррелирует со степенью цитолиза последнего. Ее активность повышается при холестазе, а также синтезируемых в печени секреторных ферментов - холинэстеразы, снижение активности которых указывает на нарушение функции печени.

4. В результате исследований установлено, что уровень билирубина у больных вирусным гепатитом В значительно выше, в следствии выраженного некротического процесса паренхимы печени. Из таблицы видно, что показатели общего билирубина больных вирусным гепатитом В превышают показатели людей без патологии печени. Нередко

однократное исследование бывает недостаточным и только характер изменения маркеров при повторных исследованиях дает основание для правильной трактовки данных.

Список литературы

1. Амосов А.Д. Гепатит В. – М., 1998. – 154 с.
2. Березов Т.Т., Коровки Б.Ф. Биологическая химия. – М., 1998. – 704 с.
3. Камышников В.С. Карманный справочник врача лабораторной диагностики. – М., 2008. – с. 18 –21.
4. Карташова О.А. О применении стандартов медицинской помощи/ Клиническая лабораторная диагностика. – М., 2007. – 16 с.
5. Покровский В.М., Коротько Г.Н. Физиология человека. – М., 2002. – 584 с.

Сведения об авторах

Ноздрачева Елена Владимировна – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *nozd-ev@ mail.ru.*

Ковалева Екатерина Евгеньевна – магистрант Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *leletkoe@yandex.ru.*

STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF METABOLISM AND BLOOD BIOCHEMICAL PARAMETERS IN THE DEFEAT OF THE HUMAN BODY WITH THE HEPATITIS B VIRUS

E. E. Kovaleva, E. V. Nozdracheva

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The study revealed changes in blood biochemical parameters in the defeat of the human body with the hepatitis B virus, studied the peculiarities of metabolism and blood biochemical parameters in the defeat of the human body with the hepatitis B virus. Monitoring these indicators is important for the timely recognition of complications.

Keywords: *hepatitis B, metabolism, blood biochemical parameters*.

References

1. Amosov A. D. Hepatitis V. – M., 1998. –154 p.
2. Berezov T. T., Korovki B. F. Biological chemistry. – M., 1998. – 704 p.
3. Kamyshnikov V. S. Pocket guide of the doctor of laboratory diagnostics. – M., 2008. – p. 18–21.
4. Kartashov O. A. On the application of standards of medical care / Clinical laboratory diagnostics. – M., 2007. – 16 p.
5. Pokrovsky V. M., Korotko G. N. Human physiology. – M., 2002. – 584 p.

About authors

Nozdracheva E. V. – Candidate of Biology, Associate Professor, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *nozd-ev@ mail.ru.*

Kovaleva E. E. – Postgraduate, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *leletkoe@yandex.ru.*

УДК 612.67

ОПРЕДЕЛЕНИЯ БИОЛОГИЧЕСКОГО ВОЗРАСТА У НАСЕЛЕНИЯ Г.БРЯНСКА РАЗНОГО ПОЛА И ВОЗРАСТА

И. Ю. Финогенова, Е. В. Зайцева, А. В. Силенок
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

В статье представлены результаты исследования биологического возраста у жителей г. Брянска и способах его определения с использованием методов В. П. Войтенко, Л. М. Белозеровой с антропометрическими и функциональными показателями (антропометрический метод, метод форсированной спирометрии), А. Г. Горелкина - Б. А. Пинхасова и индекса кровообращения. Исследование состояния этой проблемы показало, что специально выявленный биологический возраст индивида может использоваться в качестве интегральной характеристики состояния его здоровья, диагностики заболеваний и эффективности мероприятий по замедлению темпов старения и продлению активной старости.
Ключевые слова: *биологический возраст, календарный возраст, возрастные группы, население г.Брянска.*

Введение. В последнее время большое значение в решении проблем, связанных со здоровьем человека, уделяется состоянию биологического возраста [1]. Считается, что при физиологическом старении организма, его хронологический и биологический возраст должны совпадать. В случае опережения биологическим возрастом хронологического можно предположить преждевременное старение, т.е. речь идет не о физиологической, а о преждевременной (патологической) старости [2].

В течение последних десятилетий в связи с увеличением продолжительности жизни отмечается рост заболеваний, связанных с процессами старения, таких как метаболический синдром, ожирение, артериальная гипертензия, сахарный диабет и др. Таким образом, проблема старения и старости становится одной из важнейших проблем современной медицины [1].

Целью исследования является определение биологического возраста и изучение методов его определения.

Материалы и методы исследования. Исследования проводились на базе ГАУЗ «Брянский клинико-диагностический центр» в июле – октябре 2018 года. В данном исследовании принимало участие всего 80 человек, из которых 60 человек (30 женщин и 30 мужчин) взрослого населения г. Брянска. О состоянии здоровья испытуемых судили по анамнестическим данным, результатам предварительного медицинского осмотра и анализу историй болезней. Исключались из выборки те, кто имел в анамнезе инфаркты миокарда, инсульты и другие состояния декомпенсации физиологических систем.

Биологический возраст определялся по общепринятым методикам: методике по В. П. Войтенко, Л. М. Белозеровой, по антропометрическому методу, по анализу крови, методикам А. Г. Горелкина – Б. А. Пинхасова и методу по форсированной спирометрии [3, 4].

Результаты исследования и обсуждения. Данное исследование было проведено с целью определения БВ у респондентов разного пола и возраста. Сравнение средних показателей биологического возраста по различным методикам и цифры календарного возраста у всех респондентов, представлены в таблице.

Коэффициент множественной корреляции между хронологическим возрастом и батареей тестов при определении БВ по умственной работоспособности $R_М=0.98$ и $R_Ж=0.86$. Достоверность корреляции результатов при $P\leq0.05$, с точностью $t\geq20$.

Таблица 1

Биологический возраст мужчин и женщин по всем методикам всех возрастных групп

Методы / Возр. группы	Пол					
	мужской			женский		
	КВ	ДБВ	БВ	КВ	ДБВ	БВ
По методике Войтеко I						
20-30 лет	26±1.3	35±1.8	40±2	26±1.3	32±1.6	34±1.7
31-40 лет	36±1.8	41±2	46±3.3	35±1.8	38±1.9	38±1.9
41-55 лет	49±2.5	49±2.5	54±2.7	48±2.4	45±2.3	42±2.1
По методике Войтеко II						
20-30 лет	26±1.3	34±1.7	50±2.5	26±1.3	32±1.6	36±1.8
31-40 лет	36±1.8	41±2	54±2.7	35±1.8	37±1.9	37±1.9
41-55 лет	49±2.5	49±2.5	65±3.3	48±2.4	45±2.3	40±2
Антропометрический метод						
20-30 лет	26±1.3	36±1.8	43±2.2	26±1.3	42±2.1	44±2.2
31-40 лет	36±1.8	42±2.1	49±2.5	35±1.8	45±2.3	42±2.1
41-55 лет	49±2.5	50±2.5	56±2.8	48±2.4	51±2.6	48±2.4
Методика по анализу крови						
20-30 лет	26±1.3	61±3	66±3.3	26±1.3	61±3	65±3.3
31-40 лет	36±1.8	64±3.2	68±3.4	35±1.8	64±3.2	64±3.2
41-55 лет	49±2.5	67±3.4	72±3.6	48±2.4	67±3.4	67±3.4
Методика по форсированной спирометрии						
20-30 лет	26±1.3	26±1.3	28±1.4	26±1.3	26±1.3	28±1.4
31-40 лет	36±1.8	36±1.8	38±1.9	35±1.8	35±1.8	35±1.8
41-55 лет	49±2.5	49±2.5	50±2.5	48±2.4	48±2.4	46±2.3
Методика по Горелкину - Пинхасову						
20-30 лет	26±1.3	26±1.3	27±1.4	26±1.3	26±1.3	27±1.4
31-40 лет	36±1.8	36±1.8	37±1.9	35±1.8	35±1.8	34±1.7
41-55 лет	49±2.5	49±2.5	50±2.5	48±2.4	48±2.4	46±2.3
Методика мо индексу кровообращения						
20-30 лет	26±1.3	26±1.3	27-30±	26±1.3	26±1.3	27-30±
31-40 лет	36±1.8	36±1.8	41-50±	35±1.8	35±1.8	31-35±
41-55 лет	49±2.5	49±2.5	51-55±	48±2.4	48±2.4	41-50±

Из таблицы мы получили, что исходные средние показатели БВ превышают средние показатели КВ у большинства респондентов на несколько лет. Так по методике по В. П. Войтенко, Л. М. Белозеровой по крови – на 4-5 условных года, по антропометрическому методу – на 3-7 условных года. По методикам А. Г. Горелкина – Б. А. Пинхасова и методу по форсированной спирометрии на 1-2 условных года, а вот результаты, полученные по формуле В.П. Войтенко II, превышают средний календарный возраст в большей степени, в связи с использованием большего количества параметров – больше, чем в 10 условных года.

Метод вычисления БВ по индексу кровообращения дает данные с точностью в ±5-10 условных года. Результаты теста на определение ИК показывает, что у мужчин наихудшее соотношение БВ и КВ, чем у женщин. БВ у 56% мужчин и 46% женщин больше КВ (44% мужчин и 54% женщин имеют БВ ≤ КВ).

Соотношение ускоренного и замедленного старения у респондентов представлено в виде диаграммы 1 (рис.1), а распространенность отдельных признаков преждевременного старения представлено в виде диаграммы 2 (рис.2).

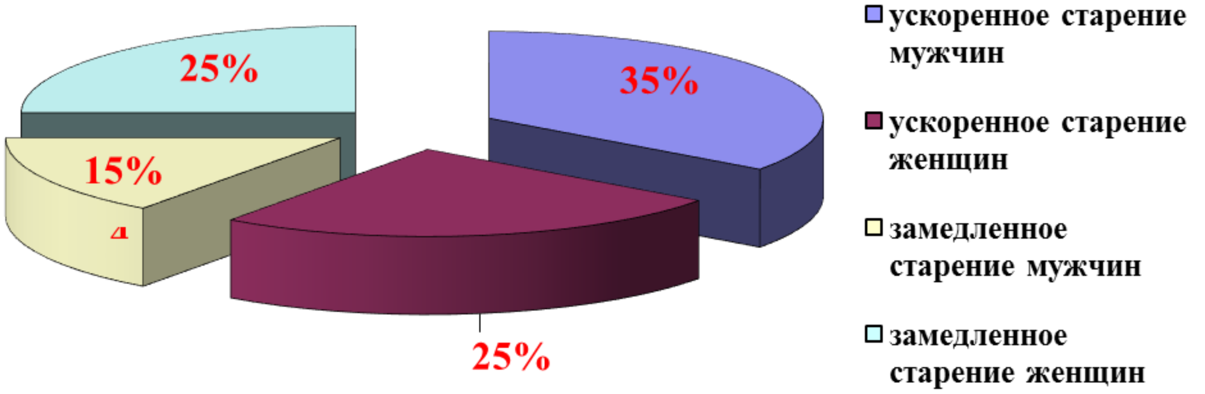

Рис. 1. Соотношение ускоренного и замедленного старения респондентов

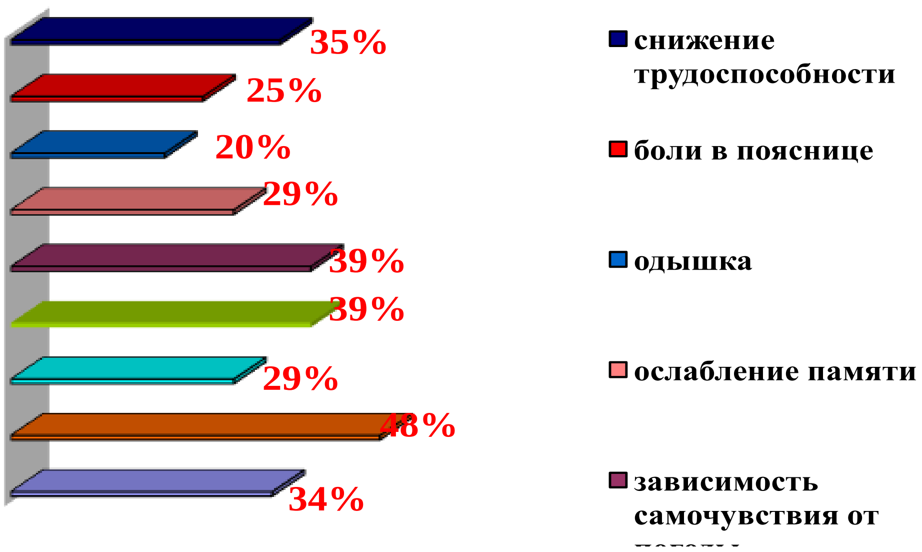

Рис. 2. Распространенность отдельных признаков преждевременного старения респондентов

Таким образом, анализ корреляционных связей БВ по В. П. Войтенко по Л. М. Белозеровой с антропометрическими и функциональными показателями (антропометрический метод, метод форсированной спирометрии) и по А. Г. Горелкину - Б. А. Пинхасову выявил равноценность данных методик. По всем методикам прослеживается следующая тенденция: у 56% мужчин и 46% женщин БВ больше КВ (у 44% мужчин и 54% женщин БВ меньше КВ).

Выводы:

1. По результатам исследований мы выяснили, что средний календарный возраст мужчин и женщин отличается от биологического - у мужчин он больше календарного в среднем на ±5 условных года, а у женщин он в среднем меньше календарного на ±3 условных года.

2. У большинства респондентов выявлены показатели, свидетельствующие о преждевременном старении (60%). Среди признаков преждевременного старения наиболее распространенным является нарушение сна, ухудшение зрения, нарушение самочувствия при смене погоды, снижение трудоспособности, головные боли.

Список литературы

1. Булич Э. Г. Современные достижения науки о здоровье // Теория и практика физической культуры и спорта. – М.: Наука, 2007. – №1. – С. 62- 63.

2. Илющенко В. Г. Современные подходы к оценке биологического возраста человека // Валеология. М.: Айрис-пресс, 2009. – № 3. – С. 11-19.

3. Кишкун А. А. Биологический возраст и старение: возможности определения и пути коррекции // Руководство для врачей. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2008. – 976 с.

4. Павловский О. М. Биологический возраст человека. – М.: Изд-во МГУ, 2004. –164 с.

Сведения об авторах

Финогенова Ирина Юрьевна – магистрант кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

Зайцева Елена Владимировна – доктор биологических наук, профессор кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: z_ev11@mail.ru.

Силенок Александр Васильевич – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, главный врач ГАУЗ «Брянский клинико-диагностический центр».

DETERMINE BIOLOGICAL AGE IN THE POPULATION OF BRYANSK DIFFERENT SEX AND AGE

I. Yu. Finogenova, E. V. Zaitseva, A.V. Silenok

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The article presents the results of the study of the biological age of the residents of Bryansk and methods for its determination using the methods of V. P. Voitenko, L. M. Belozerova with anthropometric and functional indicators (anthropometric method, the method of forced spirometry), A. G. Gorelkina - B. A. Pinkhasov and blood circulation index. The study of the state of this problem has shown that a specially identified biological age of an individual can be used as an integral characteristic of his state of health, diagnosis of diseases and the effectiveness of measures to slow down the rate of aging and prolong active old age.

Keywords: *biological age, calendar age, age groups, population of Bryansk.*

References

1. Bulich E. G. Modern advances in health science // Theory and practice of physical culture and sport. – M.: Science, 2007. – №1. – Pp. 62-63.

2. Ilyushchenko V. G. Modern approaches to the assessment of a person’s biological age // Valeology. – M.: Iris-press, 2009. – № 3. – P. 11-19.

3. Kiskun A. A. Biological age and aging: possibilities of determination and ways of correction // A Guide for Physicians. M.: GEOTAR-Media, 2008. – 976 p.

4. Pavlovsky O. M. Biological age of man. M.: Publishing House of Moscow State University, 2004. – 164 p.

About authors

Finogenova I. Yu. – graduate student, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky.

Zaitseva E. V. – Sc.D. in Biology, Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *z_ev11@mail.ru.*

Silenok A.V. – PhD in Biological Sciences, Associate Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, Chief Doctor of the State Autonomous Healthcare.

УДК 796.332

ДИНАМИКА ФИЗИЧЕСКОЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 12-13 ЛЕТ, ЗАНИМАЮЩИХСЯ МИНИ-ФУТБОЛОМ

Д. В. Шаповалов, Ю. В. Ермакова, А. Л. Харлан
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

Физическая работоспособность – потенциальная способность человека проявить максимум физического усилия при статической, динамической и смешанной работе. Физическая работоспособность является интегральным выражениям возможностей человека, входит в понятие его здоровья и характеризуется рядом объективных факторов. В статье представлены результаты исследования физической работоспособности девочек 12-13 лет при занятиях мини-футболом и обычных физических нагрузках школьной системы физического воспитания.
Ключевые слова: *физическая работоспособность, мини-футбол, девочки 12-13 лет, физическое развитие.*

Введение. В настоящее время здоровье детей и подростков становится все более актуальной темой. В соответствии с этими показателями ухудшение здоровья школьников происходит как от года к году. Показатели, характеризующие физическую работоспособность и физическую подготовленность у современных учащихся школ значительно (на 20-25%) ниже, чем у их сверстников 80-90-х годов, вследствие чего около половины выпускников 11 классов мальчиков и до 75% девочек не в состоянии выполнять нормативы физической подготовленности [2]. В связи с этим, одной из главных задач школы является создание благоприятных психолого-педагогических условий, способствующих развитию физической и умственной работоспособности младших школьников [1].

Цель исследования – изучение физической работоспособности девочек 12–13 лет при нормальном развитии и дополнительных занятиях мини–футболом.

Методы исследования. В исследовании приняли участие 2 группы: экспериментальная (10 девочек в возрасте 12–13 лет, занимающихся мини–футболом) и контрольная группа (13 девочек, в возрасте 12–13 лет, занимающихся спортом только на занятиях по физической культуре в общеобразовательной школе). Исследование проходило на базе спортивного зала БГИТУ с группой детей начальной подготовки по мини-футболу, девочки занимаются футболом 3 раза в неделю по 1,5 часа на протяжении 2х лет. И на базе МБОУ «Лицей №27 имени героя Советского Союза И.Е. Кустова города Брянска», физическая активность школьников составляет 2 раза в неделю по 45 минут.

В ходе эксперимента нами оценивалось состояние физической работоспособности по тесту комплексной оценки. По команде учащийся встает и выполняет хлопок над головой. Затем возвращается в исходное положение. Упражнение выполняется в максимальном темпе в течение 30 с. Фиксируется количество приседаний (КП). Необходимо следить, чтобы учащиеся полностью выпрямляли туловище, ноги в коленях и не делали подскоков. По окончании экспресс-теста подсчитывается пульс в течение 10 с. Результат умножается на 6, т.е. определяется частота пульса за 1 мин. (табл.1).

Таблица 1

Нормативы оценок показателя экспресс-теста (по Л.Н. Бачериковой, 1988)

Уровень физической работоспособности	Комплексная оценка	
	Мальчики	Девочки
Высокий	Ниже 5,2	Ниже 5,4
Средний	От 5,2 до 6,0	От 5,4 до 6,2
Низкий	Выше 6,0	Выше 6,2

Отношением частоты сердечных сокращений к количеству приседаний определяется комплексная оценка (КО) в условных единицах:

$$\text{КО} = \frac{\text{ЧСС уд./мин.}}{\text{КП}}$$

Чем ниже значение КО, тем выше физическая работоспособность.

Результаты исследования. Уровень физической работоспособности (комплексная оценка) у контрольной группы в мае составляет 4,55, что на 0,75 больше, чем у экспериментальной. К сентябрю месяцу этот показатель составлял 5,45 и 4,21. Что на 0,9 и 4,1 больше, чем в мае (табл. 2).

Таблица 2

Динамика комплексной оценки у девочек 12-13 лет в контрольной и экспериментальной группах

№	Группа	Май	Сентябрь	Декабрь
1.	Контрольная (n=13)	4,55±0,24	5,45±0,34	4,87±0,24
2.	Экспериментальная (n=10)	3,8±0,21*	4,21±0,20*	4,33±0,25

В декабре комплексная оценка у контрольной группы понизилась на 0,58 и составила 4,87, а у экспериментальной группы, наоборот – стала незначительно выше и составила 4,33 (рис). Различия показателей в мае и сентябре являются статистически достоверными.

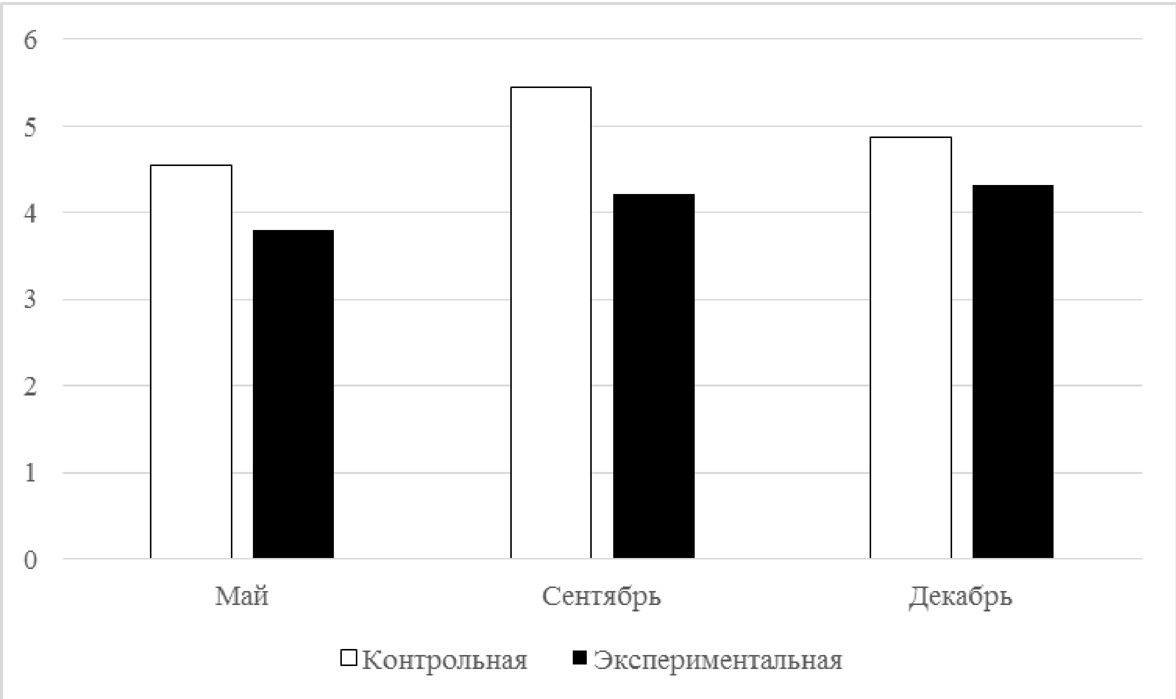

Рис. 1. Динамика комплексной оценки у девочек 12-13 лет в контрольной и экспериментальной группах

Выводы: в ходе проведённого собственного исследования было установлено, что занятия мини-футболом оказывают влияние на морфофункциональное состояние спортсменок. Уровень физической работоспособности на протяжении всего исследования у экспериментальной группы «высокий», а у контрольной варьируется от «средний» к «высокий».

Список литературы

1. Велиева Н.В Педагогические условия развития физической и умственной работоспособности младших школьников: Автореф. дис. к-та пед. наук. Махачкала, 2005. – 142 с.
2. Чачина М. А., Прокопьев Н. Я., Колунин Е.Т. Динамика возрастных изменений физической работоспособности девушек 15-18 лет г. Тюмень в многолетнем тренировочном процессе занятий волейболом // JSRP. 2014. №9 (13). URL: *https://cyberleninka.ru/article/n/dinamika-vozrastnyh-izmeneniy-fizicheskoy-rabotosposobnosti-devushek-15-18-let-g-tyumen-v-mnogoletnem-trenirovochnom-protsesse-zanyatiy* (дата обращения: 15.11.2018).

Сведения об авторах

Шаповалов Дмитрий Витальевич – студент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

Ермакова Юлия Владимировна – студент кафедры теории и методики физической культуры и спорта Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

Харлан Алексей Леонидович – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *alexkharlan@mail.ru*

DYNAMICS OF PHYSICAL WORKING CAPACITY OF SCHOOLCHILDREN OF 12-13 YEARS WORKING IN MINI-FOOTBALL

D. V. Shapovalov, Yu. V. Ermakova, A. L. Kharlan
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

Physical working - the potential ability of a person to show maximum physical effort during static, dynamic and mixed work. Physical working is an integral expression of the capabilities of a person, is included in the concept of his health and is characterized by a number of objective factors. The article presents the results of a study of the physical performance of girls 12-13 years old when practicing futsal and ordinary physical activities of the school system of physical education.
Keywords: *physical performance, futsal, girls 12-13 years old, physical development.*

References

1. Veliyeva N. V. Pedagogical conditions for the development of physical and mental performance of younger schoolchildren: Author's abstract. dis. k-ped sciences. Makhachkala, 2005. 142 p.
2. Chachina M. A., Prokopyev N. Ya., Kolunin E.T. Dynamics of age-related changes in the physical performance of girls 15-18 years old, Tyumen in the long-term training process of volleyball // JSRP. 2014. №9 (13). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/dinamika-vozrastnyh-izmeneniy-fizicheskoy-rabotosposobnosti - devushek-15-18-let-g-tyumen-v-mnogoletnem-treniro-vochnom -protsesse-zanyatiy.

About authors

Shapovalov D. V. – student, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky.

Ermakova Yu. V. – student, Department of Theory and Methods of Physical Culture and Sports, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky.

Kharlan A. L. - PhD in Biological Sciences, Associate Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: alexkharlan@mail.ru

ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПРЕДЛАГАЕМЫХ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ В РЕЦЕНЗИРУЕМОМ ЭЛЕКТРОННОМ НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ «УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА» («УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БГУ»)

Требования к содержанию статей.

В журнале «Ученые записки БГУ» публикуются статьи теоретического и прикладного характера, содержащие оригинальный материал исследований автора (соавторов), ранее нигде не опубликованный и не переданный в редакции других журналов. Материал исследований должен содержать научную новизну и/или иметь практическую значимость. К публикации принимаются только открытые материалы на русском, английском или немецком языках. Статьи обзорного, биографического характера, рецензии на научные монографии и т.п. пишутся, как правило, по заказу редколлегии журнала.

Требования к объему статей.

Полный объем статьи, как правило, не должен превышать 1 Мб, включая иллюстрации и таблицы.

Общие требования к оформлению статей.

Статьи представляются в электронном виде, подготовленные с помощью текстового редактора Microsoft Word (Word 97/2000, Word XP/2003) и разбитые на страницы размером А4. См. образец с настроенными стилями.

Все поля страницы – по 2 см, верхний и нижний колонтитулы – по 1,5 см. Текст набирается шрифтом Times New Roman, 12 pt, межстрочный интервал - одинарный, красная строка (абзац) - 1,25 см, выравнивание по ширине, включен режим принудительного переноса в словах. Страницы не нумеруются.

Если статья выполнена при поддержке гранта или на основе доклада, прочитанного на конференции, то необходимо сделать соответствующее упоминание в конце статьи.

К статье должна быть приложена авторская справка, содержащая следующую информацию по каждому автору: фамилию, имя, отчество (при наличии), научную степень, ученое звание, место работы, должность, точный почтовый адрес места работы (домашний адрес указывать недопустимо), контактный телефон – рабочий или сотовый (домашний телефон указывать недопустимо), e-mail, согласие на обработку указанных данных и размещение их в журнале. См. образец авторской справки.

В статье следует использовать только общепринятые сокращения.

Редакция не принимает к рассмотрению рукописи статей, оформленные не по установленным правилам.

Требования к структуре статей.

Статья формируется из отдельных структурных составляющих в следующей последовательности:

1) первая строка: номер УДК (стиль «УДК»);

2) вторая строка: название статьи (стиль «Название»);

3) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов (стиль «Автор»);

4) наименование организации(й), которую представляют авторы (стиль «Организация»);

5) пропустив одну строку: аннотация на русском языке (стиль «Аннотация»);

6) ключевые слова (стиль «Ключевые слова»);

7) пропустив одну строку: основной текст статьи (стиль «Текст») с иллюстрациями (стиль «Подрисуночная надпись») и таблицами (стили «Номер таблицы» и «Название таблицы»);

8) пропустив одну строку: список литературы (стили «Список литературы» и «Источники»);

9) пропустив одну строку: сведения об авторах (стили «Об авторах» и «Сведения»);

10) пропустив одну строку: название статьи на английском языке (стиль «Название»);

11) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов на латинице (стиль «Автор»);

12) наименование организации(й), которую представляют авторы, на латинице (стиль «Организация»);

13) пропустив одну строку: аннотация на английском языке (стиль «Аннотация»);

14) ключевые слова на английском языке (стиль «Ключевые слова»);

15) пропустив одну строку: список литературы на английском языке (стиль «Список литературы» и «Источники»);

16) пропустив одну строку: сведения об авторах на английском языке (стили «Об авторах» и «Сведения»).

Указанные структурные составляющие статьи являются обязательными.

Требования к оформлению структурных составляющих статей.

Аннотация на русском языке, в которой отражается краткое содержание статьи, должна иметь объем, как правило, не более 8 строк. Аннотация на английском языке должна содержать не менее 100-250 слов, быть информативной (отражать основное содержание статьи и результаты исследований) и оригинальной (не быть калькой аннотации на русском языке).

Количество ключевых слов на русском и английском языках не должно превышать 15 слов (для каждого языка).

Оптимальной считается следующая структура статьи: «Введение» с указанием актуальности и цели научной работы, «Постановка задачи», «Результаты», «Выводы или заключение», «Литература», «Приложение». В «Приложении» при необходимости могут приводиться математические выкладки, не вошедшие в основной текст статьи и иной вспомогательный материал). В тексте статьи допускается использование систем физических единиц СИ (предпочтительно) и/или СГСЭ. В обязательном порядке статья должна завершаться выводами или заключением.

Все иллюстрации и таблицы – не редактируемые файлы в формате jpg, которые должны быть вставлены в текст. Дополнительно иллюстрации прилагаются отдельными файлами в формате jpg. Рисунки встраиваются в текст через опцию «Вставка-Рисунок-Из файла» с обтеканием «В тексте» с выравниванием по центру страницы без абзацного отступа. Иные технологии вставки и обтекания не допускаются. Все рисунки и чертежи выполняются четко, в формате, обеспечивающем ясность понимания всех деталей; это особенно относится к фотокопиям и полутоновым рисункам. Рисунки, выполненные карандашом, не принимаются. Рисунки, выполненные в MS Word, недопустимы. Язык надписей на рисунках (включая единицы измерения) должен соответствовать языку самой статьи. Поясняющие надписи следует по возможности заменять цифрами и буквенными обозначениями, разъясняемыми в подписи к рисунку или в тексте. Авторов, использующих при подготовке рисунков компьютерную графику, просим придерживаться следующих рекомендаций: графики делать в рамке; штрихи на осях направлять внутрь; по возможности использовать шрифт Times New Roman; высота цифр и строчных букв должна соответствовать высоте букв в тексте статьи.

Формулы должны быть набраны только в редакторе формул (Microsoft Equation). Высота шрифта 12 pt, крупных индексов - 8 pt, мелких индексов – 5 pt, крупных символов – 18 pt, мелких символов – 12 pt. Формулы, внедренные как изображение, не допускаются! Статья должна содержать лишь самые необходимые формулы, от промежуточных выкладок желательно отказаться. Векторные величины выделяются прямым полужирным шрифтом. Все сколько-нибудь громоздкие формулы выносятся на отдельные строки. Формулы должны быть вставлены по центру в таблицу с невидимыми контурами, состоящей из двух колонок. Левая широкая колонка используется для размещения самой формулы, а правая узкая колонка – для номера формулы. Номер формулы ставится в скобках и располагается по центру ячейки таблицы. Нумеруются только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте статьи.

В список литературы включаются только те источники, на которые в тексте статьи имеются ссылки. Желательно шире использовать иностранные источники. Список формируется либо в порядке цитирования, либо в алфавитном порядке (вначале источники на русском языке, затем на иностранных языках). Ссылки на литературу по тексту статьи необходимо давать в квадратных скобках. Библиографические описания цитируемых источников в списке литературы оформляются в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Ссылки на работы, находящиеся в печати, не допускаются. Список литературы должен быть продублирован на латинице (см. Написание русских символов латиницей). Рекомендации по представлению ссылок в списке литературы на латинице, удовлетворяющего требованиям поисковых систем международных баз данных, – см. Представление источников на латинице.

Сведения об авторах должны включать следующую информацию (на русском и английском языках): фамилию и инициалы автора, ученую степень и ученое звание (при их наличии), должность с указанием места работы (полное название организации, без сокращения), адрес электронной почты. В англоязычном варианте желательно (но не обязательно) также привести дополнительную информацию, в частности, указать дату рождения, назвать законченные учебные заведения и полученные в них научные степени или квалификацию, указать область научных интересов и др.

Требования к составу присылаемого в редакцию комплекта документов.

В комплект документов, присылаемых в редакцию журнала, должны входить:

1) файл с расширением .doc, содержащий полностью подготовленную к публикации согласно вышеперечисленным требованиям журнала статью (включая размещенные в ее тексте рисунки), название которого складывается из фамилий всех авторов (например, «Иванов И.И.,Петров П.П.doc»);

2) файлы с расширением .jpg, содержащие по одному рисунку статьи, название которых соответствует номерам рисунков (например, «Рисунок 01.jpg»);

3) файлы с расширением .pdf, содержащие по одной авторской справке с подписью автора, название которых соответствует фамилии автора (например, «Иванов И.И.doc»).

К статьям, выполненными аспирантами или соискателями научной степени кандидата наук, необходимо приложить рекомендацию, подписанную научным руководителем (если научный руководитель не входит в число соавторов данной статьи).

Каждая статья в обязательном порядке проходит процедуру закрытого рецензирования. Порядок рецензирования установлен документом «Порядок рецензирования рукописей». По результатам рецензирования редколлегия оставляет за собой право либо вернуть автору статью на доработку, либо отклонить ее публикацию в журнале.

Редакция журнала оставляет за собой право на редактирование статей с сохранением авторского варианта научного содержания.

В опубликованной статье указывается дата поступления рукописи статьи в редакцию. В случае существенной переработки рукописи статьи указывается дата получения редакцией окончательного текста статьи.

Статьи публикуются бесплатно.

Все материалы отправлять по адресу:

241036, г. Брянск, ул. Бежицкая, д.20, каб. 101

Телефон: +7 (4832) 666-816

E-mail: uz_bgu@mail.ru

Изменения и дополнения к правилам оформления статей можно посмотреть на официальном сайте журнала: ***http://www. scim-brgu.ru***

СЕТЕВОЕ ИЗДАНИЕ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ / ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ

Учредитель и издатель:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Свидетельство о регистрации средства массовой информации выдано
Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015

Адрес учредителя:
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 14

Адрес редакции и издателя:
РИО ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 20

Дата размещения сетевого издания в сети Интернет на официальном сайте http://scim-brgu.ru – 03.12.2018

16+