ISSN 2519-2574

Ученые записки

Брянского государственного университета

№ 1(9)

2018

Физико-математические науки

/ Биологические науки / Ветеринарные науки

ББК 74.58Бр
У 91

Ученые записки Брянского государственного университета:
физико-математические науки / биологические науки / ветеринарные науки
2018. №1 (9)
Точка доступа: http://scim-brgu.ru. Размещено на официальном сайте журнала: 01.06.2018

Свидетельство о регистрации средства массовой информации Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

ISSN 2519-2574

SCIENTIFIC NOTES
of the Bryansk State University

N 1(9)
2018

Physics and Mathematics / Biology / Veterinary

Scientific notes of the Bryansk State University. Physics and Mathematics / Biology / Veterinary
2018. N 1 (9)
http://scim-brgu.ru. Published on the official site of the journal: 01.06.2018

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

CONTENT

MATHEMATICS AND INFORMATICS

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL PHYSICS

FUNDAMENTAL AND APPLIED BIOLOGY

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

УДК 371.24+371.212

ТЕХНОЛОГИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА» В СОДЕРЖАНИИ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА СПО

В. И. Горбачев, М. Д. Язвенко
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени акад. И.Г. Петровского»

В статье рассматриваются способы реализации общих и профессиональных компетенций государственного образовательного стандарта конкретной специальности среднего профессионального образования.
Ключевые слова: *среднее профессиональное образование, компетентностный подход в обучении, методика обучения математике.*

В современной системе общего и профессионального образования главенствующую позицию занимает компетентностный подход в обучении. Понятия «компетентностный подход» и «ключевые компетентности» в практике общего и профессионального образования получили широкое распространение сравнительно недавно в связи с развитием процесса модернизации российского образования. В современной дидактике, методологии образования опубликованы крупные научно-теоретические и научно-методические работы В.В. Байденко [2,3], В.А. Болотова и В.В. Серикова [4], А. В. Хуторского [17,18, 19], И.А. Зимней [8, 9,10], А.К. Марковой [12], Э.Ф. Зеера [7], Ю.Г. Татура [15], В.Д. Шадрикова [20], в которых анализируются сущность компетентностного подхода и проблемы формирования ключевых компетентностей на разных уровнях общего и профессионального образования. При этом, как обосновано в работах [5, 6], понятийный аппарат, характеризующий фундаментальный характер компетентностного подхода в образовании, в дидактическом и методико-методическом планах в полной мере не обоснован, технология реализации конкретных компетенций в содержании определенной учебной дисциплины зачастую характеризуется обыденным уровнем сознания.

Компетентностный подход в нормативном и общедидактическом планах [14, 16] – это совокупность общих принципов определения целей образования, отбора содержания образования, организации образовательного процесса и оценки образовательных результатов. К числу таких принципов относятся следующие положения:

– смысл образования заключается в развитии у обучаемых способности самостоятельно решать проблемы в различных сферах и видах деятельности на основе использования социального опыта, элементом которого является и собственный опыт учащихся;

– содержание образования представляет собой дидактически адаптированный социальный опыт решения познавательных, мировоззренческих, нравственных, политических и иных проблем;

– смысл организации образовательного процесса заключается в создании условий для формирования у обучаемых опыта самостоятельного решения познавательных, коммуникативных, организационных, нравственных и иных проблем, составляющих содержание образования;

– оценка образовательных результатов основывается на анализе уровней образованности, достигнутых учащимися на определённом этапе обучения.

Указанные и другие научно обоснованные принципы лежат в основе выделения и разработки общекультурных, общепредметных и предметных компетенций, зафиксированных в содержании Федеральных государственных образовательных стандартов общего профессионального образования. Однако широкая дидактическая трактовка каждой из компетенций в реальном образовательном процессе ставит перед преподавателем непростую задачу по их реализации в содержании рабочих программ конкретной учебной дисциплины. В практике научной технологизации [1, 11] выделение и способы реализации компетенций представлены реально, однако в практической разработке конкретными образовательными организациями среднего профессионального образования весьма часто наблюдается отсутствие цели, способов формирования отдельных компетенций. Так, в системе СПО изучение учебных дисциплин «Математика», «Прикладная математика» математическое содержание, как правило, стоит обособленно, в содержании учебной дисциплины происходит только формирование предметных знаний, умений и навыков. Поэтому так важна современная рабочая программа учебного предмета «Математика», с математическим содержанием, направленным на формирование определенного спектра компетенций – как общих, так и предметных.

В качестве исследовательской задачи проектируется конкретная методическая деятельность «Содержание и технология реализации учебной дисциплины «Прикладная математика» специальности 07.02.01 «Архитектура» Брянского строительного колледжа имени профессора Н.Е. Жуковского» [21].

Методическая проблема: с одной стороны, нормативно принят ФГОС этой специальности, реализуемый в содержании общих и профессиональных компетенций, с другой стороны, есть реализуемая в учебном учреждении рабочая программа, в которой ни среди целей, ни среди планирования любых видов занятий ни одна из компетенций не реализуется.

В содержательном и методическом планах задачами составления рабочей программы учебной дисциплины «Прикладная математика» специальности 07.02.01 «Архитектура» выступают:

1) Определение содержательных тем учебной дисциплины, реализующих положения стандарта.

2) В рамках содержательных тем - исследование содержательных и процессуальных связей с системой компетенций, закрепленных за учебной дисциплиной.

3) Выделение видов деятельности, в которой каждая из выделенных компетенций реализуется.

4) Определение форм и видов учебных занятий, адекватных выделенным видам деятельности.

5) Разработка содержания учебных занятий, формирующих виды деятельности.

6) Составление рабочей программы, в которой в выделенных стандартом содержательных темах формируются как общие, так и профессиональные компетенции.

7) Проектирование технологий целостной учебной деятельности.

Цель составления рабочей программы: формирование математических методов, теорий и их приложений в сфере строительства и архитектуры средствами компетентностного подхода.

Прикладная математика является базовой дисциплиной «Математического и общего естественнонаучного цикла» основной образовательной программы. Дисциплина выступает основанием для изучения дисциплин: техническая механика, архитектурная физика, начертательная геометрия, основы экономики архитектурного проектирования и строительства «Общепрофессионального и профессионального цикла». Дисциплина является обязательной для освоения в 1 семестре.

Требованием к результатам освоения содержания дисциплины являются компетенции обучающегося, формируемые в результате ее освоения. Содержание учебной дисциплины «Прикладная математика», согласно ФГОС, направлено на формирование профессиональных качеств студентов, определенных спектром компетенций.

Анализ ФГОС специальности 07.02.01 «Архитектура» позволил выделить:

1. Прикладная математика является базовой дисциплиной «Математического и общего естественнонаучного цикла» основной образовательной программы.

2. Дисциплина выступает основанием для изучения дисциплин: техническая механика, архитектурная физика, начертательная геометрия, основы экономики архитектурного проектирования и строительства «Общепрофессионального и профессионального цикла».
3. Дисциплина является обязательной для освоения в 1 семестре.
4. Примерное количество часов, выделяемое на данную дисциплину:
   - максимальное кол-во часов: 48;
   - обязательная учебная нагрузка: 32;
   - теоретические занятия: 14;
   - практические занятия: 18.

Анализ ФГОС и сопоставление с существующим учебным планом данной специальности также позволил выделить примерное количество часов, в течение которых данная дисциплина реализуется: максимальное кол-во часов: 48; обязательная учебная нагрузка: 32; теоретические занятия: 14; практические занятия: 18.

Анализ рабочей программы данной специальности «Архитектура» позволил выделить несоответствия ФГОС:

1) Рабочая программа практически полностью повторяет школьную программу по математике для 10-11 классов.

2) Рабочая программа составлена сразу для нескольких специальностей, поэтому конкретного содержания нет, разница между специальностями не учитывается, любое личностно-ориентированное обучение отсутствует.

3) Спектры компетенций отсутствуют, требования ФГОС просто перечислены, но не учитываются.

4) Содержание подобрано без учета особенностей специальности «Архитектура».

В рамках методической задачи проекта, во-первых, выберем несколько компетенций из спектра компетенций ФГОС данной специальности, на формирование которых направлено содержание дисциплины «Прикладная математика».

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

ПК 1.1. Разрабатывать проектную документацию объектов различного назначения.

ПК 1.3. Осуществлять изображение архитектурного замысла, выполняя архитектурные чертежи и макеты.

Во-вторых, выделим виды деятельности, в которых происходит формирование определенной компетенции и соотнесем их с содержательными темами, которые данный вид деятельности содержат, по результату составим таблицу (табл. 1), которая будет являться профессионально-ориентированной частью новой рабочей программы.

Таблица 1

Виды деятельности, в которых формируются общие и профессиональные компетенции

Компетенция	**Вид деятельности**
ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	Изучение геометрических закономерностей конструирования архитектурных сооружений. Знакомство с метрическими характеристиками архитектурных сооружений, способами изображения, анализа. Проведение математической обработки потребностей строительных материалов в строительстве архитектурных конструкций. Применение математических методов расчета экономических затрат, прибыли от строительства архитектурных сооружений.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.	Построение комбинаций геометрических фигур, их технических изображений в профессиональных технических компьютерных средах (AutoCAD). Информационный поиск по использованию: а) математика и геометрия в архитектурном строительстве; б) математика и природная архитектура. Разработка презентаций по конкретным направлениям применения математики в архитектуре Современные компьютерные среды и их применение в архитектурном строительстве.
ПК 1.1. Разрабатывать проектную документацию объектов различного назначения.	Знакомство с процессом разработки проектной документации на конкретном примере, с последующим применением полученных знаний и умений для выполнения разработки собственного проекта строительства выбранного архитектурного сооружения.
ПК 1.3. Осуществлять изображение архитектурного замысла, выполняя архитектурные чертежи и макеты.	Создание технического задания, задание на конструирование строящегося архитектурного сооружения с учетом заданных метрических характеристик.

В-третьих, определим задачи, которые стоят перед освоением дисциплины, что позволит конкретизировать математическое содержание, и выберем количество часов на каждую тему, в соответствии с учебным планом.

Итогом анализа выступают следующие задачи освоения учащимися дисциплины «Прикладная математика»:

1) Анализ применения математических закономерностей в сфере строительства и архитектуры.

2) Изучение математической теории длин, площадей, объемов и ее приложений в строительстве и архитектуре.

3) Применение теории погрешностей в проектировании, измерении и строительстве архитектурных сооружений.

4) Изучение интегрального исчисления и его практического приложения.

5) Изучение теории вероятностей и математической статистики, их приложений в статистических методах анализа и проектирования архитектурных сооружений.

В результате обобщения выделяется конкретное математическое содержание, которое соотносится с конкретными компетенциями. Компетенции при этом формируются в рамках той или иной темы (схема 1).

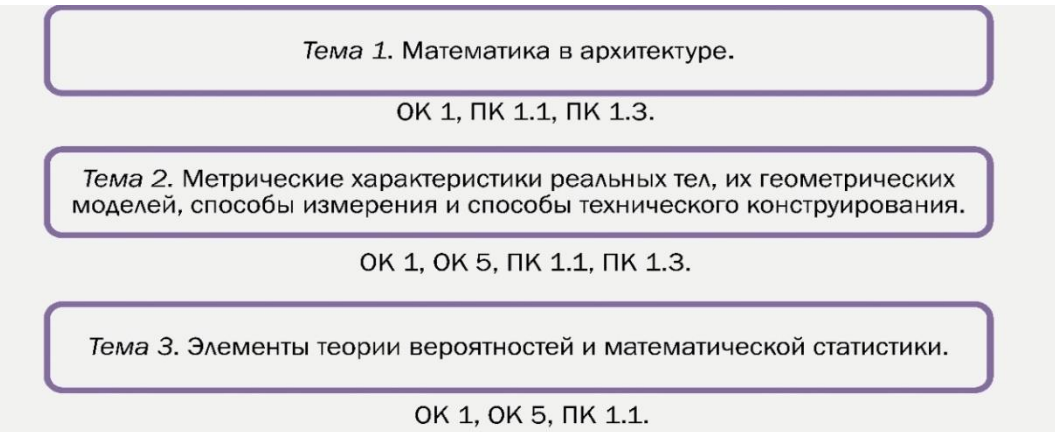

Схема 1. Содержательные темы в реализации групп компетенций

В-четвертых, выделим содержание и форму занятий, которые формируют необходимый вид деятельности.

Общепредметной компетенции ОК-1 сопоставляются адекватные виды учебной деятельности в содержании конкретных содержательных тем, форм проведения учебных занятий (табл. 2).

Таблица 2

Содержание и формы занятий, формирующих ОК 1

ОК 1	***Тема 1.*** *Лекция 3.* Геометрические формы и их взаимная связь в конструкциях архитектурных сооружений. *Практическая работа №1.* Сравнительный анализ технологии проектирования зданий и сооружений: в начале 19 в.; в начале 20 в.; в начале 21 в. *Практическая работа №2.* Математические методы организации проведения строительных работ. *Практическая работа №3 (деловая игра).* Функции и роли в организации, проведении строительных мероприятий. ***Тема 2.*** *Лекция 6.* Методы линейного вычисления l, S, V. Общие представления о метрических функциях l(T), S(T), V(T) в аксиоматическом подходе и в процедуре предельного перехода. *Лекция 7.* Представление и вычисление *l(T), S(T), V(T)* средствами интегрального счисления. *Лекция 8.* Понятие абсолютной и относительной погрешностей.

Процесс формирования компетенции ОК-5 представлен конкретными видами учебной деятельности в форме практического и лабораторного занятий (табл. 3).

Таблица 3

Содержание и формы занятий, формирующих ОК 5

ОК 5	***Тема 2.*** Практическая работа №5. Построение плоских и пространственных геометрических фигур, их конструкций и комбинаций в профессиональных, технических компьютерных средах. ***Тема 3.*** *Лабораторная работа №1.* Математический анализ экономического обоснования проектов различных строительных сооружений разных строительных фирм для выделения средних статистических норм в компьютерной среде «Статистика».

Профессиональная компетенция ПК-1.1 формируется в объемной учебной деятельности, в содержании различных содержательных тем, форм учебных занятий, с опорой на самостоятельную исследовательскую работу обучаемых (табл. 4).

Таблица 4

Содержание и формы занятий, формирующих ПК 1.1

ПК 1.1	***Тема 1.*** Лекция 4. Применение методов технических изображений. ***Тема 2.*** Практическая работа №7. Математическая разработка поземного котлована для строящегося здания с одноэтажным паркингом. Составление проекта. ***Тема 3.*** *Практическая работа №10.* Математические методы расчета экономических затрат, прибыли при строительстве архитектурных сооружений. *Реферат.* 1. «Бухгалтерские расчеты в организации строительства сооружений» *2.* «Анализ бухгалтерского отчета на этапе сдачи строительства здания». *Лабораторная работа №1.* Математический анализ экономического обоснования проектов различных строительных сооружений разных строительных фирм для выделения средних статистических норм в компьютерной среде «Статистика».

Аналогично проектируется учебная деятельность, направленная на формирование компетенции ПК-1.3 (табл. 5).

Таблица 5

Содержание и формы занятий, формирующих ПК 1.3

ПК 1.3	***Тема 1.*** *Лекция 4.* Применение методов технических изображений. ***Тема 2.*** *Практическая работа №5.* Построение плоских и пространственных геометрических фигур, их конструкций и комбинаций в профессиональных, технических компьютерных средах. *Практическая работа №7.* Математическая разработка поземного котлована для строящегося здания с одноэтажным паркингом. Техническое задание. Основы проектирования.

В проектировании деятельности с каждой из закрепленных за дисциплиной компетенций формируется содержательная часть рабочей программы, в ней в конкретной форме реализуются все компетенции ФГОС. Для примера приведена тема 1 (табл. 6).

Таблица 6

Содержательная тема: Математика в архитектуре

Наименования тем	**Объем часов**	**Компетенции**
Тема 1. Математика в архитектуре.	Всего: 19 Лекции: 4 Практики: 5 Самостоятельная работа: 10	
Лекция 1. Исторические, образные и технологические представления о приложении математики в архитектуре и строительстве.	1	ОК 2
Практическая работа №1. Сравнительный анализ технологии проектирования зданий и сооружений: в начале 19 в.; в начале 20 в.; в начале 21 в.	1	ОК 1, ОК 2, ОК 9
Лекция 2. Математика как основа достижения «гармонии» в архитектуре.	1	ОК 1, ОК 2
Лекция 3. Геометрические формы и их взаимная связь в конструкциях архитектурных сооружений.	1	ОК 1
Лекция 4. Применение методов технических изображений.	1	ОК 8, ПК 1.1, ПК 1.3, ПК 2.2
Практическая работа №2. Математические методы организации проведения строительных работ.	2	ОК 1
Проект: «Мои представления о математике в моей профессии»	5	ОК 1, ОК 2
Реферат. Математика в архитектуре.	5	ОК 1, ОК 2
Практическая работа №3 (деловая игра). Функции и роли в организации, проведении строительных мероприятий.	2	ОК 1, ОК 4, ОК 6, ОК 7, ПК 1.2

Таким образом, в проектной деятельности создана содержательная часть рабочей программы, в которой учтены все компетенции согласно ФГОС.

Общая трудоемкость дисциплины «Прикладная математика» в составе «Математического и общего естественнонаучного цикла» основной образовательной программы составила 48 часов, 32 часов аудиторной и 16 часов самостоятельной работы. Аудиторная работа разделяется на 14 часов лекционной работы и 18 часов практической работы (табл. 7).

Таблица 7

Распределение часов, отведенных на определенные виды учебных занятий

Тема	***Содержательные занятия***	***Компетентностные занятия***
Тема 1. Математика в архитектуре.	лк – 2 ч пр – 2 ч с/р – 5 ч	лк – 2 ч пр – 3 ч с/р – 5 ч
Тема 2. Метрические характеристики реальных тел, их геометрических моделей, способы измерения и способы технического конструирования.	лк – 3 ч пр – 3 ч	пр – 7 ч
Тема 3. Элементы теории вероятностей и математической статистики	лк – 6 ч пр – 1 ч	лк – 6 ч пр – 2 ч с/р – 6 ч
ИТОГО:	22 ч	26 ч

В соответствии с требованиями нормативных документов, регламентирующих организацию образовательного процесса в системе СПО, в процессе освоения программы дисциплины реализуются следующие инновационные формы учебных занятий на основе использования современных образовательных технологий:

1) проведение лекций с использованием презентаций;
2) организация практических занятий с опорой на конкретные технические проекты;
3) проведение лабораторных занятий с использованием современных компьютерных сред;
4) организация проектной деятельности;
5) проведение учебной конференции;
6) деловая игра.

В итоге составлена рабочая программа, в рамках которой в выделенных математических содержательных темах формируются как общие, так и профессиональные компетенции. Рабочая программа составлялась на основе ФГОС с учетом всех содержащихся в нем компетенций.

В программе конкретным образом реализуется каждая компетенция. По итогам каждых занятий можно судить об уровне их формирования. Важным методическим аспектом реализации ФГОС становится тот факт, что дисциплина «Прикладная математика» становится востребованной многими дисциплинами учебного плана, интегрирована в целостную учебную деятельность.

Список литературы

1. Андрейчик М.Н., Грищенкова Л.В., Горбачев В.И. Методика формирования общекультурных и профессиональных компетенций в математической деятельности СПО. // Интеграция общего и профессионального математического образования стран европейского содружества в контексте Болонского соглашения. Материалы Международной научно-практической конференции. - Брянск: Изд-во «Ладомир», 2014.- С.442 – 453.

2. Байденко В.И. Компетенции в профессиональном образовании (к освоению компетентностного подхода) // Высшее образование в России. № 11. 2004. С.12-23.

3. Байденко В.И. Компетенции: к освоению компетентностного подхода // Труды методологического семинара «Россия в Болонском процессе: проблемы, задачи, перспективы». – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004.

4. Болотов В.А., Сериков В.В. Компетентностная модель: от идеи к образовательной программе/Педагогика. № 10. 2003. С.76-84.

5. Горбачев В. И., Трошина Н.В. Предметные компетенции общего образования // Педагогика. 2016.- № 8.- С.52-61.

6. Горбачев В.И. Методология компетентностного подхода в учебной математической деятельности общего образования // Научные основы интеграции национальных образовательных стандартов общего и высшего математического образования (Россия-Беларусь-Украина): Международная коллективная монография / Под общ. ред. И.Е. Маловой. Брянск: Изд-во ИП Огнева, 2014. С. 32-50.

7. Зеер Э.Ф. Психолого-дидактические конструкты качества профессионального образования // Образование и наука. 2002. № 2(14). С.42-58.

8. Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования // Высшее образование сегодня. № 5. 2003. С.24-34.

9. Зимняя И.А. Общая культура и социально-профессиональная компетентность человека // Интернет-журнал «Эйдос». – 2006. – 4 мая. *http://www.eidos.ru/jornal/2006/0504htm.* – В надзаг: Центр дистанционного образования «Эйдос».

10. Зимняя И.А. Социально-профессиональная компетентность как целостный результат профессионального образования (идеализированная модель) // Проблемы качества образования. Кн. 2. М., Уфа: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2005.

11. Кирюшина М.Н., Левшенкова Ю.А., Орлова А.А., Горбачев В.И. Реализация компетентностного подхода в математической деятельности среднего профессионального образования. // Интеграция общего и профессионального математического образования стран европейского содружества в контексте Болонского соглашения. Материалы Международной научно-практической конференции. - Брянск: Изд-во «Ладомир», 2014.- С.542 – 556.

12. Маркова А.К. Психология профессионализма. – М., 1996.

13. Равен Джон. Компетентность в современном обществе. Выявление, развитие и реализация. – М., 2002. (англ. 1984).

14. Стратегия модернизации содержания общего образования. Материалы для разработки документов по обновлению общего образования. – М., 2001.

15. Татур Ю.Г. Компетентность в структуре модели качества подготовки специалиста // Высшее образование сегодня. 2004. № 3. С.57-69.

16. Формирование методологии использования компетентностного подхода к моделированию и оценке результатов обучения при разработке ГОС ВПО нового поколения (отчет по научно-исследовательской работе). – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2006.

17. Хуторской А. В., Хуторская Л. Н. Компетентность как дидактическое понятие: содержание, структура и модели конструирования // Проектирование и организация самостоятельной работы студентов в контексте компетентностного подхода: Межвузовский сборник научных трудов / Под ред. А. А. Орлова. –Тула. Изд-во Тул. гос. пед. ун-та, 2008. Вып. 1.С.117 – 137.

18. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты. Доклад на отделении философии образования и теории педагогики РАО 23 апреля 2002. Центр «Эйдос» *www/eidos.ru/news/compet/htm.*

19. Хуторской А.В. Технология проектирования ключевых и предметных компетенций [Электронный ресурс] / А.В. Хуторской // Интернет-журнал «Эйдос». – Режим доступа: *http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm* (дата обращения: 12.12. 2016).

20. Шадриков В.Д. Новая модель специалиста: инновационная подготовка и компетентностный подход. // Высшее образование сегодня. № 8. 2004. С.32-41.

21. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего профессионального образования по специальности 07.01.01 Архитектура. Утвержден приказом № 850 Министерства образования и науки Российской Федерации от 28.07.2014.

Сведения об авторах

Горбачев Василий Иванович – кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, профессор, Заслуженный учитель Российской Федерации, директор естественно-научного института, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского», e-mail: *enibgu@mail.ru.*

Язвенко Михаил Дмитриевич – магистрант кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского», e-mail: *mikhail-yazvenko@yandex.ru.*

TECHNOLOGY IMPLEMENTATION OF THE ACADEMIC DISCIPLINE «APPLIED MATHEMATICS» IN THE CONTENT OF THE COMPETENCE APPROACH OF THE SVE (SECOND VOCATION EDUCATION)

V.I. Gorbachev, M.D. Yazvenko
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

In the article we discuss ways of implementing the general and professional competencies of the state educational standard of a specific specialty of secondary vocational education are considered.
Keywords: *secondary vocational education, competence approach in teaching, methods of teaching mathematics.*

References

1. Andreychik M.N., Grishchenkova L.V., Gorbachev V.I. Metodika formirovaniya obshchekul'turnyh i professional'nyh kompetentsiy v matematicheskoy deyatel'nosti SPO./ Andreychik M.N., Grishchenkova L.V., Gorbachev V.I. .//Integratsiya obshchego i professional'nogo matematicheskogo obrazovaniya stran evropeyskogo sodruzhestva v kontekste Bolonskogo soglasheniya. Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii.- Bryansk: Izd-vo «Ladomir», 2014.- S.442 – 453.

2. Baydenko V.I. Kompetentsii v professional'nom obrazovanii (k osvoeniyu kompetentnostnogo podhoda) //Vysshee obrazovanie v Rossii. № 11. 2004. S.12-23.

3. Baydenko V.I. Kompetentsii: k osvoeniyu kompetentnostnogo podhoda // Trudy me¬todologicheskogo seminara «Rossiya v Bolonskom protsesse: problemy, zadachi, per-spektivy». – M.: Issledovatel'skiy tsentr problem kachestva podgotovki spetsia¬listov, 2004.

4. Bolotov V.A., Serikov V.V. Kompetentnostnaya model': ot idei k obrazovatel'noy programme/Pedagogika. № 10. 2003. S.76-84.

5. Gorbachev V. I., Troshina N.V. Predmetnye kompetentsii obshchego obrazovaniya// Pedagogika. 2016.- № 8.- S.52-61.

6. Gorbachev V.I. Metodologiya kompetentnostnogo podhoda v uchebnoy matematicheskoy deyatel'nosti obshchego obrazovaniya // Nauchnye osnovy integratsii natsional'nyh obrazovatel'nyh standartov obshchego i vysshego matematicheskogo obrazovaniya (Rossiya-Belarus'-Ukraina): Mezhdunarodnaya kollektivnaya monografiya / Pod obshch. red. I.E. Malovoy. Bryansk: Izd-vo IP Ogneva, 2014. S. 32-50.

7. Zeer Eh. F. Psihologo-didakticheskie konstrukty kachestva professional'nogo obrazovaniya//Obrazovanie i nauka. 2002. № 2(14). S.42-58.

8. Zimnyaya I.A. Klyuchevye kompetentsii – novaya paradigma rezul'tata obrazovaniya//Vysshee obrazovanie segodnya. № 5. 2003. S.24-34.

9. Zimnyaya I.A. Obshchaya kul'tura i sotsial'no-professional'naya kompetentnost' cheloveka//Internet-zhurnal «EHydos». – 2006. – 4 maya. http://www.eidos.ru/jornal/2006/0504htm. – V nadzag: TSentr distantsionnogo obrazovaniya «Ehydos».

10. Zimnyaya I.A. Sotsial'no-professional'naya kompetentnost' kak tselostnyy rezul'tat professional'nogo obrazovaniya (idealizirovannaya model')//Problemy kachestva obrazovaniya. Kn. 2. M., Ufa: Issledovatel'skiy tsentr problem kachestva podgotovki spetsialistov, 2005.

11. Kiryushina M.N., Levshenkova Yu.A., Orlova A.A., Gorbachev V.I. Realizatsiya kompetentnostnogo podhoda v matematicheskoy deyatel'nosti srednego professional'nogo obrazovaniya./ Kiryushina M.N., Levshenkova Yu.A., Orlova A.A., Gorbachev V.I. .//Integratsiya obshchego i professional'nogo matematicheskogo obrazovaniya stran evropeyskogo sodruzhestva v kontekste Bolonskogo soglasheniya. Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii.- Bryansk: Izd-vo «Ladomir», 2014.- S.542 – 556.

12. Markova A.K. Psihologiya professionalizma. – M., 1996.

13. Raven Dzhon. Kompetentnost' v sovremennom obshchestve. Vyyavlenie, razvitie i realizatsiya. – M., 2002. (angl. 1984).

14. Strategiya modernizatsii soderzhaniya obshchego obrazovaniya. Materialy dlya razrabotki dokumentov po obnovleniyu obshchego obrazovaniya. – M., 2001.

15. Tatur Yu.G. Kompetentnost' v strukture modeli kachestva podgotovki spetsialista // Vysshee obrazovanie segodnya. 2004. № 3. S.57-69.

16. Formirovanie metodologii ispol'zovaniya kompetentnostnogo podhoda k modelirovaniyu i otsenke rezul'tatov obucheniya pri razrabotke GOS VPO novogo pokoleniya (otchet po nauchno-issledovatel'skoy rabote). – M.: Issledovatel'skiy tsentr problem kachestva podgotovki spetsialistov, 2006.

17. Hutorskoy A.V., Hutorskaya L.N. Kompetentnost' kak didakticheskoe ponyatie: soderzhanie, struktura i modeli konstruirovaniya// Proektirovanie i organizatsiya samostoyatel'noy raboty studentov v kontekste kompetentnostnogo podhoda: Mezhvuzovskiy sbornik nauchnyh trudov/ Pod red. A. A. Orlova. –Tula. Izd-vo Tul. gos. ped. un-ta, 2008, Vyp. 1.S.117 – 137.

18. Hutorskoy A.V. Klyuchevye kompetentsii i obrazovatel'nye standarty. Doklad na otdelenii filosofii obrazovaniya i teorii pedagogiki RAO 23 aprelya 2002. Tsentr «Ehydos» www/eidos.ru/news/compet/htm.

19. Hutorskoy A.V. Tekhnologiya proektirovaniya klyuchevyh i predmetnyh kompetentsiy [EHlektronnyy resurs] / A.V. Hutorskoy // Internet-zhurnal «Ehydos». – Rezhim dostupa: http://www.eidos.ru/journal/2005/1212.htm (data obrashcheniya: 12.12. 2016).

20. Shadrikov V.D. Novaya model' spetsialista: innovatsionnaya podgotovka i kompetentnostnyy podhod. //Vysshee obrazovanie segodnya. № 8. 2004. S.32-41.

21. Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart srednego professional'nogo obrazovaniya po spetsial'nosti 07.01.01 Arhitektura. Utverzhden prikazom № 850 Ministerstva obrazovaniya i nauki Rossiyskoy Federatsii ot 28.07.2014.

About authors

Gorbachev V. I. – Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Sc. D. in Pedagogical Sciences, Honored teacher of the Russian Federation, Director of Natural Sciences Institute, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *enibgu@mail.ru.*

Yazvenko M. D. – graduate student, Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *mikhail-yazvenko@yandex.ru.*

УДК 004.4

РАЗРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОГО ПОРТАЛА РЕСУРСОВ И ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ПРЕЗЕНТАЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Н. А. Иванова, Е. И. Степина
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В статье представлены результаты построения информационного портала ресурсов и инструментов для создания презентационных материалов. Предлагаемый веб-ресурс позволит максимально облегчить пользователям поиск и получение требуемой информации.
Ключевые слова: *информационный портал, веб-ресурс, веб-интерфейс, разработка, Wix.*

Информационные порталы, являясь удобным источником информации по определённым тематикам (техника, экология, медицина, история, археология и т.д.), занимают важное место среди веб-ресурсов информационного пространства сети Интернет [1].

Многим знакома ситуация, когда срочно требуется найти по определенной тематике иллюстрационные материалы: фотографии, видеоролики, музыку, схемы или диаграммы... Однако приглашать специалистов, которые могли бы реализовать данный материал, не каждый может себе позволить.

Упростить процесс призваны разнообразные специализированные ресурсы и инструменты. Во всемирной паутине такие веб-ресурсы существуют, но, как правило, информация в них устаревшая или узко направленная.

Создание информационного портала, содержащего сведения по оптимизации работы над презентационными материалами (бесплатные шаблоны, шрифты, подбор цвета, иконки, фотографии и т.д.), позволит максимально облегчить пользователям поиск и получение требуемой информации.

Прежде чем разрабатывать информационный портал, следует рассмотреть уже имеющиеся веб-ресурсы, и выявить выяснить какой именно веб-ресурс следует создать, а также каких ошибок требуется избежать, при его выполнении.

Проведенный анализ позволил сделать следующие выводы. Для того чтобы завоевать успех, информационному порталу нужно иметь удобный и понятный интерфейс, грамотно структурировать большое количество оригинального контента. Важно предоставлять удобный поиск нужной информации и содержать достаточно ссылок на ресурсы, имеющие конкретную тематику. Также немаловажна подписка на новостную рассылку о появлении новых материалов.

Все это позволит заинтересовать пользователей и сделать их постоянными посетителями такого веб-ресурса.

Структура информационного портала должна состоять из следующих элементов [2]:
- хедер (в верхней части важно разместить вход на главную страницу и поиск по сайту);
- блок отображения названия веб-ресурса;
- блок отображения каталога ресурсов (данный блок должен содержать перечень страниц о ресурсах, переходя на которые пользователь сможет ознакомиться с информацией и внешними ссылками для облегчения работы);
- блок отображения каталога инструментов (данный блок должен содержать перечень страниц об инструментах, переходя на которые пользователь сможет ознакомиться с информацией и внешними ссылками для облегчения работы).

Концепция ссылок обязана гарантировать пользователю переходы по всем страницам портала и отображать надлежащие сведения.

На рисунке 1 представлена карта веб-ресурса.

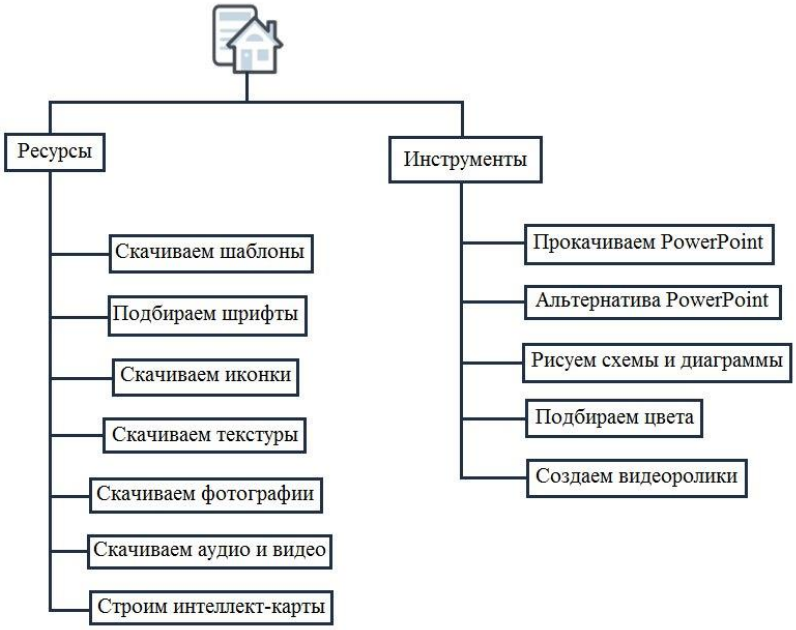

Рис. 1. Карта веб-ресурса

Для каталога ресурсов необходимо создать страницы, содержащие ссылки на соответствующие материалы: шаблоны, шрифты, иконки, текстуры, фотографии, аудио и видео, интеллект-карты. Блок инструментов также должен иметь соответствующие страницы.

Изменение содержимого блоков должно осуществляться посредством администраторского веб-интерфейса, который должен предусматривать возможность редактирования контента веб-ресурса.

Дизайн портала должен быть выдержан в строгих и мягких тонах с использованием преимущественно бежевых или сине-голубых оттенков. Добавление информации должно осуществляться с использованием разработанного шаблона.

Портал могут посещать пользователи в соответствии с установленными правами доступа: Администратор, Редактор и Посетители.

Посетители могут просматривать все открытые страницы информационного портала, авторизация не требуется. Доступом к административной части обладают пользователи с правами редактора и администратора (требуется авторизация). Редактор может модифицировать материал страниц веб-ресурса. Администратор имеет более широкие права и может добавлять авторизированных пользователей с правами Редактора, а также добавлять и удалять страницы информационного портала.

Условно средства и методы создания веб-ресурсов можно разделить на три группы: создание веб-ресурса с нуля, с помощью системы управления контентом или используя онлайн-конструкторы.

В любом случае от разработчика потребуются умения верстать страницы, используя язык гипертекстовой разметки HTML, и знания CSS (каскадных таблиц стилей). В случае если предполагается разработать динамический веб-ресурс, то понадобятся познания в применении таких языков программирования, как JavaScript и PHP.

Также при разработке веб-ресурса можно использовать технологию Flash. Flash-сайты отличаются красочностью оформления страниц, но на сегодняшний момент считаются устаревшими и неэффективными с точки зрения индексации в поисковых системах (Яндекс, Google). Подходящим будет применение этой технологии в малых объемах, по необходимости. К примеру, в роле спецэффекта или анимированного заголовка.

В результате, исходя из указанных требований, был разработан информационный портал ресурсов и инструментов для создания презентационных материалов со всеми необходимыми ссылками на сторонние веб-ресурсы сети Интернет (рис.2).

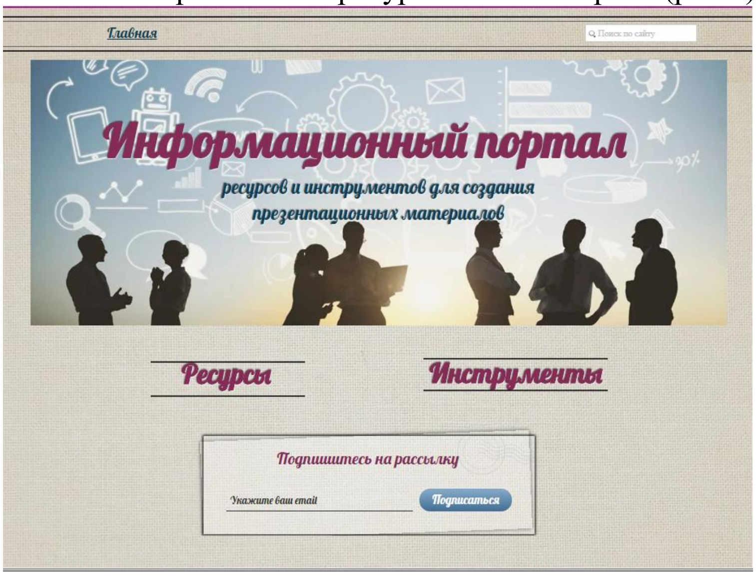

Рис.2. Главная страница

Проверка работоспособности выполнялась на различных устройствах (персональные компьютеры, ноутбуки, планшеты, мобильные устройства) с разными установленными программами для просмотра веб-страниц. Информационный портал работает корректно во всех выбранных для тестирования браузерах, проверка поиска информации и переход по внутренним веб-страницам на ресурсе происходил корректно, критических ошибок зафиксировано не было.

Тестирование показало, что созданный информационный портал полностью выполняет поставленную задачу. Посетитель может найти требуемую информацию по созданию презентаций, а также подписаться на получение новостей об информационном портале.

Разработка портала является, несомненно, актуальной задачей, поскольку позволяет обеспечить пользователю максимальное удобство по получению информации о ресурсах и инструментах для создания презентационных материалов.

Также в ходе проведенных исследований были решены следующие задачи: рассмотрены особенности информационных порталов; выделены основные средства разработки веб-ресурсов; проведен анализ готовых информационных порталов и выделены основные элементы; веб-ресурс создан и размещен на хостинге; проверена его работоспособность.

Список литературы

1. Степина Е.И. Информационный портал ресурсов и инструментов для создания презентационных материалов // Материалы X Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум». [Электронный ресурс]. URL: *http://www.scienceforum.ru/2018/2980/2434* (дата обращения: 14.02.2018).

2. ГОСТ 19.201-78 Единая система программной документации. Техническое задание. Требования к содержанию и оформлению.

Сведения об авторах

Иванова Наталья Александровна – кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Брянский Государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *ivanova_natala@mail.ru.*

Степина Екатерина Игоревна – студентка 4 курса, кафедра информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Брянский Государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *kstepina@bk.ru.*

THE DEVELOPMENT OF AN INFORMATION PORTAL OF RESOURCES AND TOOLS FOR CREATING PRESENTATION MATERIALS

N.A. Ivanova, E.I. Stepina
Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky

The article presents the results of building an information portal of resources and tools for creating presentation materials. The proposed web resource will make it as easy as possible for users to find and obtain the required information.
Keywords: *information portal, web resource, web interface, development, Wix.*

References

1. Stepina E. I. Information portal of resources and tools for creation of presentation materials // Proceedings of the X international student electronic scientific conference «Student scientific forum». [Electronic resource.] URL: *http://www.scienceforum.ru/2018/2980/2434* (circulation date: 14.02.2018).
2. GOST 19.201-78. Unified system for program documentation. Technical specifications for development. Requirements to contents and form of presentation.

About authors

Ivanova N. A. – PhD in Technical Science, Associate Professor, Department of Computer Science and Applied Mathematics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *ivanova_natala@mail.ru.*

Stepina E. I. – 4-th year student, Department of Computer Science and Applied Mathematics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *kstepina@bk.ru.*

УДК 517.53

О НЕКОТОРЫХ ОЦЕНКАХ ФУНКЦИЙ ИЗ КЛАССА ФОКА

С. П. Максаков, Е. Г. Родикова
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В работе изучаются свойства аналитических функций из класса Фока. В ней получены оценки роста и коэффициентов в тейлоровском разложении целых функций из пространства Фока. Также было установлено важное свойство пространств Фока: установлено, что функции этого класса образуют F-пространство.
Ключевые слова: *целая функция, пространство Фока, рост функции, коэффициенты в разложении Тейлора, F-пространство.*

1. Обозначения и предварительные сведения

Для изложения основных результатов работы введем основные обозначения. Пусть $\mathbb{C}$ – множество комплексных чисел, $H(\mathbb{C})$ – множество всех целых функций, $M(r,f)$ – максимум модуля функции, то есть $M(r,f)=\max\limits_{|z|=r}|f(z)|$.

Рассмотрим пространство Фока F_α^p целых функций с нормой

$$\|f\|_{F_\alpha^p}=\left(\int\limits_{\mathbb{C}}|f(z)|^p\exp(-\alpha|z|^2)\,dm_2(z)\right)^{\frac{1}{p_0}}<+\infty,$$

где $\alpha>0, 0<p<+\infty, p_0=\max(1,p)\,, dm_2(z)$ – плоская мера Лебега.

Пространства Фока F_α^p, были введены советским физиком В.А. Фоком при изучении фундаментальных понятий квантовой механики и квантовой теории полей в 1932 году. Широкое изучение пространства Фока началось в конце 20-го века. Это было вызвано тем, что пространства Фока играют большую роль в квантовой физике, гармоническом анализе групп Гейзенберга и имеют приложения в уравнениях математической физики. Одной из первых фундаментальных работ по теории пространств Фока стала книга Kehe Zhu «Analysis on Fock Spaces» [5].

В теории функций классическими являются задачи, связанные с нахождением точных оценок роста функции и коэффициентов в разложении в ряд Тейлора. Впервые такие задачи были решены в классах Р. Неванлинны известным советским математиком Сергеем Никитовичем Мергеляном в начале 20-го века (см. [1]). В дальнейшем аналогичные задачи в классах типа Р. Неванлинны решались в работах Е.Н. Шубабко, Ф.А. Шамояна (см. [4-5]), Е.Г. Родиковой (см. [2-3]). В данной работе получены оценки роста и коэффициентов в тейлоровском разложении целых функций из пространства Фока.

2. Оценка роста функции из пространств Фока

Справедлива

Теорема 1. *Если $f\in F_\alpha^p$, то*

$$M(r,f)=O\left(exp\left(\frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2r^2\right)\right), \forall\varepsilon>0. \quad (1)$$

Доказательство. Так как $f\in F_\alpha^p$, то

$$\|f\|_{F_\alpha^p}^{p_0}=\int\limits_0^{+\infty}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\,rdrd\varphi\geq$$

$$\geq\int\limits_R^{+\infty}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\,rdrd\varphi=$$

$$= \int_{R}^{+\infty} \left(\int_{-\pi}^{\pi} \left| f\left(re^{i\varphi}\right) \right|^p d\varphi \right) exp(-\alpha r^2)\, rdr\,, R > 0.$$

Поскольку p-средние не убывают по r, то

$$\int_{R}^{+\infty} \left(\int_{-\pi}^{\pi} \left| f\left(re^{i\varphi}\right) \right|^p d\varphi \right) exp(-\alpha r^2)\, rdr \geq$$

$$\geq \int_{-\pi}^{\pi} \left| f\left(Re^{i\varphi}\right) \right|^p d\varphi \cdot \left(\frac{1}{2} \int_{R}^{+\infty} exp(-\alpha r^2)\, d(r^2) \right) =$$

$$= \frac{1}{2\alpha} exp(-\alpha R^2) \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \left| f\left(Re^{i\varphi}\right) \right|^p d\varphi.$$

Таким образом, имеем:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| f\left(Re^{i\varphi}\right) \right|^p d\varphi \leq \frac{1}{2\alpha} exp(\alpha R^2) \cdot \|f\|_{F_\alpha^p}^{p_0}. \qquad (2)$$

Так как $|f(z)|^p$ – субгармоническая функция при всех $0 < p < +\infty$, $z \in \mathbb{C}$, (см., например, [1]), то для нее справедлива оценка

$$\left| f\left(re^{i\varphi}\right) \right|^p \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| f\left(Re^{i\theta}\right) \right|^p \cdot \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cdot \cos(\theta - \varphi) + r^2} d\theta,$$

при всех $0 < r < R$.

Используя оценку для ядра Пуассона (см. там же)

$$P_r(\theta - \varphi) \leq \frac{R + r}{R - r}, \forall 0 < r < R,$$

получим:

$$\left| f\left(re^{i\varphi}\right) \right|^p \leq \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R + r}{R - r} \int_{-\pi}^{\pi} \left| f\left(Re^{i\theta}\right) \right|^p d\theta.$$

С учетом (2) будем иметь:

$$\left| f\left(re^{i\varphi}\right) \right| \leq \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\frac{R + r}{R - r}\right)^{\frac{1}{p}} \cdot exp\left(\frac{\alpha}{p} R^2\right) \cdot \|f\|_{F_\alpha^p}^{\frac{p_0}{p}}, \forall\ 0 < r < R.$$

Положим

$$R = (1 + \varepsilon) \cdot r, \varepsilon > 0.$$

$$\left| f\left(re^{i\varphi}\right) \right| \leq \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\frac{k + 1}{k - 1}\right)^{\frac{1}{p}} exp\left(\frac{\alpha}{p} k^2 r^2\right) \cdot \|f\|_{F_\alpha^p}^{\frac{p_0}{p}} =$$

$$= \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\frac{2 + \varepsilon}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{p}} exp\left(\frac{\alpha}{p} (1 + \varepsilon)^2 r^2\right) \cdot \|f\|_{F_\alpha^p}^{\frac{p_0}{p}};\ \ \varepsilon > 0.$$

Следовательно, справедлива оценка (1):

$$M(r, f) = O\left(exp\left(\frac{\alpha}{p}(1 + \varepsilon)^2 r^2\right)\right), \forall \varepsilon > 0.$$

Теорема доказана.

3. Оценка коэффициентов в тейлоровском разложении функций из класса Фока

Докажем следующее утверждение:

Теорема 2. *Если* $f \in F_\alpha^p$, *то*

$$\sqrt[n]{|a_n|} \le C \cdot \left(\frac{2\alpha e}{np}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

при $n > n_0$.

Доказательство. Пусть $f \in F_\alpha^p$, тогда по теореме 1 выполняется следующая оценка:

$$M(r,f) \le \left(C \cdot \frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \exp\left(\frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 r^2\right) \|f\|_{F_\alpha^p}^{\frac{p_0}{p}}.$$

Проведем оценку для коэффициентов в разложении степенного ряда функции $f(z)$. По неравенству Коши имеем:

$$|a_n| \le \frac{M(r,f)}{r^n} \le \frac{1}{r^n} \cdot \left(C \cdot \frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \exp\left(\frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 r^2\right) \|f\|_{F_\alpha^p}^{\frac{p_0}{p}} =$$

$$= C_1 \cdot \frac{1}{r^n} \cdot \exp\left(\frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 r^2\right) = u(r),$$

где

$$C_1 = \left(C \cdot \frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \|f\|_{F_\alpha^p}^{\frac{p_0}{p}}$$

Найдем минимум правой части. Прологарифмируем $u(r)$, чтобы облегчить нахождение производной:

$$\ln u(r) = \ln C_1 + \frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 r^2 - n \ln r.$$

Найдем производную данной функции:

$$(\ln u(r))'_r = \frac{1}{u(r)} \cdot u'(r) = \frac{u'(r)}{u(r)}$$

$$\frac{u'(r)}{u(r)} = 2 \cdot \frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 \cdot r - \frac{n}{r}$$

Найдем нули производной:

$$2 \cdot \frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 \cdot r - \frac{n}{r} = 0,$$

$$2 \cdot \frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 \cdot r = \frac{n}{r},$$

$$r^2 = \frac{p}{2\alpha(1+\varepsilon)^2} \cdot n,$$

$$r_0 = \left(\frac{p}{2\alpha(1+\varepsilon)^2} \cdot n\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1+\varepsilon}\left(\frac{p}{2\alpha} \cdot n\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Очевидно, что точка r_0 – точка минимума.

Так как неравенство

$$|a_n| \le C_1 \cdot \frac{1}{r^n} \cdot exp\left(\frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 r^2\right)$$

выполняется для всех r, значит, оно выполняется и для r_0. Подставим значение r_0 в данное неравенство:

$$|a_n| \le C_1 \cdot \frac{exp\left(\frac{\alpha}{p}(1+\varepsilon)^2 \cdot \frac{p}{2\alpha} \cdot \frac{n}{(1+\varepsilon)^2}\right)}{\left(\frac{p}{2\alpha(1+\varepsilon)^2} \cdot n\right)^{\frac{n}{2}}} =$$

$$= C_1 \cdot \frac{exp\left(\frac{n}{2}\right)}{\left(\frac{p}{2\alpha(1+\varepsilon)^2} \cdot n\right)^{\frac{n}{2}}} = C_1 \cdot \left(\frac{e}{\frac{np}{2\alpha(1+\varepsilon)^2}}\right)^{\frac{n}{2}} = C_1 \cdot \left(\frac{2\alpha e(1+\varepsilon)^2}{np}\right)^{\frac{n}{2}}$$

Таким образом, имеем:

$$\sqrt[n]{|a_n|} \le C_1^{\frac{1}{n}} \cdot \left(\frac{2\alpha e(1+\varepsilon)^2}{np}\right)^{\frac{1}{2}} = C_1^{\frac{1}{n}} \cdot (1+\varepsilon) \cdot \left(\frac{2\alpha e}{np}\right)^{\frac{1}{2}},$$

где $1+\varepsilon = k$.

Пусть $C_1^{\frac{1}{n}} \cdot (1+\varepsilon) = C_0$, тогда

$$\sqrt[n]{|a_n|} \le C_0 \cdot \left(\frac{2\alpha e}{np}\right)^{\frac{1}{2}}$$

где

$$C_0 = \left(C \cdot \frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{pn}} \|f\|_{F_\alpha^p}^{\frac{p_0}{pn}} \cdot (1+\varepsilon).$$

Таким образом, мы получили оценку (2). Теорема доказана.

4. Пространства Фока как *F*-пространства

Введем в пространстве Фока метрику (3) по правилу:

$$\forall f, g \in F_\alpha^p : \rho(f,g) = \left(\int_0^{+\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \left|f\left(re^{i\varphi}\right) - g\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p \exp(-\alpha r^2)\, r dr d\varphi\right)^{\frac{1}{p_0}},$$

где $p_0 = max(1,p)$.

Теорема 3. *Относительно введенной метрики* (3) *пространство* F_α^p *является F-пространством.*

Доказательство данного утверждения эквивалентно установлению следующих свойств:

а) $\rho(f,g) = \rho(f-g, 0)$ – очевидно;

б) если $f, f_n \in F_\alpha^p$ и $\rho(f_n, f) \to 0, n \to +\infty$, то для любого $\beta \in \mathbb{C}$, $\rho(\beta f_n, \beta f) \to 0$, $n \to +\infty$;

в) если $\beta, \beta_n \in \mathbb{C}$ и $\beta_n \to \beta$, то $\rho(\beta_n f, \beta f) \to 0, n \to +\infty$ для любой функции $f \in F_\alpha^p$;

г) F_α^p – полное метрическое пространство.

Доказательство свойств б) – г) проведем для случая $0 < p \le 1$. Случай $p > 1$ рассматривается аналогично.

Докажем сначала полноту пространства F_α^p. Пусть $\{f_n\}$ – произвольная фундаментальная последовательность из класса F_α^p, то есть $\forall \varepsilon > 0, \exists N(\varepsilon) > 0 : \forall n, m > N \Longrightarrow \rho(f_n, f_m) < \varepsilon$. Покажем, что она сходится к некоторой функции $f \in F_\alpha^p$. Сначала докажем, что из фундаментальности последовательности $\{f_n\}$ в F_α^p следует ее равномерная сходимость внутри круга бесконечного радиуса. Пусть $0 < r < R < +\infty$, и ввиду субгармоничности функции $u(z) = |f_n(z) - f_m(z)|, z = re^{i\varphi}$, имеем:

$$|f_n(z) - f_m(z)|^p \le$$
$$\le \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left|f_n\left(Re^{i\theta}\right) - f_m\left(Re^{i\theta}\right)\right|^p \cdot \frac{R^2 - r^2}{R^2 - 2Rr \cdot cos(\theta - \varphi) + r^2} d\theta.$$

Ввиду оценки ядра Пуассона, имеем

$$\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right) - f_m\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p \le$$
$$\le \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R+r}{R-r} \int_{-\pi}^{\pi} \left|f_n\left(Re^{i\theta}\right) - f_m\left(Re^{i\theta}\right)\right|^p d\theta$$

По доказанному

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left|f_n\left(Re^{i\varphi}\right) - f_m\left(Re^{i\theta}\right)\right|^p d\varphi \le \frac{1}{2\alpha} exp(\alpha R^2) \cdot \rho(f_n, f_m) \qquad (5)$$

А значит:

$$\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right)-f_m\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p \leq \frac{\alpha}{\pi} exp(\alpha R^2)\cdot\rho(f_n,f_m)^{p_0}.$$

Таким образом,

$$\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right)-f_m\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p \leq \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{p}}\cdot\left(\frac{R+r}{R-r}\right)^{\frac{1}{p}}\cdot exp\left(\frac{\alpha}{p}R^2\right)\cdot\rho(f_n,f_m)^{p_0},$$

откуда по критерию Коши в $\mathbb{C}$ следует, что

$$\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right)-f_m(re^{i\varphi})\right| \longrightarrow 0, n, m \ \longrightarrow +\infty,$$

при всех $0<R<r<+\infty, \varphi\in[-\pi;\pi]$.

Таким образом, последовательность $\{f_n\}$ равномерно сходится к некоторой функции $f\in H(\mathbb{C})$. Докажем, что $f\in F_\alpha^p$. Используя неравенство $(a+b)^p\leq 2^p(a^p+b^p)$, справедливое при всех положительных параметров a,b,p, и зафиксировав некоторое $0<R<+\infty$ получим:

$$\int_0^R\int_{-\pi}^{\pi}\left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi \leq$$

$$\leq 2^p(\int_0^R\int_{-\pi}^{\pi}\left|f\left(re^{i\varphi}\right)-f_n\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi +$$

$$+\int_0^R\int_{-\pi}^{\pi}\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi.$$

Зафиксируем теперь $N\in\mathbb{N}$. При любом $n>N$ справедливо

$$\rho(f_n,0)=\int_0^R\int_{-\pi}^{\pi}\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi \leq$$

$$\leq 2^p\left(\int_0^R\int_{-\pi}^{\pi}\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right)-f_{N+1}\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi\right.$$

$$\left.+\int_0^R\int_{-\pi}^{\pi}\left|f_{N+1}\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi\right).$$

То есть $\rho(f_n,0)\leq\rho(f_n,f_{N+1})+\rho(f_{N+1},0)<\varepsilon+C_N=C_1$, где $f_n,f_{N+1}\in F_\alpha^p$.

Поэтому

$$\int_0^R\int_{-\pi}^{\pi}\left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi \leq \rho(f_n,f)+\rho(f_n,0)<\varepsilon+\varepsilon+C_N=C_2.$$

Устремляя R к $+\infty$ получим, что $f\in F_\alpha^p$. Таким образом, пространство F_α^p является полным.

Перейдем к доказательству свойства б). Пусть $\beta\in\mathbb{C}$. Так как последовательность $\{f_n\}$ сходится, то она фундаментальна. Но из фундаментальности, как установлено выше, следует равномерная сходимость указанной последовательности на $\mathbb{C}$. Имеем:

$$\rho(\beta f_n,\beta f)=\int_0^{+\infty}\int_{-\pi}^{\pi}\left|\beta\left(f_n\left(re^{i\varphi}\right)-f(re^{i\varphi})\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi =$$

$$=|\beta|^p\int_0^{+\infty}\int_{-\pi}^{\pi}\left|f_n\left(re^{i\varphi}\right)-f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi = |\beta|^p\,\rho(f_n,f),$$

откуда следует свойство б).

Докажем справедливость свойства в). Пусть $f \in F_{\alpha}^{p}$ и$\beta_n \longrightarrow \beta, n \longrightarrow +\infty$. Оценим

$$\rho(\beta_n f, \beta f) = \int\limits_{0}^{+\infty} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \left|\beta_n f\left(re^{i\varphi}\right) - \beta f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi =$$

$$\int\limits_{0}^{+\infty} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p \cdot |\beta_n - \beta|^p\, exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi =$$

$$|\beta_n - \beta|^p \cdot \int\limits_{0}^{+\infty} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi$$

Поскольку $\beta_n \longrightarrow \beta, n \to +\infty$ то$|\beta_n - \beta|^p \longrightarrow 0$ и, значит,

$$|\beta_n - \beta|^p \cdot \int\limits_{0}^{+\infty} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \left|f\left(re^{i\varphi}\right)\right|^p exp(-\alpha r^2)\, rdrd\varphi \longrightarrow 0, n \to +\infty\,.$$

Таким образом, в) установлено. Теорема доказана.

Список литературы

1. Привалов И.И. Граничные свойства аналитических функций. – М.: Наука, 1950. – 338 с.
2. Родикова Е.Г. Об оценках коэффициентов разложения некоторых классов аналитических в круге функций // Материалы VI Петрозаводской международной конференции «Комплексный анализ и приложения» – Петрозаводск: ПетрГУ, 2012. – С.64 – 69.
3. Родикова Е.Г. О некоторых оценках в классе И.И. Привалова в круге // Современные проблемы теории функций и их приложения: материалы 19-й международной Саратовской зимней школы, Саратов, СГУ, 2018. – С.270-272.
4. Шамоян Ф.А., Шубабко Е.Н. Об одном классе голоморфных в круге функций // Зап. научн. сем. ПОМИ, Исследования по линейным операторам и теории функций. – 2001. – Т. 282. – С. 244–255.
5. Шамоян Ф.А., Шубабко Е.Н. Введение в теорию весовых L^p-классов мероморфных функций. – Брянск: Группа компаний «Десяточка», 2009. – 153 с.
6. Zhu K. Analysis on Fock spaces, Graduate Texts in Mathematics, V. 263, Springer-Verlag, 2012. – 344 p.

Об авторах

Родикова Евгения Геннадьевна − кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *evheny@yandex.ru.*

Максаков Серафим Павлович − магистрант кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *msp222@mail.ru.*

ON SOME ESTIMATES IN THE FOCK CLASS OF FUNCTIONS

S.P. Maksakov, E.G. Rodikova

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

In this paper we study properties of analytic functions from the Fock space. We obtain the estimate of the function growth and the estimate of coefficients in the Taylor expansion of entire functions from the Fock space. Also it is established that functions from the Fock space form F-space.

Keywords: an entire function, the Fock space, the growth of a function, the coefficients in a Taylor expansion, F-space.

References

1. Privalov I.I. Boundary properties of analytic functions – M.: Nauka, 1950. – 338 p.
2. Rodikova E.G. On estimates of the coefficients in the expansion of certain classes analytic functions in a disk // Proceedings of the VI Petrozavodsk international conference «Complex analysis and applications» – Petrozavodsk. – 2012. – P. 64 –69.
3. Rodikova E.G. On some estimates of the Privalov class in a disk // Modern Problems of Theory of Functions and Applications: Proceedings of the 19th International Winter School in Saratov, Saratov, Saratov State University, 2018. - S.270-272.
4. Shamoyan F.A., Shubabko E.N. On a class of functions holomorphic in the disk // J. Math. Sci. – N. Y. – 2012. – V. 120. – No 5. P. 1784–1790.
5. Shamoyan F.A., Shubabko E.N. Introduction to the theory of weight L_p-classes and meromorphic functions – Bryansk: Company group «Desyatochka», 2009. – 153 p.
6. Zhu K. Analysis on Fock spaces, Graduate Texts in Mathematics, V. 263, Springer-Verlag, 2012. – 344 p.

About authors

Rodikova E. G. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *evheny@yandex.ru.*

Maksakov S. P – graduate student, Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *msp222@mail.ru.*

УДК 512.542

МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

С. В. Путилов
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Доказываются следующие теоремы: 1) Если в $pd-$группе G любая максимальная подгруппа квазисубнормальна или $p-$разложима, то группа G разрешима или $p-$нильпотентна; 2) если в группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы имеют один и тот же порядок, то G разрешима; 3) Пусть $S-$ 2-разложимая максимальная подгруппа конечной группы G и $S_2 \in Syl_2(G)$. Если неквазисубнормальные 2-неразложимые максимальные подгруппы в G имеют примарные индексы, то G разрешима. 4) Пусть $S-$ $p-$разложимая максимальная подгруппа в $pd-$группе G и $S_p \in Syl_p(G)$. Если все неквазисубнормальные p-неразложимые максимальные подгруппы в группе G имеют один и тот же порядок, то G разрешима или $p-$нильпотентна.

Ключевые слова: *конечная группа, квазисубнормальная подгруппа, максимальная подгруппа, разрешимая группа.*

Введение

Рассматриваются только конечные группы. Все используемые обозначения и определения соответствуют [1].

В 1924 году О. Ю. Шмидт [2] доказал разрешимость ненильпотентной группы, в которой все максимальные подгруппы нильпотентны. В [3] получена разрешимость и дано полное описание группы, в которой ненильпотентные максимальные подгруппы сопряжены. В [4] изучена группа, в которой все ненильпотентные максимальные подгруппы имеют один и тот же порядок. В [5] дан положительный ответ на вопрос из [4] о разрешимости группы, в которой ненормальные ненильпотентные максимальные подгруппы имеют один и тот же порядок.

В [6] О. Кегель ввел понятие квазисубнормальности для подгрупп. Подгруппу H группы G по Кегелю считают квазисубнормальной, если $H \cap G_p = H_p$ для любого $p \in \pi(G)$ и каждой силовской $p-$подгруппы G_p из G. Так как нормальная подгруппа удовлетворяет условию квазисубнормальности, то естественно теоретико-групповые условия, налагаемые на ненормальные подгруппы некоторой группы, накладывать на её неквазисубнормальные подгруппы. Здесь эта идея реализуется для усиления результатов автора из [5]. Доказано, что если в группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы имеют один и тот же порядок, то G разрешима. Доказательство этой теоремы, а также теоремы 1 позволило усилить другие результаты из [5].

Необходимые обозначения и вспомогательные леммы

Через p, q, r обозначаются простые числа, G_p – силовская $p-$подгруппа группы $G, G_{p'}-$дополнение к силовской $p-$подгруппе в группе G, т. е. $p'-$холлова подгруппа группы G. Группу G называют $pd-$группой, если порядок G делится на p; $p-$замкнутой, если G_p нормальна в G; $p-$нильпотентной, если $G_{p'}$ нормальна в G; $p-$разложимой, если G_p и $G_{p'}$ нормальны в G.

Далее использованы следующие обозначения: $\pi-$некоторое множество простых чисел; $\pi'-$дополнение к π в множестве всех простых чисел, в частности, $p' = P \setminus \{p\}; \pi(\mathrm{G})-$ множество всех простых делителей порядка группы G ; π-группа − группа G , для которой

$\pi(G)\subseteq\pi; S(G)-$ наибольшая нормальная разрешимая подгруппа группы G; $H \trianglelefteq G$ обозначает, что H является нормальной подгруппой группы G; S_n- симметрическая группа степени n; $\Delta(G)-$ пересечение всех ненормальных максимальных подгрупп группы G. В. Гашюц [7] доказал, что подгруппа $\Delta(G)$ нильпотентна. □ – знак окончания доказательства.

Если A и B − подгруппы группы G, то $A\times B$ − прямое произведение подгрупп A и B; $[A]B-$ полупрямое произведение нормальной подгруппы A и подгруппы B группы G. Под классом подгрупп группы G будем понимать класс сопряженных подгрупп.

Лемма 1. [8, теорема 2.2.4] *Пусть $P-$ силовская $p-$подгруппа группы G и M – ненормальная максимальная подгруппа в G. Если отношение $|M|=|P|\cdot m, \mathrm{m}\geq 1$, влечет квазисубнормальность подгруппы M в G, то P нормальна в G.*

Лемма 2. [9, §6, Теорема II] *Если в $pd-$группе G все максимальные подгруппы $p-$разложимы, то G $p-$разложима или является $p-$замкнутой группой Шмидта.*

Лемма 3. *Пусть $M=M_p\times M_{p'}$ − $p-$разложимая максимальная $pd-$подгруппа группы G и $M_{p'}\neq 1$. Если $M_p\subset G_p$, то $M_p \triangleleft G$.*

Доказательство. Так как по свойству нильпотентных групп $M_p \triangleleft P\subseteq G_p$, то $M_p \triangleleft \langle M,P\rangle = G$. □

Лемма 4. [10, теорема 2] *Если группа G содержит непримарную $p-$разложимую максимальную $pd-$подгруппу M, то в группе G нормальна или силовская $p-$подгруппа из M, или $p'-$холлова подгруппа из M, или $p'-$холлова подгруппа из G.*

Лемма 5. [1, IV.7.4] *Пусть H − максимальная подгруппа группы G. Если H нильпотентна и силовская 2-подгруппа из H метабелева, то G разрешима.*

Лемма 6. [11] *Пусть G − неразрешимая группа с нильпотентной максимальной подгруппой. Тогда $O_2(G/F))$ есть прямое произведение простых групп с диэдральными силовскими 2-подгруппами. Здесь $O_2(X)-$наименьшая нормальная подгруппа группы X, факторгруппа по которой является 2-группой, а $F(G)$ − подгруппа Фиттинга.*

Лемма 7. [12] *Если максимальная подгруппа $M=P\times M_1$ неразрешимой группы G нильпотентна и силовская 2-подгруппа P из M обобщенная кватернионная или диэдральная, то G обладает нормальным рядом $G\geq G_0>T\geq 1$, в котором $|G:\mathrm{G}_0|\leq 2, T$ нильпотентна и $G_0 \cong PSL(2,q)$, где или $q=2^n\pm 1, q$ простое, $q>7$, или $q=9$, или $q=7$ и в этом случае $|G:G_0|=2$.*

Лемма 8. [1, II.6.2] *Пусть $|PSL(2,q)|$ − порядок проективной специальной линейной группы размерности 2 над конечным полем из q элементов $q=p^f$, $p-$простое. Тогда $|PSL(2,q)|=((q-1)\cdot(q-1)\cdot q)/2$.*

Лемма 9. [1, II.8.2 b)] *Число силовских $p-$подгрупп в группе $PSL(2,\mathrm{p}^f)$ равно (p^f+1), $p-$простое.*

Лемма 10. [1, II.8.27(5)] *Группа $PSL(2,q)$ при $q^2-1\equiv 0(\mathrm{mod}\,16)$ имеет подгруппу S_4.*

Лемма 11. [13, теорема 8] *Если в группе G существуют две максимальные подгруппы взаимно простых порядков, то группа G простая. Исключение представляют лишь циклические группы порядка pq, где p и q − различные простые числа, и группы типа A.*

Определение. [14, стр. 121] Группами типа A называются ненильпотентные группы порядка pq^{β} (p и $q-$ простые числа), у которых силовская подгруппа порядка $q^{\beta}-$ нормальная элементарная абелева группа и $q^{\beta} \equiv 1(\mathrm{mod}\, p)$, причем β − наименьшая степень числа q, удовлетворяющая сравнению такого типа.

Лемма 12. *Пусть* $M = M_2 \times M_{2'}$ − $2-$*разложимая максимальная* $2d$ *-подгруппа неразрешимой группы* G*. Если* $S(G)=1,$ *то* $M = G_2$.

Доказательство. Пусть $M_{2'} \neq 1.$ Тогда по лемме 4 $S(G) \neq 1$ Значит $M_{2'} = 1.$ Тогда из максимальности M следует, что $M = G_2$. □

Лемма 13. *Если в конечной -группе* G *каждая максимальная подгруппа квазисубнормальна или* *p-разложима, то группа* G *не проста.*

Доказательство. Пусть G – простая группа. Если все максимальные подгруппы в G квазисубнормальны, то по лемме 1 G нильпотентна. Пусть в G все максимальные подгруппы −разложимы. Тогда по лемме 2 G $p-$разложима или является группой Шмидта. Следовательно, в G каждая максимальная подгруппа квазисубнормальна или −разложима. Так как по по лемме 1 нормализатор силовской подгруппы не может включаться в квазисубнормальную максимальную подгруппу, то нормализатор каждой силовской подгруппы из G включается в некоторую $p-$разложимую максимальную подгруппу. Пусть M и S такие максимальные подгруппы из G, что $N_G(G_p) \subseteq M$ и $N(G_q) \subseteq S$, для простых $p \neq q$. Тогда $M = G_p \times M_{p'}$. Если $G_p \subseteq S,$ то $S = G_p \times S_{p'}$ и $G_p \lhd \langle M, S \rangle = G.$

Пусть G_p не включается в S, но S является $pd-$группой. Тогда $S = S_p \times S_{p'}$. Так как $G_q \subseteq S_{p'}$, то $S_{p'} \neq 1$ и по лемме 3 $S_p \lhd G$. Значит, в S нет нетривиальных силовских $p-$ подгрупп. Пусть $M_{p'} \neq 1$. Тогда по лемме 4 группа G не проста. Следовательно, $M_{p'} = 1$ и G_p- максимальная подгруппа в G. Если $p \neq 2$, то по лемме 5 группа G разрешима. Значит $p = 2$ и G_2-максимальная подгруппа в G. Тогда по лемме 6 и по лемме 7 группа $G \cong PSL(2,q),$ где $q=9$ или $q-$простое число, $q = 2^n \pm 1, q \geq 17$. Тогда по лемме 8 $|G| = ((q-1)(q+1)\cdot q)/2$, а по лемме 9 группа $PSL(2, p^f)$, $p-$простое, имеет точно (p^f+1) силовских $p-$подгрупп.

Пусть $G \cong PSL(2,9)$. Так как $|G| = |PSL(2,9)| = ((9-1)\cdot(9+1)\cdot 9)/2 = 8\cdot 5\cdot 9$, то $|G : N_G(G_3)| = q+1 = 10$, откуда $|N_G(G_3)| = 36$. Так как $N_G(G_3)-$квазисубнормальная максимальная подгруппа в G, то по лемме 1 $G_3 \lhd G$, что противоречиво. Следовательно, $q \neq 9.$

Пусть простое число $q = 2^n + 1$. Тогда $|N_G(G_q)| = (q-1)q/2 = (2^n+1-1)$ $(2^n+1)/2 = 2^{n-1}\cdot(2^n+1)$. Тогда по лемме 3 $N_G(G_q)$ включается в квазисубнормальную максимальную подгруппу в G и опять по лемме 1 $G_q \lhd G$, что невозможно. Значит, $q \neq 2^n + 1.$

Пусть $q = 2^n - 1.$ Тогда $|N_G(G_q)| = (q-1)q/2 = (2^n-1-1)(2^n-1)/2 = (2^{n-1}-1)(2^n-1)$, т. е. $(|N_G(G_q)|, 2) = 1$. Кроме того, $q+1 = 2^n - 1 + 1 = 2^n = |G_2|$. Значит, $G = G_2 \cdot N_G(G_q)$. Так как при $n > 5$ всегда $q^2 - 1 = (q-1)(q+1) = (2^n-1-1)(2^n-1+1) = 2^n(2^n-2) = 2^{n+1}(2^{n-1}-1) \equiv$ $\equiv 0(\mathrm{mod} 16)$, то по лемме 10 в G есть подгруппа S_4. По теореме II.8.27 из [1] S_4-максимальная подгруппа в G. Так как S_4 имеет четный порядок и 2–неразложима, то S_4-квазисубнормальная максимальная подгруппа в G. Известно, что S_4 имеет нормальную подгруппу $A_4 = [V_4]Z_3$, откуда $V_4 \lhd S_4$. Так как $T = S_4$ квазисубнормальная подгруппа в G, то $G_2 \cap T = T_2$ для любой силовской 2-подгруппы G_2 из G. Тогда $V_4 \subseteq \bigcap_{g \in G} G_2^g$, т. е. ядро силовской 2-подгруппы в G не единичное, что противоречиво. Значит, $q \neq 2^n - 1$. Тогда группа G не проста. □

Лемма 14. [10, лемма 1] *Пусть M – ненормальная $p-$разложимая максимальная подгруппа группы G. Если центр Z $p-$силовской подгруппы P из M является нормальным в G, то Z содержится в центре группы G.*

Лемма 15. [5, утверждение, с. 6] *Если в $pd-$группе G подгруппа A содержится в $Z(G)$ и G/A $p-$разложима, то G $p-$разложима.*

Доказательство основных результатов

Теорема 1. *Если в $pd-$группе G любая максимальная подгруппа квазисубнормальна или $p-$разложима, то группа G разрешима или $p-$нильпотентна*

Доказательство. Пусть теорема неверна и $G-$контрпример минимального порядка. Если в G все максимальные подгруппы квазисубнормальны, то по лемме1 группа G нильпотентна. Пусть все максимальные подгруппы в G $p-$разложимы. Тогда по лемме 2 G или $p-$разложима, или группа Шмидта. Значит, в G есть как $p-$разложимые, так и квазисубнормальные максимальные подгруппы.

Пусть $N-$нормальная подгруппа в G. Рассмотрим факторгруппу $\overline{G} = G/N$. Пусть $M, S-$ соответственно квазисубнормальная и $p-$разложимая максимальные подгруппы из G. Будем считать, что $S - pd$-группа. Рассмотрим $\overline{M} = M/N$ и $\overline{S} = S/N$. Пусть $\overline{G}_p = G_pN/N-$ силовская $p-$подгруппа в G/N. Так как $\overline{M} \cap \overline{G}_p = (M/N) \cap (G_p N/N) = (M \cap G_pN)/N = N(M \cap G_p)/N = M_pN/N = \overline{M}_p$, то $\overline{M}-$квазисубнормальная максимальная подгруппа в $\overline{G}$. Поскольку $\overline{S} = S/N = (S_p \times S_{p'})/N = (S_p N/N) \times (S'_p N/N) = \overline{S}_p \times \overline{S}_{p'}$, то $\overline{S}-$максимальная $p-$разложимая подгруппа в $\overline{G}$. Следовательно, по индукции группа G/N разрешима или $p-$ нильпотентна.

Пусть $p, q-$различные простые числа из $\pi(G)$. Тогда по лемме 1 в G есть неквазисубнормальные максимальные подгруппы A и B, такие, что $N_G(G_p) \subseteq A$, $N_G(G_q) \subseteq B$. Так как подгруппы A и B $p-$разложимы, то $A = G_p \times A_{p'}$, $B = B_p \times B_{p'}$. Если $B_p = G_p$, то $G_p \lhd \langle A, B \rangle = G$. Тогда по лемме 14 центр Z подгруппы G_p включается в центр группы G. Так как по индукции G/Z разрешима или $p-$нильпотентна, то G разрешима или в G/Z существует нормальная холлова $p'-$ подгруппа H/Z. Тогда $H = Z \times G_{p'}$, откуда $G_{p'} \lhd G$ и $G - p$-нильпотентна. Значит, $B_p \neq G_p$.

Пусть $B_p \neq 1$. Тогда по лемме 3 $B_p \lhd G$. Поэтому, как и выше для G_p, получим, что G разрешима или $p-$нильпотентна. Следовательно, $B_p = 1$.

Пусть $A_{p'} \neq 1$. Тогда по лемме 4 или $G_p \lhd G$, или $G_{p'} \lhd G$, или $A_{p'} \lhd G$. Первый случай рассмотрен выше. Второй случай противоречит выбору G. Пусть $D = A_{p'}$. Покажем, что $D \subseteq \Delta(G)$. Пусть $F-$ненормальная максимальная подгруппа в G и F не содержит D. Тогда $G = F \cdot D$ и $|G_p|$ делит $|F|$. Если F – квазисубнормальная, то $G_p \lhd G$, что противоречиво. Пусть F $p-$разложима. Тогда $D \subseteq F$ и $G = F$. Значит, $D \subseteq \Delta(G)$. Тогда из нильпотентности $\Delta(G)$ следует существование в G разрешимой минимальной нормальной $p'-$подгруппы K. Так как G/K разрешима или $p-$нильпотентна, то G разрешима или $p-$нильпотентна. Поэтому $A_{p'} = 1$.

Получили, что порядки подгрупп A и B взаимно простые. Тогда по лемме 11 группа G или простая, или циклическая порядка pq, где p и $q-$ различные простые числа, или группа типа A. Так как по лемме 13 G не проста, то группа G второго или третьего типа, каждая из которых разрешима, что противоречиво. □

Теорема 2. *Если в конечной группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы имеют один и тот же порядок, то G разрешима.*

Доказательство. Допустим, что теорема неверна и $G-$ контрпример минимального порядка. Докажем следующие утверждения.

(1) Группа G не имеет разрешимых нормальных подгрупп.

Пусть N – разрешимая нормальная подгруппа группы G. Рассмотрим фактор-группу G/N. Если в G/N только квазисубнормальные и нильпотентные максимальные подгруппы, то она разрешима по теореме1. В противном случае, G/N разрешима по индукции. Тогда G разрешима, что противоречиво.

(2) В G существует как нильпотентные, так и ненильпотентные неквазисубнормальные максимальные подгруппы.

Если в G все неквазисубнормальные максимальные подгруппы нильпотентны, то G разрешима по теореме 1. Пусть все неквазисубнормальные максимальные подгруппы в G ненильпотентны и $p-$ простое число, делящее их индекс. Так как порядок неквазисубнормальных максимальных подгрупп один и тот же, то по лемме 1 $N_G(G_p) = G$, что противоречит (1).

(3) Если $S-$ нильпотентная, а $M-$ ненильпотентная неквазисубнормальная максимальные подгруппы из G, то $S \in Syl_2(G)$, M – 2-неразложимая группа и $G = MS$.
По лемме 5 $S-2d$-группа. Тогда по лемме 12 верно, что $S = G_2$. Пусть $M-2$-разложимая группа. Если порядок подгруппы M будет нечетным числом, то из условия теоремы следует, что все неквазисубнормальные максимальные подгруппы в G 2-разложимы. Тогда по теореме 1 группа G разрешима. Поэтому $M-2d$-группа. Тогда по лемме 3 силовская 2-подгруппа M_2 из M нормальна в G, что противоречит (1).

Пусть простое число q делит $(|G:S|,|G:M|)$. Тогда по лемме 1 $N_G(G_q) = G$, что противоречиво. Значит, $(|G:M|,|G:S|) = 1$ и $G = MS$.

(4) Группа G не существует.

Пусть N – минимальная нормальная подгруппа в G. Рассмотрим фактор-группу G/N. При этом на N не накладывается условие быть собственной подгруппой в G. Ввиду (1), подгруппа N не содержится в S. Поэтому $G/N = SN/N \simeq S/(S \cap N)$, откуда G/N нильпотентна. Тогда по [1, теорема I.9.6] N – единственная минимальная нормальная подгруппа в G. Так как N не разрешима, то по [1, теорема I.9.12] $N = N_1 \times N_2 \times \ldots \times N_k$, где N_i- изоморфные простые группы. Из леммы 6 и леммы 7 следует, что $N_i \simeq PSL(2,q)$ $(i = 1,2,\ldots,k)$, для $q = 9$ или простых чисел $q = 2^{\alpha} \pm 1 \geq 17$. Пусть $A = N \cap M$. Тогда среди прямых сомножителей из N найдется, по крайней мере, одна подгруппа $N_i = T$ такая, что T не содержится в A. Так как $G = MN$, то $|G| = |M||N|/|M \cap N| = |M||N|/|A|$. Поэтому $|N:A| = |G:M| = 2^{\alpha}$ для целого числа $\alpha > 0$. Поэтому $|T:T \cap M| = |T:T \cap A| = |TA:A|$ есть степень числа два. Тогда по [1, теорема II.8.27] получаем, что $q = 2^{\alpha} - 1$, $|T \cap M| = q(q-1)/2$ – нечетное число, а также существование в T диэдральной подгруппы D_j порядка $q-1$. Значит, в N существует подгруппа $D = D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_k$, где $D_i \simeq D_j$, для $i \neq j$. Поскольку диэдральные подгруппы одного и того же порядка в группах $PSL(2,q)$ сопряжены, то для любого элемента g из G выполняется условие: $D^g = D^n$, где n – некоторый элемент из N. Тогда по [14, лемма 2.21] $G = N \cdot N_G(D)$.

Допустим, что $N_G(D)$ включается в некоторую неквазисубнормальную ненильпотентную максимальную подгруппу *B*. Тогда подгруппа $T \cap B$ имеет четный порядок, что противоречиво. Значит, $N_G(D)$ включается в ненормальную квазисубнормальную подгруппу *H*. Так как $|D_j| = q-1$ и по лемме 8 $|N_i| = ((q+1)\cdot(q-1)\cdot q)/2$, то порядок подгруппы D делится на все нечетные простые числа из $\pi(G) \setminus \{q\}$ Поэтому в D включается силовская $p-$подгруппа P, хотя бы для одного простого числа p из $\pi(G) \setminus \{q\}$. Тогда $|P|$ делит $|H|$и по лемме 1 подгруппа Pнормальна в G, что противоречиво. □

Теорема 3. *Пусть* S *– 2-разложимая максимальная подгруппа конечной группы* G *и* $S_2 \in Syl_2(G)$. *Если неквазисубнормальные 2-неразложимые максимальные подгруппы в* G *имеют примарные индексы, то G разрешима.*

Доказательство. Пусть теорема неверна и группа G – контрпример минимального порядка. Из теоремы 1 следует существование в G неквазисубнормальных 2-неразложимых максимальных подгрупп. Так как фактор-группа G/N наследует условия теоремы, то G/N разрешима по индукции или по теореме 1. Поэтому $S(G)=1$. Тогда по лемме 12 $S = G_2$. Поскольку индексы всех неквазисубнормальных 2-неразложимых максимальных подгрупп примарны, то они будут равны некоторым степеням числа два, откуда *G=MS,* где M – произвольная неквазисубнормальная 2- неразложимая максимальная подгруппа. Тогда из пунктов (3), (4) доказательства теоремы 2 следует, что группа G не существует. □

Пример. Пусть $H = SL(2,7)$. В группе H один класс сопряженных неквазисубнормальных 2-разложимых максимальных подгрупп порядка 42. Остальные неквазисубнормальные максимальные подгруппы в H 2-неразложимы и имеют один и тот же индекс 7. Так как H неразрешима, то условие, чтобы S содержала силовскую 2- подгруппу из G, в теореме 3 отбросить нельзя.

Теорема 4. *Пусть* S *– p-разложимая максимальная подгруппа в pd-группе* G *и* $S_p \in Syl_p(G)$. *Если все неквазисубнормальные p-неразложимые максимальные подгруппы в группе G имеют один и тот же порядок, то* G *разрешима или* $p-$*нильпотентна.*

*Доказательство***.** Предположим, что теорема неверна и группа G – контрпример минимального порядка. Если в G все неквазисубнормальные максимальные подгруппы $p-$разложимы, то по теореме 1 G разрешима или $p-$нильпотентна. Поэтому в G есть неквазисубнормальные $p-$неразложимые максимальные подгруппы.

Пусть $|\pi(\mathrm{G})| \geq 2$ и $S-$ неквазисубнормальная подгруппа. Тогда по лемме 4 G имеет отличную от единицы нормальную подгруппу одного из видов: G_p, $G_{p'}$ или $S_{p'} = B$. Если $G_p \lhd G$, то по лемме 14 подгруппа $Z = Z(G_p)$ содержится в $Z(G)$. Покажем, что $Z \subset M$, где $M-$ ненормальная максимальная подгруппа из G. Если Mне содержит Z, то $G = MZ$ и $M \lhd G$. Поэтому $Z \subset M$ и по индукции группа G/Z разрешима или $p-$нильпотентна. Тогда группа Gразрешима или, по лемме 15, $p-$нильпотентна.

Поскольку G – контрпример минимального порядка, то $G_{p'}$ ненормальна в G. Следовательно, $B \triangleleft G$. Допустим, что B содержится в некоторой неквазисубнормальной $p-$неразложимой максимальной подгруппе M группы G, и покажем, что тогда $B \subseteq \Delta(G)$. Пусть A − ненормальная максимальная подгруппа группы G и A не содержит B. Тогда $G = AB$ и $|A|$ делится на порядок силовской p-подгруппы из G. Если A $p-$неразложима, то $|A| = |M|$, т.е. подгруппа M содержит некоторую силовскую $p-$подгруппу G_p из G. Тогда M включает подгруппу G_pB, сопряженную с S, что противоречит максимальности S. Значит, A – p-разложимая подгруппа и тогда B содержится в A, что влечет $G = A$ – противоречие. Поэтому подгруппа A квазисубнормальна. Тогда по лемме 1 G_p нормальна в G. Итак, если B содержится, по крайней мере, в одной неквазисубнормальной $p-$неразложимой максимальной подгруппе, то B будет содержаться в $\Delta(G)$. Так как по теореме 16 из [7] $\Delta(G)$ − нильпотентная группа, то подгруппа B нильпотентна.

По индукции группа G/B разрешима или p-нильпотентна. Если G/B разрешима, то и G разрешима. Пусть G/B $p-$нильпотентна. Тогда в G/B существует нормальная холлова $p'-$подгруппа F/B, откуда $F \triangleleft G$. Так как $F = G_{p'}$, то группа G $p-$нильпотентна.

Поэтому M не содержит B. Тогда в G/B все неквазисубнормальные максимальные подгруппы $p-$разложимы, и по теореме 1 G/B разрешима или $p-$нильпотентна. Если G/B $p-$нильпотентна, то G $p-$нильпотентна.

Пусть G/B разрешима. Так как B включается в любую ненормальную квазисубнормальную максимальную подгруппу K группы G, то $|G/B : K/B| = p^{\alpha}, \alpha \geq 1.$ Тогда по лемме 1 $G_q \triangleleft G$ для каждого $q \in \pi(G) \setminus \{p\},$ что противоречиво. Значит, в G нет ненормальных квазисубнормальных максимальных подгрупп.

Пусть в G/B два класса $p-$разложимых максимальных подгрупп и пусть $T/A-$ представитель второго класса, т. е. $T \neq S$ Если $P-$ силовская $p-$подгруппа в T, то $BP/B \triangleleft G/B$, откуда $B \times P \triangleleft G.$ Тогда $P \triangleleft G$ и G/P разрешима или p-нильпотентна. Если G/P разрешима, то и G разрешима. Пусть G/P $p-$нильпотентна. Тогда $G_{p'} \times P \triangleleft G,$ откуда $G_{p'} \triangleleft G.$ Следовательно, в G/B только один класс $p-$разложимых максимальных подгрупп. Если $|G/B : S/B| = q^{\alpha}$, то $G_q\, B/B \triangleleft G/B$, откуда $G_qB \triangleleft G.$ Так как $G_qB = G_{p'}$, то $G_{p'} \triangleleft G$, что противоречиво.

Пусть S − квазисубнормальная подгруппа. Тогда по лемме 1 $G_p \triangleleft G$, что, как показано выше, приводит к противоречию с выбором G.

Следовательно, $|\pi(\mathrm{G})| = 1$ и по лемме 5 $S = G_2$. По теореме 1 в G есть 2-неразложимые максимальные подгруппы. Покажем, что любая неквазисубнормальная ненильпотентная максимальная подгруппа A группы G 2-неразложима. Пусть $A = A_2 \times A_{2'}$ и $A_2 \neq 1$. Если $A_{2'} \neq 1$,то по лемме 3 $A_2 \triangleleft G$. Тогда по индукции или теореме 1 G/A_2 разрешима, откуда G разрешима. Значит, $A_2 = 1$, откуда следует, что в G максимальные подгруппы G_2 и A имеют взаимно простой порядок. По лемме 11 группа G проста. Поэтому из леммы 6 и леммы 7 $G \cong PSL(2,q)$, где или $q = 2^n \pm 1,$ q простое, $q \geq 17,$ или $q = 9$. По [1, теорема II.8.27] следует, что это невозможно. Если N – минимальная нормальная подгруппа в G, то $AN = G$ и порядок G_2 не делит порядок группы G. Полученное противоречие показывает, что G удовлетворяет условию теоремы 2 и, следовательно, разрешима. □

Список литературы

1. Huppert B. Endliche Gruppen. – Berlin: Heidelberg, New York: Springer Verlag, 1967. − 793 p.
2. Шмидт О.Ю. Группы, все подгруппы которых специальные // Матем. Сб. − 1924. − Т 31. − С. 366-372.
3. Белоногов В.А. Конечные группы с единственным классом ненильпотентных максимальных подгрупп // Сиб. Матем. ж. − 1964. − Т.5. − №5. − С. 987-995.
4. Беркович Я.Г. О разрешимых группах конечного порядка // Матем. Сб. − 1967. − Т. 74. − №1. − С. 75-92.
5. Путилов С.В. Разрешимость конечных групп с заданными абнормальными максимальными подгруппами // Матем. зам. − 1984. − Т. 35. − №1. − С. 3-8.
6. Kegel O. Sylow Gruppen und Subnormalteiler endlichen Gruppen // Math. Z. − 1962. − Bd. 78. − P. 205-221.
7. Gaschiitz W. Uber die Ф-Untergruppen endlicher Gruppen // Math. Z. − 1953. − Bd.58. − S.160-170.
8. Путилов С.В. К теории конечных групп. – Брянск: Группа компаний «Десяточка», 2009. – 63 с.
9. Чунихина И.К., Чунихин С.А. О p-разложимых группах // Матем. Сб. −1944. − Т. 15. − №2. − С.325-342.
10. Романовский А.В. Группы с холловыми нормальными делителями // Конечные группы. Минск: Наука и техника. − 1966. − С. 98–115.
11. Baumann B. Endliche nichtauflosbare Gruppen mit einer nilpotenten Untergruppen // J. Algebra. − 1976. − V.38. − P. 119-135.
12. Thompson J.G. A special class of non-solvable groups // Math. Z. − 1960. − Bd.72. − P.458-462.
13. Белоногов В.А. О максимальных подгруппах II // Изв. вузов. Матем. − 1962. − №5. − С. 3-11.
14. Чунихин С.А., Подгруппы конечных групп // Минск: Наука и техника. − 1964. – 158 с.

Об авторе

Путилов Сергей Васильевич – доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского», e-mail: *algebra.bgu@yandex.ru.*

MAXIMAL SUBGROUPS OF FINITE GROUPS

S. V. Putilov

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

We prove the following theorems: 1) If in pd-group G any maximal subgroup is quasisubnormal or p-decomposable, then the group G is solvable or p- nilpotent; 2) If in group G all nonquasisubnormal nenilpotent maximal subgroups have the same order, then G is solvable; 3) Let S be a 2-decomposable maximal subgroup of finite group G and $S_2 \in Syl_2(G)$. If nonquasisubnormal 2-indecomposable maximal subgroups in G have prime indices, then G is solvable. 4) Let S p-decomposable, the maximum subgroup pd-group G and $S_p \in Syl_p(G)$. If all nonquasisubnormal p-indecomposable maximal subgroups in group G have the same order, then G is solvable or p-nilpotent.

Keywords: *finite group, quasisubnormal subgroup, maximal subgroup, solvable group.*

References

1. Huppert B. Endliche Gruppen. – Berlin: Heidelberg, New York: Springer Verlag, 1967. −793 p.

2. Schmidt O.Yu. Groups, all subgroups of which are special // Math. edition. − 1924. – Vol. 31. − p. 366–372.
3. Belonogov V.A. Finite groups with a single class nilpotent maximal subgroups // Sib. Math. journal. − 1964. − Vol. 5. − No. 5. − p. 987–995.
4. Berkovich Y.G. On solvable groups of finite order // Math. edition. − 1967. − T. 74. − No. 1. − p. 75–92.
5. Putilov S.V. Solvability of finite groups with given abnormal maximal subgroups // Math. notes −1984. − Vol. 35. − No. 1. − p. 3–8.
6. Kegel O. Sylow Gruppen und Subnormalteiler endlichen Gruppen // Math. Z. − 1962. − Bd. 78. − p. 205–221.
7. Gaschiitz W. Uber die Ф-Untergruppen endlicher Gruppen // Math. Z. − 1953. − Bd.58. − p.160–170.
8. Putilov S.V. To the theory of finite groups. – Bryansk: Group of companies «Ten», 2009. – 63 p.
9. Chunichina I.K., Chunichin S.A. p-decomposable groups // Math. edition. −1944. − Vol.15. − No. 2. − p. 325–342.
10. Romanovsky A.V. Groups with normal hall divisors of // End of the group. Minsk: Science and technology. 1966. − p. 98–115.
11. Baumann B. Endliche nichtauflosbare Gruppen mit einer nilpotenten Untergruppen // J. Algebra. − 1976. − V.38. − p. 119–135.
12. Thompson J.G. A special class of non-solvable groups // Math. Z. − 1960. − Bd.72. − P.458–462.
13. Belonogov V.A. On maximal subgroups II / / Izv. higher educational. Mat. -1962. − No. 5. − p. 3–11.
14. Chunichin S.A. Subgroups of finite groups // Minsk: Science and technology. 1964. – 158 p.

About author

Putilov S.V. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *algebra.bgu@yandex.ru.*

УДК 517.53

О НЕКОТОРЫХ НОВЫХ ОЦЕНКАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С ХАРАКТЕРИСТИКОЙ Р. НЕВАНЛИННЫ ИЗ L^p_ω-ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВ

Е. Г. Родикова, С. П. Максаков
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В работе изучаются свойства аналитических в круге функций с характеристикой Р. Неванлинны из L^p_ω-весовых пространств. Получены точные оценки роста и коэффициентов в тейлоровском разложении функций с характеристикой Р. Неванлинны из L^p_ω-весовых пространств. Также было установлено важное свойство данного пространства: установлено, что функции этого класса образуют F-пространство.
Ключевые слова: *аналитическая функция, характеристика Р. Неванлинны, максимум модуля функции, коэффициенты в разложении Тейлора, F-пространство.*

Для изложения основных результатов работы введем основные обозначения. Пусть $\mathbb{C}$ – множество комплексных чисел; через $D=\{z:|z|<1\}$ обозначим единичный круг на комплексной плоскости; $H(D)$ – множество всех аналитических в единичном круге D функций; $M(r,f)$ – максимум модуля функции, то есть $M(r,f)=\max\limits_{|z|=r}|f(z)|$. Через $T(r,f)$ обозначим характеристику Р. Неванлинны функции $f\in H(D)$ (см. [1]): $T(R,f)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}ln^+\left|f\left(Re^{i\varphi}\right)\right|d\varphi,\ ln^+|x|=max(ln|x|,0)$.

Пусть Ω – множество измеримых положительных функций ω на $\Delta=(0,1]$ для которых существуют числа $m_\omega,M_\omega,q_\omega$, причем $m_\omega,q_\omega\in(0,1]$, такие, что

$$m_\omega\le\frac{\omega(\lambda x)}{\omega(x)}\le M_\omega,\forall x\in\Delta,\lambda\in[q_\omega,1].$$

Очевидно, что произвольная положительная измеримая на $[0,1]$ функция ω, отделенная от нуля и бесконечности на отрезке $[0,1]$, принадлежит классу Ω. Отметим также, что функции вида $\omega(x)=x^\alpha(\underbrace{\ln\ln\ldots\ln\frac{c}{x}}_{n})^\beta, x\in(0,1]$, при всех $\alpha,\beta\in R$ также принадлежат классу Ω, а функции вида $exp\left\{-\frac{1}{x^\sigma}\right\}, x\in(0,1],\sigma>0$, не принадлежат данному классу (см. [8]). В дальнейшем для краткости изложения будем опускать индексы чисел $m_\omega,M_\omega,q_\omega$.

Доказательство основного результата основано на вспомогательных утверждениях.

Теорема А. (см. [8]) *Пусть*

$$\alpha_\omega=-h_\omega=\frac{ln\frac{1}{m}}{ln\frac{1}{q}},\beta_\omega=H_\omega=\frac{ln\,M}{ln\frac{1}{q}}.$$

Тогда для функции $\omega\in\Omega$ при $0<x<1$ справедлива оценка

$$x^{\alpha_\omega}\le\omega(x)\le\frac{1}{x^{\beta_\omega}}.$$

Теорема Б. (см. [8]) *Пусть $\omega\in\Omega$, тогда*

а) Найдутся положительные числа α и β такие, что если $0<y<x\le1$, то

$$y^\alpha\omega(y)\le Mx^\alpha\omega(x),mx^{-\beta}\omega(x)\le y^{-\beta}\omega(y).$$

В частности, можно положить

$$\alpha=\frac{ln\,M}{ln\frac{1}{q}},\beta\frac{ln\frac{1}{m}}{ln\frac{1}{q}}.$$

б) Для любых $k\ge0, 0<y\le1$, функция $\omega(x)x^{\alpha+1}$ интегрируема на отрезке $[0,y]$, при этом

$$\frac{m\omega(y)y^{\alpha+k+1}}{\alpha+\beta+k+1} \le \int_0^y x^{\alpha+k}\omega(x)dx \le \frac{M\omega(y)y^{\alpha+k+1}}{k+1}.$$

Рассмотрим класс S_ω^p аналитических в D функций, таких что

$$\int_0^1 \omega(1-r)T^p(r,f)dr < +\infty,$$

где $\omega \in \Omega, 0 < p < +\infty$.

Класс S_ω^p был впервые введен Ф. А. Шамояном в 1999 году в работе [6]. Подобные классы являются обобщением плоских классов Р. Неванлинны (см. [1]).

В данной работе решается классическая для теории функций задача, связанная с нахождением точных оценок роста функции и коэффициентов в разложении в ряд Тейлора, в классах S_ω^p. Впервые указанная задача была решена в классах Р. Неванлинны известным советским математиком С. Н. Мергеляном в начале 20-го века (см. [2]). В дальнейшем аналогичные исследования в классах типа Р. Неванлинны проводились в работах Е. Н. Шубабко, Ф. А. Шамояна (см. [7], [8]), Е. Г. Родиковой (см. [3–5]).

Справедливы следующие утверждения:

Теорема 1. 1) *Если* $f \in S_\omega^p$, *то*

$$ln^+M(r,f) = o\left(\frac{1}{\omega(1-r)(1-r)^{p+1}}\right)^{\frac{1}{p}}. \quad (1)$$

2) *Оценка* (1) *не улучшаема, то есть для любой положительной функции* $\sigma(r), 0 < r < 1$, *такой что* $\sigma(r) = o(1), r \to 1-0$, *существует функция* $f \in S_\omega^p$, *такая что*

$$ln^+M(r,f) \ne O\left(\frac{\sigma(r)}{\omega(1-r)(1-r)^{p+1}}\right)^{\frac{1}{p}}, r \to 1-0.$$

Следствие. *Если* $f \in S_\omega^p$, *то*:

$$ln^+M(r,f) = o\left(\frac{1}{(1-r)^{\frac{\alpha_\omega+1}{p}+1}}\right), r \longrightarrow 1-0.$$

Теорема 2. 1) *Если*

$$f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n z^n$$

– *ряд Тейлора функции* $f \in S_\omega^p$, *то*

$$ln^+|a_n| = o\left(n^{\left(\frac{\alpha_\omega+p+1}{\alpha_\omega+2p+1}\right)}\right), n \to +\infty; \quad (2)$$

2) *Оценка* (2) *не улучшаема, то есть для любой положительной бесконечно малой последовательности* $\{\delta_n\}$ *существует функция* $f \in S_\omega^p$, *такая что*

$$ln^+|a_n| \ne O\left(\delta_n n^{\left(\frac{\alpha_\omega+p+1}{\alpha_\omega+2p+1}\right)}\right), n \to +\infty.$$

Теорема 3. *Относительно метрики*

$$\rho(f,g) = \int_0^1 \omega(1-r)\left(\int_{-\pi}^{\pi} ln\left(1+\left|f\left(re^{i\theta}\right)-g\left(re^{i\theta}\right)\right|\right)d\theta\right)^p dr$$

при $0 < p \le 1$,

$$\rho(f,g)=\left(\int_0^1 \omega(1-r)\left(\int_{-\pi}^{\pi} ln(1+\left|f(re^{i\theta})-g(re^{i\theta})\right|)d\theta\right)^p dr\right)^{\frac{1}{p}}$$

при $p>1$ *для любых* $f,g\in S_\omega^p$, *пространство* S_ω^p *образует F-пространство.*

Отметим, что при доказательстве представленных результатов используются методы из работ Е. Г. Родиковой [3–4] и С. В. Шведенко [9].

Список литературы

1. Неванлинна Р. Однозначные аналитические функции. М.-Л.: ГИТТЛ, 1941. – 388 с.

2. Привалов И.И. Граничные свойства аналитических функций. – М.: Наука, 1950. – 338 с.

3. Родикова Е.Г. Об оценках коэффициентов разложения некоторых классов аналитических в круге функций // Материалы VI Петрозаводской международной конференции «Комплексный анализ и приложения» – Петрозаводск: ПетрГУ, 2012. – С.64 – 69.

4. Родикова Е.Г. Факторизация, характеризация корневых множеств и вопросы интерполяции в весовых пространствах аналитических функций: диссертация … канд. физ.-мат. наук: 01.01.01 / Родикова Евгения Геннадьевна. – Брянск. – 2014. – 121 с.

5. Родикова Е.Г. О некоторых оценках в классе И.И. Привалова в круге // Современные проблемы теории функций и их приложения: материалы 19-й международной Саратовской зимней школы, Саратов, СГУ, 2018. – С.270-272.

6. Шамоян Ф. А. Параметрическое представление и описание корневых множеств весовых классов голоморфных в круге функций // Сиб. мат. журн. – 1999. – Т. 40. – №6. – С. 1422–1440.

7. Шамоян Ф. А., Шубабко Е. Н. Об одном классе голоморфных в круге функций // Зап. научн. сем. ПОМИ, Исследования по линейным операторам и теории функций. – 2001. – Т. 282. – С. 244–255.

8. Шамоян Ф.А., Шубабко Е.Н. Введение в теорию весовых L^p-классов мероморфных функций – Брянск: Группа компаний «Десяточка», 2009. – 153 с.

9. Шведенко С.В. О скорости роста и коэффициентах Тейлора функций класса Неванлинны N по площади // Изв. вузов. Матем. – 1986. – №6. – С. 40–43.

Об авторах

Родикова Евгения Геннадьевна − кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *evheny@yandex.ru.*

Максаков Серафим Павлович − магистрант кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: *msp222@mail.ru.*

ON SOME NEW ESTIMATES OF ANALYTIC FUNCTIONS WITH THE NEVANLINNA CHARACTERISTIC FROM L_ω^p-WEIGHTS SPACES

E. G. Rodikova, S. P. Maksakov

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

In this paper we study properties of analytic functions with the Nevanlinna characteristic from L_ω^p–weights spces. We obtain the estimate of the function growth and the estimate of coefficients in the Taylor expansion of analytic functions from this space. Also it is established that functions from this space form F-space.

Keywords: *analytic function, the Nevanlinna characteristic, the growth of a function, the coefficients in a Taylor expansion, F-space.*

References

1. Nevanlinna R. Single-valued analytic function. M.-L .: GITTL, 1941. – 388 p.
2. Privalov I.I. Boundary properties of analytic functions – M.: Nauka, 1950. – 338 p.
3. Rodikova E.G. On estimates of the coefficients in the expansion of certain classes analytic functions in a disk // Proceedings of the VI Petrozavodsk international conference «Complex analysis and applications» – Petrozavodsk. – 2012. – P. 64 –69.
4. Rodikova E.G. Factorization, characterization of zero sets and questions of interpolation in weighted spaces of analytic functions: thesis ... Cand. fiz.-mat. Sciences: 01.01.01 / Rodikova Eugenia Gennadievna. - Bryansk. - 2014. - 121 p.
5. Rodikova E.G. On some estimates of the Privalov class in a disk // Modern Problems of Theory of Functions and Applications: Proceedings of the 19th International Winter School in Saratov, Saratov, Saratov State University, 2018. - S.270-272.
6. Шамоян Ф. А. Parametric represrntation and the description of zero sets of weighted classes of holomorphic functions in a disk // Siberian M. J. – 1999. – V. 40. – No 6. – P. 1211–1229.
7. Shamoyan F.A., Shubabko E.N. On a class of functions holomorphic in the disk // J. Math. Sci. – N. Y. – 2012. – V. 120. – No 5. P. 1784–1790.
8. Shamoyan F.A., Shubabko E.N. Introduction to the theory of weight L_p-classes and meromorphic functions – Bryansk: Company group «Desyatochka», 2009. – 153 p.
9. Shvedenko S.V. On the growth rate and Taylor coefficients for functions of the Nevanlinna class N over the area // Izv. vuzov. Mat. – 1986. – No 6. – P. 40–43.

About authors

Rodikova E. G. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *evheny@yandex.ru.*

Maksakov S. P – graduate student, Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *msp222@mail.ru.*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 536.21+548.562

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МОНОКРИСТАЛЛА $NiSO_4 \cdot 7H_2O$

В. А. Водянина, Д. В. Шубин
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В интервале температур 50 – 300 К экспериментально исследована теплопроводность монокристаллического образца $NiSO_4 \cdot 7H_2O$. В области комнатной температуры величина теплопроводности оказалась ниже, чем у стеклообразных материалов, и близкой к теплопроводности воды. Особенности процесса теплопередачи предположительно связаны со слабостью водородных связей между молекулами воды, входящих в структуру кристаллогидрата.
Ключевые слова: *водорастворимый кристалл, кристаллогидрат, вода кристаллизационная, водородные связи, теплопроводность, температурная зависимость, средняя длина свободного пробега фононов*

Введение. Сульфат никеля (никелевый купорос, никель сернокислый) $NiSO_4$ имеет высокую растворимость в воде. При испарении воды из раствора, в зависимости от условий, формируются кристаллы шести- ($NiSO_4 \cdot 6H_2O$) или семиводного ($NiSO_4 \cdot 7H_2O$) никелевого купороса. В их кристаллической решётке катионы образуют более прочную связь с молекулами воды, чем связь между катионами и анионами в кристалле безводной соли. Такие образования принято называть кристаллогидратами.

Коэффициент теплопроводности является важной физической характеристикой кристалла. Его априорная количественная оценка является ненадежной и неточной в силу объективной сложности процесса теплопередачи. Поэтому несомненный приоритет в определении теплопроводности принадлежит экспериментальным методам.

Теплопроводность кристаллогидратов в настоящее время практически не изучена. Хотя эта тема представляет не только теоретический, но и практический интерес, поскольку кристаллогидраты в значительной мере могут определять теплоизоляционные характеристики строительных материалов (см., например, [1 – 2]).

Постановка задачи. Поскольку кристаллогидраты в обычных условиях являются весьма неустойчивыми образованиями, для проведения эксперимента было необходимо вырастить монокристалл семиводного никелевого купороса. А основная задача в настоящей работе заключалась в экспериментальном определении коэффициента теплопроводности кристалла $NiSO_4 \cdot 7H_2O$ в широком интервале температур и выявление особенностей температурной зависимости теплопроводности этого соединения.

Экспериментальные результаты и их анализ. Используемый для измерений теплопроводности образец был вырезан из монокристалла $NiSO_4 \cdot 7H_2O$, выращенного нами из раствора. При изготовлении раствора использовался купорос марки ЧДА и дистиллированная вода. Контроль уровня pH раствора не проводился. Емкость с испаряющимся раствором имела температуру около 20 ºС. Судя по внешнему виду, характерному для $NiSO_4 \cdot 7H_2O$ (см. фото на рис. 1), выращенный монокристалл принадлежал именно к семиводной модификации никелевого купороса.

Измерения теплопроводности в температурном интервале 50 – 300 К проводили абсолютным стационарным методом продольного теплового потока. Экспериментальная аппаратура и методика измерений подробно описаны в [3].

Образец имел форму параллелепипеда размерами 9×7×20 мм. Его длинная ось совпадала с направлением роста монокристалла – с кристаллографической осью *c*. С целью снижения скорости деградации кристалла (дегидратации – потери воды) образец был покрыт слоем лака. Для обеспечения плоской формы теплового фронта резистивный нагреватель, создающий измеряемый перепад температуры вдоль образца, проклеивался на его торцевой поверхности. Погрешность определения величины коэффициента теплопроводности мы ограничиваем величиной ± 7 %.

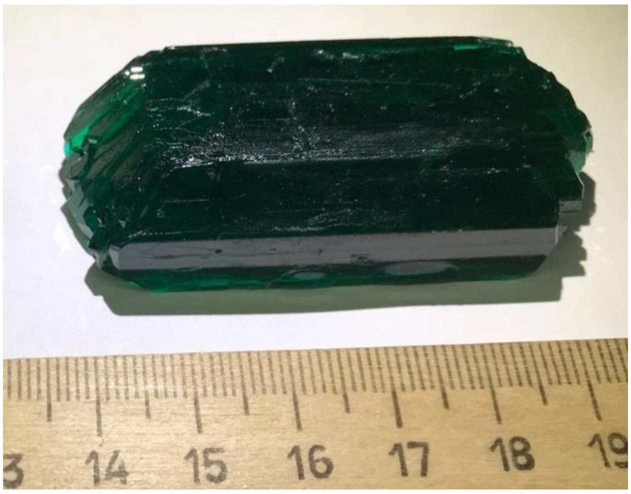

Рис. 1. Фотография выращенного монокристалла $NiSO_4 \cdot 7H_2O$

Результаты измерений представлены на рис. 2 в виде графика температурной зависимости теплопроводности $k(T)$.

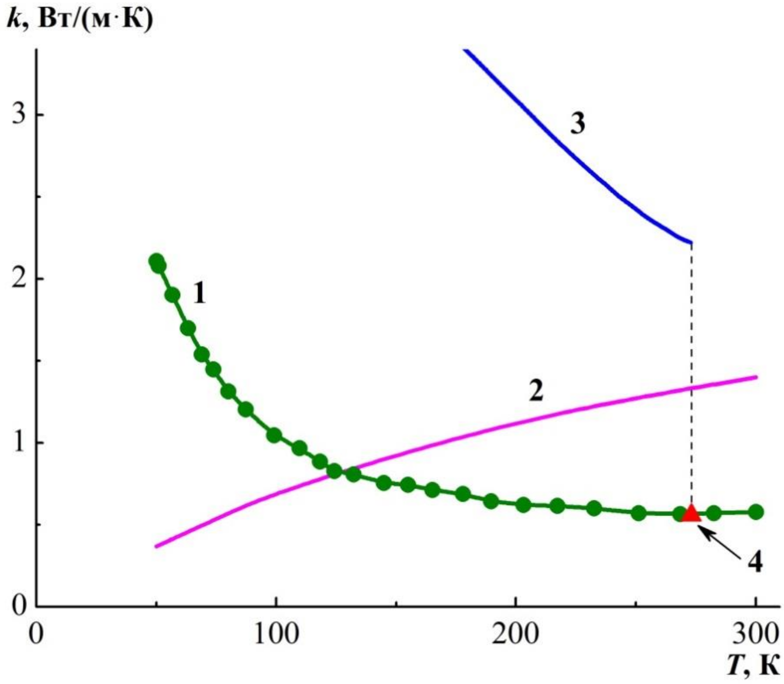

Рис. 2. Температурная зависимость теплопроводности монокристалла $NiSO_4 \cdot 7H_2O$ вдоль кристаллографической оси c (**1**) в сравнении с данными [4] по $k(T)$ для плавленого кварца (**2**), льда (**3**) и воды (**4**)

Можно видеть, что абсолютная величина теплопроводности исследованного кристалла чрезвычайно низка. В области комнатной температуры она составляет $k = 0.58 \pm 0.04$ Вт/(м·К), т.е. почти в три раза ниже, чем у аморфного кварца (см. рис. 2). При этом, однако, при понижении температуры она слабо, но растет – до $k = 2.11 \pm 0.14$ Вт/(м·К). Этот рост указывает на наличие дальнего порядка в структуре материала – о его кристаллическом состоянии. С другой стороны, малость низкотемпературной теплопроводности и слабость ее температурной зависимости говорит о существенном нарушении этого порядка и значительном фононном рассеянии [5].

Полученные данные по теплопроводности позволяют с помощью дебаевского выражения $k = Cvl/3$ (где C – теплоемкость единицы объема, v – средняя скорость распространения фононов) рассчитать температурную зависимость средней длины свободного пробега фононов $l(T)$ в этом кристалле. Температурная зависимость молярной теплоемкости $NiSO_4 \cdot 7H_2O$ была определена в работе [6]. Значение средней скорости распространения фононов (звука) $v \approx \mathrm{Const}(T)$ было определено нами с учетом большого содержания воды в составе кристалла. Скорости продольной и поперечной звуковых волн в ее твердофазном состоянии (во льду в поликристаллическом состоянии) равны соответственно v_l = 7.98 км/с и v_s = 1.99 км/с [7]. Усреднение скоростей мы провели в соответствии с выражением

$$\frac{3}{v^3} = \frac{1}{v_1^3} + \frac{2}{v_S^3} \quad ,$$

из которого получили v = 2.23 км/с.

Результаты расчета $l(T)$ приведены на рис. 3. Видно, что в исследованном температурном диапазоне величина l изменяется слабо, немного более чем на порядок. При повышении температуры до комнатной она медленно (при условии сильного роста теплоемкости – см. рис. 3) приближается к величине 0.3 нм, сравнимой со средним междоузельным расстоянием в кристалле. Подобное поведение $l(T)$ наблюдается и в случае условного применения фононной модели к аморфным материалам – стеклам. Оно отражает нарушение периодичности кристаллического поля в исследованном материале – кристаллогидрате.

К сожалению, мы не обладаем достаточной информацией по структурным особенностям кристалла $NiSO_4 \cdot 7H_2O$. Очевидно, однако, что существенную роль в тепловых процессах в этих водонасыщенных кристаллах должны играть водородные связи. Шесть молекул воды образуют водородные связи с атомами кислорода тетраэдрической сульфатной группы и седьмой молекулой воды, не координированной катионом. Этот тип связей характеризуется относительной слабостью и неустойчивостью. Они могут легко возникать и исчезать в результате тепловых флуктуаций. Следствием таких флуктуаций, по-видимому, являются фонон-дефектное рассеяние и соответствующее снижение теплопроводности по отношению к другим – безводным – соединениям.

Слабость водородных связей определяет и невысокую твердость кристаллов $NiSO_4 \cdot 7H_2O$, составляющую 2 – 2.5 единиц по шкале Мооса. Малая твердость кристаллов, так же, как и низкие температуры разложения кристаллогидратов, объяснимо коррелирует с их низкой теплопроводностью.

Следует особо отметить, что в области T = 273 К на экспериментальном графике $k(T)$ не наблюдается сколько-нибудь заметных аномалий, которые могли бы свидетельствовать о фазовом переходе в содержащейся в кристалле воде. Это может быть связано как со слабой чувствительностью применяемой экспериментальной методики в условиях сильного фононного рассеяния, так и с отличием физических свойств кристаллизационной воды от свойств воды в свободном, химически не связанном, состоянии [8].

Для сравнения можно отметить также, что в случае исследованного нами ранее [9] по идентичной методике дигидрофосфата калия KH_2PO_4, не образующего кристаллогидратов, проявление фонон-дефектного рассеяния значительно менее выражено.

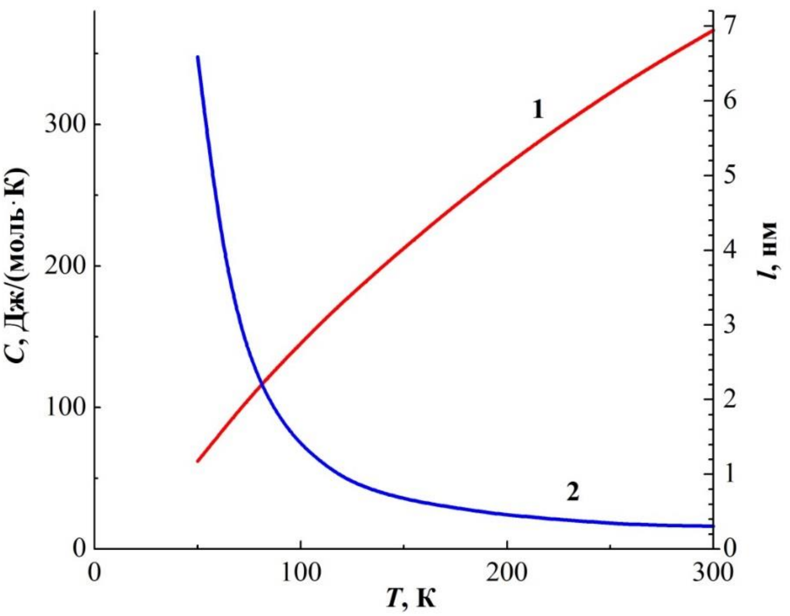

Рис. 3. Температурные зависимости молярной теплоемкости (**1**) и средней длины свободного пробега фононов (**2**) в кристалле $NiSO_4 \cdot 7H_2O$

Заключение

По-видимому, впервые экспериментально исследована теплопроводность кристаллогидрата $NiSO_4 \cdot 7H_2O$. Сильное фононное рассеяние предположительно связано со слабостью водородных связей, в значительной мере определяющих кристаллическое состояние данного соединения. Эта особенность является характерной для кристаллогидратов.

Авторы благодарят профессора кафедры экспериментальной и теоретической физики БГУ Попова П.А. за постановку задачи и руководство работой.

Список литературы

1. Езерский В.А., Ельчищева Т.Ф. Исследование влияния солей на теплопроводность ячеистого бетона // Вестник ТГТУ. – 2003. – Т. 9. – № 2. – С. 286-298.
2. Езерский В.А., Ельчищева Т.Ф. Анализ влияния солей на теплопроводность некоторых стеновых материалов // Вестник ТГТУ. – 2008. – Т. 14. – № 3. – С. 645-651.
3. Попов П.А. Теплопроводность лазерных кристаллов со структурой граната в интервале температур 6 – 300 К: Дис. … канд. физ.-мат. наук. Москва, 1993. – 214 с.
4. Теплопроводность твердых тел: Справочник под ред. А.С. Охотина. М.: Энергоатомиздат, 1984. – 320 с.
5. Берман Р. Теплопроводность твердых тел. М.: Мир, 1979. – 286 с.
6. Stout J.W., Archibald R.C., Brodale G.E., Giauque W.F. Heat and Entropy of Hydration of α-$NiSO_4 \cdot 6H_2O$ to $NiSO_4 \cdot 7H_2O$. Their Low-Temperature Heat Capacities // The Journal of Chemical Physics. – 1966. – V. 44. – № 1. – P. 405-409.
7. Таблицы физических величин. Справочник / И.К. Кикоин [и др.] Под ред. И.К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
8. Карякин А.В., Кривенцова Г.А. Состояние воды в органических и неорганических соединениях. М.: Наука. 1973. – 176 с.
9. Попов П.А., Водянина В.А., Шубин Д.В. Исследование теплопроводности твердотельных материалов фотоники и ионики в совместной с ИОФРАН лаборатории ФХТТ БГУ (обзор за 2017 г.) // Ежегодник НИИ фундаментальных и прикладных исследований. 2017.

Сведения об авторах

Водянина Виктория Андреевна – студентка 3 курса физико-математического факультета Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *tfbgubry@mail.ru*

Шубин Дмитрий Владимирович – студент 3 курса физико-математического факультета Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

INVESTIGATION OF THERMAL CONDUCTIVITY OF THE $NiSO_4 \cdot 7H_2O$ MONOCRYSTAL

V.A. Vodyanina, D.V. Shubin

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

In the temperature range 50 – 300 K, the thermal conductivity of a single-crystal sample of $NiSO_4$•$7H_2O$ was studied by an absolute steady-state method of longitudinal heat flow. In the region of room temperature, the value of the thermal conductivity turned out to be lower than that of glassy materials, and is close to the thermal conductivity of water. The temperature dependence of the mean free path of the phonons is calculated. The results obtained indicate a significant phonon scattering in the investigated crystal. This scattering may be due to the weakness of the hydrogen bonds, which largely determine the crystalline state of this compound. The revealed peculiarity of the heat transfer process of the investigated compound is presumably characteristic of crystalline hydrates.

Keywords: *water-soluble crystal, crystalline hydrate, crystallization water, hydrogen bonds, thermal conductivity, temperature dependence, mean free path of phonons.*

References

1. Ezersky V.A., Elchishcheva T.F. Investigation of Salts Influence on Heat Conductivity of Cell Concrete // Transactions TSTU. – 2003. – V. 9. – № 2. – P. 286–298.
2. Ezersky V.A., Elchishcheva T.F. Investigation of Salts Influence on Heat Conductivity of Cell Concrete // Transactions TSTU. – 2008. – V. 14. – № 3. – P. 645–651.
3. Popov P.A. Thermal conductivity of laser crystals with the structure of granate in the interval of temperatures 6 – 300 K: Diss. Cand. Phys. Math. Sci. Moscow, 1993. – 214 p.
4. Handbook of Thermal Conductivity of Solids, Ed. By A. S. Okhotin (Energoatomizdat, Moscow, 1984) – 320 p.
5. Berman, R. Thermal Conduction in Solids, Oxford: Clarendon, 1976. – 286 p.
6. Stout J.W., Archibald R.C., Brodale G.E., Giauque W.F. Heat and Entropy of Hydration of α-$NiSO_4 \cdot 6H_2O$ to $NiSO_4 \cdot 7H_2O$. Their Low-Temperature Heat Capacities // The Journal of Chemical Physics. – 1966. – V. 44. – № 1. – P. 405–409.
7. Tables of Physical Quantities: A Handbook Ed. By I. K. Kikoin. M.: Atomizdat, 1976. – 1008 p.
8. Karyakin A.V. and Kriventsova G.A. The State of Water in Organic and Inorganic Compounds, M.: Nauka, 1973. – 176 p.
9. Popov P.A., Vodyanina V.A., Shubin D.V. Research of thermal conductivity of solid state materials of photonics and ionics in Joint with Institute of the general physics of the Russian academy of science of PCS BSU laboratory (the review for 2017).

About authors

Vodyanina V. A. – 3th year student, Faculty of Physics and Mathematics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *tfbgubry@mail.ru.*

Shubin D. V. – 3th year student, Faculty of Physics and Mathematics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky.

УДК 53:372.8

О РОЛИ ВАРИАЦИОННЫХ ПРИНЦИПОВ В ВУЗОВСКОМ КУРСЕ ФИЗИКИ

Г. В. Егоров
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени акад. И.Г. Петровского»

В статье рассматривается история возникновения вариационных принципов в физике, анализируется роль вариационных принципов в процессе познания природы. В работе приводятся примеры, подтверждающие эвристическую роль вариационных принципов в процессе физического познания, аргументируется возможность применения принципа множественности и единства моделей при изучении вариационных принципов в курсе физики.
Ключевые слова: *преподавание физики, методология, вариационные принципы, принцип множественности и единства моделей.*

Вопросы методологии науки играют важную роль в процессе обучения физике. В ходе формирования современной физической картины мира у студентов вузов, обучающихся по направлению «Физика», необходимо добиваться четкого понимания модельного характера физической науки и важности правильного выбора модели в ходе решения физической задачи. Ранее автором было предложено использование принципа множественности и единства моделей в процессе преподавания физики [1]. В настоящей работе проводится анализ той роли, которую играют в физике вариационные принципы, и аргументируется возможность применения принципа множественности и единства моделей при рассмотрении вариационных принципов в курсе физики.

В ходе развития механики был установлено, что в основу ее изложения могут быть положены вариационные принципы. Преимущество вариационных принципов состоит в том, что из них сразу получаются уравнения движения механической системы, не содержащие неизвестных сил реакции связей. Достигается это тем, что эффект действия связей на механическую систему учитывается не заменой их неизвестными силами (силами реакции связей), а рассмотрением тех возможных перемещений или движений, которые точки этой системы могут иметь при наличии данных связей.

Вариационные принципы механики по форме подразделяются на дифференциальные и интегральные. К дифференциальным принципам, характеризующим свойства движения для любого данного момента времени, относится, например, принцип возможных перемещений. Интегральными принципами, характеризующими свойства движения на любых конечных промежутках времени, являются принципы наименьшего действия в формах Гамильтона - Остроградского, Лагранжа, Якоби и др.

Исторически первым вариационным принципом был принцип наименьшего времени Ферма в геометрической оптике. Еще Герон Александрийский показал, что закон отражения света можно вывести из принципа кратчайшего пути. Однако уже в случае преломления света этот принцип явно нарушался. П. Ферма в 1662 г. предположил, что световой луч избирает путь, на прохождение которого он затрачивает наименьшее время. Так был сформулирован первый экстремальный принцип: «Истинный путь светового луча отличается от всех возможных путей тем, что время движения вдоль него минимально» [2].

На этом примере можно видеть основную черту, присущую всем вариационным принципам. Они имеют общий и универсальный характер. Например, зная принцип Ферма, можно рассчитать любую оптическую систему, не нуждаясь ни в каких других законах геометрической оптики – все они являются лишь следствием этого единственного принципа.

Содержанием любого вариационного принципа является утверждение об экстремуме (минимуме или максимуме) некоторой величины. Расчет реальной траектории движения рассматривается как отыскание «истинного» пути среди всего множества возможных.

Основная проблема, стоявшая перед учеными, заключалась в том, чтобы найти эту минимизируемую величину.

Еще Г. Галилей начал применять первый из вариационных принципов механики - принцип возможных (виртуальных) перемещений. Первым, кто понял общность этого принципа и его полезность для решения задач статики, был И. Бернулли. Этот принцип впоследствии получил обоснование, существенное развитие и применение в «Аналитической механике» Ж. Лагранжа, считавшего его одним из важнейших принципов механики.

Принцип возможных (виртуальных) перемещений гласит:

Механическая система находится в равновесии в некотором положении тогда и только тогда, когда сумма элементарных работ всех активных сил, действующих на систему, на всяком возможном перемещении, выводящем систему из рассматриваемого положения, равна нулю в любой момент времени:

$$\sum_i F_i \delta r_i = 0 .$$

Долгое время оставалось неясным – какая же величина должна принимать экстремальное значение в случае истинной траектории движения частицы. В 1744 году французский ученый П. Мопертюи представил Парижской Академии работу, в которой предлагался новый универсальный принцип механики – принцип наименьшего действия. Истинное движение отличается от всех возможных тем, что для него минимальна величина *действия*, которое Мопертюи определил равным *mvs*, где m - масса, v - скорость, а s - путь, который проходит тело. Принцип Мопертюи в том же 1744 году уточнил Л. Эйлер, показавший, что истинной траектории движения тела соответствует минимум величины $\int mvds$ [3].

Идеи Мопертюи и Эйлера развил Жозеф Луи Лагранж, который придал вариационному исчислению современный вид и распространил принцип наименьшего действия на произвольную механическую систему, а не только на систему свободных материальных точек. Тем самым было положено начало аналитической механике. Лагранж использовал функционал действия в форме $\int 2Tdt$, где T – кинетическая энергия системы.

В дальнейшем развитие вариационных принципов связано с именами многих выдающихся ученых – Гаусса, Журдена, Якоби и др., но наиболее часто в механике встречается принцип экстремального действия в форме, которую придали ему У. Гамильтон и М.В. Остроградский. Функционал действия, принимающий экстремальное значение в случае истиного пути механической системы, в этом случае записывается в виде:

$$S = \int L(q(t), \dot{q}(t), t)dt .$$

Здесь $L(q(t), \dot{q}(t), t)$ - лагранжиан системы, который равен $L = T - U$, где T – кинетическая энергия, U – потенциальная энергия системы, q – обобщенная координата, $\dot{q}$ - производная обобщенной координаты по времени (обобщенная скорость), t - время. Принцип экстремального действия в форме Гамильтона-Остроградского является наиболее общим. Он включает установленные ранее вариационные принципы в качестве частных случаев.

Развитие физической науки показало, что с помощью вариационных принципов можно сформулировать основные положения различных физических дисциплин [3]. Например, в основу изложения неравновесной термодинамики могут быть положены принцип наименьшего рассеяния энергии, сформулированный впервые Л. Онсагером, и принцип наименьшего производства энтропии, который был установлен И. Пригожиным [4]. Эти принципы позволяют установить физическую величину, которая при стационарном неравновесном процессе имела бы экстремальное значение, подобно тому, как равновесное состояние термодинамической системы характеризуется максимальной энтропией.

Принцип Онсагера утверждает:

При возможности развития процесса по нескольким различным направлениям, реализуется тот из них, который обеспечивает минимум рассеяния энергии.

Согласно принципу минимального производства энтропии Пригожина:

Стационарное состояние системы, в которой происходит необратимый процесс, характеризуется тем, что скорость возникновения энтропии имеет минимальное значение при данных внешних условиях, препятствующих достижению системой равновесного состояния.

В 1965 г. И. Дьярмати показал, что в отличие от принципа Онсагера принцип минимального производства энтропии Пригожина справедлив только для стационарных процессов и в этом случае он эквивалентен принципу наименьшего рассеяния энергии. Дьярмати предложил более общую формулировку вариационного принципа наименьшего рассеяния энергии, из которой вытекают и принцип Онсагера, и принцип Пригожина [4].

Анализируя применение вариационных принципов, можно выделить три основных фактора, определяющих ту роль, которую эти принципы играют в физике:

1. ***Использование вариационных принципов во многих случаях существенно упрощает решение задач по физике. Типичный пример – это применение принципа виртуальных перемещений в аналитической статике.***

Пример 1. *Петля, сделанная из гибкой тяжелой цепи массой m, надета на гладкий прямой круговой конус, высота которого h, а радиус основания r (см. рис. 1). Цепь покоится в горизонтальной плоскости (ось конуса направлена вертикально). Найти силу натяжения цепи.* [5]

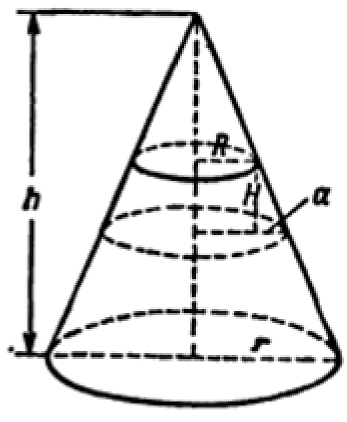

Рис.1

Решение. Выберем такое виртуальное перемещение цепи, при котором она опускается на малое расстояние ***H*** вниз по вертикали параллельно самой себе. Потенциальная энергия её при этом уменьшится на mgH. Радиус же цепи при таком перемещении увеличится на a. Легко видеть, что увеличение радиуса цепи и её смещение вниз связаны соотношением $\frac{a}{H}=\frac{r}{h}$. Если силу натяжения цепи обозначить через ***T***, то виртуальная работа силы натяжения при рассматриваемом виртуальном перемещении цепи равна $[2\pi(R+a)-2\pi R]T=2\pi aT$ (*R* – радиус цепи). Но из принципа виртуальных перемещений следует, что виртуальная работа силы T равна изменению потенциальной энергии цепи, т. е. $2\pi aT=mgH$. Отсюда следует, что сила натяжения нити равна: $T=\frac{mgH}{2\pi a}=\frac{\mathrm{m}gh}{2\pi r}$.

Пример 2. *Однородный гладкий стержень AB длиной 2l и весом P опирается концом на гладкую вертикальную стенку и одной из своих точек лежит на краю C неподвижного стола (см. рис. 2) Определить угол φ, который образует стержень со столом в положении равновесия, если расстояние от стенки до стола равно a.* [6]

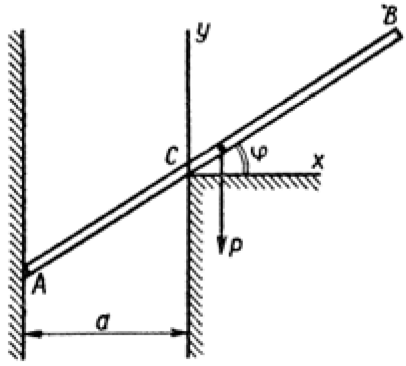

Рис.2

Решение. Положение стержня определяется всего одним параметром – углом φ и, следовательно, система имеет одну степень свободы. На стержень действует единственная активная сила – сила тяжести, имеющая вертикальное направление. Подсчитывая работу этой силы на возможном перемещении системы и приравнивая ее нулю в соответствии с принципом виртуальных перемещений, получаем:

$$-P\delta y_s = 0,$$

где $y_s = \left(l - \dfrac{a}{\cos\varphi} \right)\sin\varphi$ - координата центра тяжести системы.

Дифференцируя выражение для возможного перемещения y_s по углу φ и подставляя полученный результат в выражение для работы на возможном перемещении δy_s, получим:

$$-P\left(-atg^2\varphi + l\cos\varphi - a\right)\delta\varphi = 0.$$

Так как $\delta\varphi$ отлично от нуля при произвольном возможном перемещении, то будет равно нулю выражение, стоящее в скобках. Следовательно, условие равновесия системы имеет вид:

$$-atg^2\varphi + l\cos\varphi - a = 0.$$

Решая полученное уравнение, находим:

$$\cos^3\varphi = \frac{a}{l}.$$

Очевидно, что это решение имеет смысл только в случае, если выполняется условие

$$a \le l.$$

2. ***На основе вариационных принципов было сделано большое число выдающихся открытий в различных областях физики. Вариационные принципы в этих случаях сыграли ключевую эвристическую роль. Типичные примеры - создание волновой квантовой механики Шредингером, получение уравнений гравитационного поля в общей теории относительности Эйнштейном и др.***

Л.С. Полак в предисловии к книге К. Ланцоша пишет: «Из вариационных принципов нельзя вывести физическую картину мира, но они могут служить путеводной нитью для нахождения верных путей в сложных лабиринтах событий и процессов природы» [7].

Использование вариационных принципов позволяет выявить глубинные связи, которые существуют между различными физическими понятиями и явлениями. Во многих случаях выявление таких связей способствует установлению новых закономерностей и законов. Эвристическая роль вариационных принципов несомненна.

В качестве примера, иллюстрирующего эвристическую роль вариационных принципов, рассмотрим процесс создания волновой квантовой механики Э. Шредингером. В своих рассуждениях Шредингер использовал оптико-механическую аналогию и вариационные принципы. Оптико-механическая аналогия - это сходство траектории движения частицы в потенциальном силовом поле с траекторией световых лучей в оптически неоднородной среде. Траектория материальной точки и траектория светового луча совпадают при определенном соответствии потенциальной энергии и переменного в пространстве показателя преломления среды. Этот факт был теоретически открыт выдающимся ирландским математиком и физиком У. Р. Гамильтоном (1805-1865) еще в 1834 году, а в начале 20 столетия он оказал существенное влияние на установление связи между волновой оптикой и волновой квантовой механикой.

Покажем как из вариационных принципов и оптико-механической аналогии можно прийти к уравнению Шредингера. Будем следовать при этом краткому изложению, приведенному в книге Ферми [8]. Траектория движения частицы может быть определена из принципа наименьшего действия Мопертюи-Эйлера, который можно записать в виде: $\int\sqrt{E-U}\,ds = \min$. Здесь E - полная энергия системы, а U - потенциальная энергия. Траектория луча определяется из принципа наименьшего времени Ферма $\int\frac{ds}{V} = \min$, где V - фазовая скорость волны.

Из сопоставления этих принципов следует, что должно выполняться соотношение $\frac{1}{V(\nu,x)} = f(\nu)\sqrt{E(\nu)-U(x)}$, где $f(\nu)$ и $E(\nu)$ - некоторые функции частоты. Вид этих функций можно установить из условия, что скорость материальной точки $V_{мт} = \sqrt{\frac{2}{m}}\sqrt{E-U}$ эквивалентна групповой скорости волнового пакета $V_{гр} = \left[\frac{d}{d\nu}\left(\frac{\nu}{V}\right)\right]^{-1}$. Выполняя преобразования и вводя обозначение $\frac{dE}{d\nu} = h$, получаем выражение для фазовой скорости волны в виде $V = \frac{h\nu}{\sqrt{2m}}\frac{1}{\sqrt{h\nu - U}}$ или иначе, переходя к циклической частоте,

$$V = \frac{\hbar\omega}{\sqrt{2m}}\frac{1}{\sqrt{\hbar\omega - U}}.$$

Монохроматическая волна удовлетворяет волновому уравнению

$$\nabla^2\psi - \frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0, \tag{1}$$

частное решение которого имеет вид:

$$\psi = \varphi e^{-i\omega t} = \varphi e^{-\frac{i}{\hbar}Et}. \tag{2}$$

Таким образом, волновая функция ψ представляет собой произведение двух функций: координатной части волновой функции φ и экспоненты, зависящей только от времени.

Подставляя это решение в волновое уравнение, получаем:

$$\nabla^2\varphi + \frac{\omega^2}{V^2}\varphi = 0.$$

Учитывая выражение для фазовой скорости (1), имеем:

$$\nabla^2\varphi + \frac{2m}{\hbar^2}(\hbar\omega - U)\varphi = 0.$$

Если учесть, что $\omega\varphi = -\frac{1}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t}$ (это следует из выражения (2)),

то получаем временное уравнение Шредингера:

$$\nabla^2\psi + i\frac{2m}{\hbar}\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{2m}{\hbar^2}U\psi = 0.$$

Это уравнение обычно записывают в виде:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\psi.$$

В случае стационарных полей, когда решение уравнения Шредингера имеет вид:

$$\psi = \varphi e^{-i\omega t} = \varphi e^{-\frac{i}{\hbar}Et},$$

получаем стационарное уравнение Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\varphi + U\varphi = E\varphi.$$

Мы видим, что использование вариационного принципа Мопертюи-Эйлера совместно с оптико-механической аналогией позволяет установить вид уравнения Шредингера – основного уравнения квантовой механики.

3. ***Вариационные принципы играют важную методологическую роль в физике. Они обладают высокой степенью общности. Используя эти принципы можно делать фундаментальные обобщения, справедливые в различных разделах физики.***

Это утверждение можно проиллюстрировать простым примером [2]. Отвечая на вопрос, почему камень, брошенный под углом к горизонту, движется по параболе, можно указать на квадратное уравнение равнопеременного движения, которое представляет собой следствие второго закона Ньютона для тела, движущегося под действием постоянной силы тяжести. С другой стороны, эта парабола может рассматриваться и как геодезическая линия – решение уравнений общей теории относительности Эйнштейна для движения в сильных гравитационных полях, но только для случая слабых полей. В то же время и законы Ньютона и уравнения Эйнштейна, как и многие другие важные положения физической науки, могут быть выведены из принципа наименьшего действия с определенной формой лагранжиана. Таким образом, существует несколько уровней объяснения данного явления, каждый из которых может служить исходным постулатом. Однако рассмотренные модели обладают разной степенью общности. Уравнения равнопеременного движения относятся лишь к узкому классу явлений, т.к. второй закон Ньютона описывает движение тел лишь в достаточно слабых полях и с невысокими скоростями, уравнения Эйнштейна лишены этих ограничений, а принцип наименьшего действия применим ко всем формам механического и электромагнитного движений и, следовательно, обладает наибольшей степенью общности.

Подробно применение вариационных принципов при решении физических задач изучается в курсах теоретической механики, электродинамики, квантовой механики и т.д., однако целесообразно знакомить студентов с такими принципами уже при изучении курса общей физики. Применение принципа наименьшего времени в геометрической оптике, принципа возможных перемещений в статике позволяет расширить кругозор учащихся и помогает им глубже осознать единство физических законов и множественность моделей, которые можно использовать для объяснения физических явлений. Усвоив суть принципа множественности и единства моделей, студенты могут шире взглянуть на проблему поиска адекватных методов для решения той или иной физической задачи. Следовательно, этот принцип не только способствует более глубокому пониманию физических закономерностей, но и является действенным инструментом в процессе решения физических задач.

Список литературы

1. Егоров Г.В. О множественности и единстве моделей в физике // Вестник БГУ. – 2012. – №1. – С. 296.
2. Голицын А., Левич А.П. Вариационные принципы в научном знании // Философские науки, 2004, № 1. – С. 105-136.
3. Полак Л.С. Вариационные принципы механики: Их развитие и применение в физике. – М.: Книжный дом «Либроком», 2010. – 600 с.
4. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика: Теория поля и вариационные принципы. – М: Мир, 1974. – 304 с.
5. Фейнман Р. Лейтон Р., Сэндс М. Задачи и упражнения с ответами и решениями к вып. 1-4. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 280 с.
6. Березкин Е.Н. Решение задач по теоретической механике. Ч.2. Аналитическая статика. Динамика точки. – М.: Издательство МГУ, 1974. – 136 с.
7. Ланцош К. Вариационные принципы механики. - Физматгиз, 1965. – 408 с.
8. Ферми Э. Лекции по квантовой механике. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – 248 с.

Сведения об авторе

Егоров Геннадий Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной и теоретической физики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского», e-mail: *gennadyegorow@yandex.ru.*

ON THE ROLE OF VARIATIONAL PRINCIPLES IN UNIVERSITY PHYSICS COURSE

G. V. Egorov
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The article discusses the history of variational principles in physics, examines the role of variational principles in the process of cognition of nature. In the examples, confirming the heuristic role of variational principles in the process of physical cognition, the article argues for the possibility of applying the principle of plurality and unity of models in the study of variational principles in physics.
Keywords: *physics teaching, methodology, variational principles, principle of plurality and unity of models.*

References

1. Egorov G.V. O mnozhestvennosti i edinstve modeleyj v fizike // Vestnik BGU. – 2012. – №1. – s. 296.
2. Golicihn A., Levich A.P. Variacionnihe principih v nauchnom znanii // Filosofskie nauki, 2004, № 1. - s. 105-136.
3. Polak L.S. Variacionnihe principih mekhaniki: Ikh razvitie i primenenie v fizike. – M.: Knizhnihyj dom «Librokom», 2010. – 600 s.
4. Djyarmati I. Neravnovesnaya termodinamika: Teoriya polya i variacionnihe principih. – M: Mir, 1974. – 304 s.
5. Feyjnman R. Leyjton R., Sehnds M. Zadachi i uprazhneniya s otvetami i resheniyami k vihp. 1-4. – M.: Editorial URSS, 2004. – 280 s.
6. Berezkin E.N. Reshenie zadach po teoreticheskoyj mekhanike. Ch.2. Analiticheskaya statika. Dinamika tochki. – M.: Izdateljstvo MGU, 1974. – 136 s.
7. Lancosh K. Variacionnihe principih mekhaniki. - Fizmatgiz, 1965. – 408 s.
8. Fermi Eh. Lekcii po kvantovoyj mekhanike. – Izhevsk: NIC «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», 2000. – 248 s.

About author

Egorov G. V. – PhD in physical and mathematical Science, Associate Professor of Department of Experimental and Theoretical Physics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *gennadyegorow@yandex.ru.*

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 581.9

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ОСОБЕННОСТИ ЭКОЛОГИИ РЕДКОГО ВИДА *CHONDRILLA JUNCEA* L. (*COMPOSITAE*) В БРЯНСКОЙ ОБЛАСТИ

И. Н. Бобылева, Ю. А. Семенищенков
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

В статье даётся характеристика распространения и фитоценотических связей вида со слабо изученным распространением в Брянской области – *Chondrilla juncea* L. (*Compositae*). Исследование распространения вида выполнено на основании литературных данных и анализа фондов Гербария Брянского госуниверситета им. акад. И. Г. Петровского (BRSU). Для выявления фитоценотических связей *Ch. juncea* установлены типы растительных сообществ, в которых встречается данный вид и определено их место в системе флористической классификации. Экологическая оценка местообитаний растительных сообществ с участием хондриллы дана с использованием оптимумных шкал Х. Элленберга.
Ключевые слова: *география растений, фитоценотические связи, Chondrilla juncea L., Брянская область.*

Введение. Флора сосудистых растений Брянской области характеризуется большим разнобразием, которое создают виды разной экологии и географии. Многие регионально редкие виды нуждаются в охране, но не внесены в Красную книгу или перечни редких таксонов, поэтому их распространение и лимитирующие факторы нуждаются в дополнительном изучении. Среди таких видов *Chondrilla juncea* L. – хондрилла ситниковая – редкий вид, представленный у границы природного ареала в Нечерноземье России.

Ch. juncea – двулетнее или многолетнее травянистое растение высотой 50–100 см, со стержневым корнем; ксерофит, гелиофит и олиготроф, обычно встречающийся на песчаных легких субстратах.

Целью нашей работы стало изучение распространения и фитоценотических связей *Ch. juncea* для выявления особенностей его экологии и возможных лимитирующих факторов в Брянской области.

Материалы и методы исследования. Изучение распространения *Ch. juncea* в Брянской области выполнено на основании литературных данных [1–5, 8–12]. Проанализированы фонды Гербария Брянского госуниверситета им. акад. И. Г. Петровского (BRSU).

Для изучения фитоценотических связей *Ch. juncea* выявлены типы растительных сообществ, в которых встречается данный вид (Булохов и др., 2015) и определено их место в системе флористической классификации. Экологическая оценка местообитаний растительных сообществ с участием хондриллы дана с использованием оптимумных шкал H. Ellenberg et al. [15] в среде программного средства Indicator для MS Excel [7]. Обозначения экологических факторов: F – влажность, R – кислотность субстрата, N – богатство субстрата минеральным азотом. Названия сосудистых растений даны по П.Ф. Маевскому [11], мохообразных – по М.С. Игнатову и др. [16].

Результаты исследования. *Ch. juncea* – европейско-западноазиатско-североафриканский вид. Встречается почти по всей Европе (преимущественно в южной и центральной частях), в Западной и Средней Азии, Северной Африке; натурализовался на других континентах (Австралия, Северная и Южная Америки) [9, 14].

В России встречается довольно часто в южных областях европейской части (в том числе в чернозёмной полосе Средней России) и на Северном Кавказе, быстро распространяется. В степной и лесостепной зонах европейской части России, на Кавказе и в

Средней Азии растет в псаммофитных степях, на разбитых песках, пустырях, опушках, обочинах дорог, залежах, в сосновых борах и по щебнистым долинам рек, изредка по окраинам полей [8, 9, 11].

Как отмечают Д. В. Дубовик с соавторами [9], северная граница ареала вида на Русской равнине проходит примерно по линии: д. Клины Славгородского р-на – д. Белынковичи Костюковичского р-на (Республика Беларусь) – г. Брянск (Россия).

В Брянской области отмечен на северной границе европейского фрагмента ареала [4, 12]. Без указания конкретных местонахождений приводится для Брянского, Выгоничского, Новозыбковского р-нов, изредка, в том числе, как заносное по ж.-д. путям [1, 4]. На основании существующих гербарных материалов, литературных данных и собственных наблюдений выяснено современное распространение изучаемого вида в Брянской области. Ниже приведен перечень его известных местонахождений.

Гордеевский р-н, п. Мирный, 3.08.1993, А. Булохов (А.Б.) [2];

Климовский р-н, окрестности оз. Брус, 20.07.2007, Ю. Семенищенков (Ю.С.), BRSU;

Климовский р-н, южнее д. Чадица, псаммофитные травяные сообщества на залежи, 12.07.2016, А.Б., Ю.С., Н. Панасенко, BRSU;

Клинцовский р-н, п. Вьюнки, 17.08.1994, А.Б. [2];

Клинцовский р-н, у д. Кожушье, на залежи, 16.08.2016, Ю.С., данные авторов;

Красногорский р-н, северо-западнее д. Летяхи, залежь, 15.08.2016, Ю.С., BRSU;

Новозыбковский р-н, Новозыбковское л-во, кв. 40, 87, окрестности Новозыбковской опытной станции [5];

Новозыбковский р-н, в 1,5 км юго-восточнее г. Новозыбков, 4.08.1974, А.Б., BRSU;

Новозыбковский р-н, в 1,5 км юго-восточнее г. Новозыбков, 10.08.1974, А.Б., BRSU;

Новозыбковский р-н, с. Перевоз, 10.06.1975, ?, BRSU;

Суражский р-н, юго-восточнее д. Красная Слобода, 16.07.2014, Ю.С., BRSU;

Трубчевский район, п. Белая Березка, откосы железнодорожной насыпи у моста через р. Десна, 10.06.2000. А.Б., устное сообщение.

Как отмечают Д.В. Дубовик с соавторами [8], хондрилла обычно растет группами или образует небольшие заросли на бедных песчаных почвах. Предпочитает солнечные открытые и хорошо прогреваемые места. Встречается по песчаным дюнам, сосновым редколесьям, вдоль дорог, старым песчаным пустошам, высоким гривам в долинах рек и по их открытым коренным склонам.

На основе анализа литературных данных и собственных наблюдений установлено, что *Ch. juncea* в Брянской области встречается в сообществах четырёх типов, перечисленных ниже. Римскими цифрами дается класс постоянства по пятибалльной шкале: I – встречается в 1–20% описаний, II– 21–40%, III – 41–60%, IV– 61–80%, V – 81–100%.

Асс. ***Polytricho pilosi–Koelerietum glaucae*** Bulokhov 1990 em Bulokhov 2001 – I. Псаммофитные пионерные травяные сообщества с преобладанием келерии сизой. Местообитание – зандровые равнины. Номенклатурный тип – Брянская область, Гордеевский р-н, п. Мирный, 3.08.1993. Автор А. Д. Булохов [2].

Сообщества отличаются высоким обилием келерии сизой и псаммофитного зеленого мха – кукушкина льна волосоносного. В составе сообщества представлены практически исключительно виды-псаммофиты, характерные для местообитаний с бедными сухими почвами. Видовое богатство низкое – 15 видов на 100 м^2.

Флористический состав сообщества: *Artemisia campestris (+), Astragalus arenarius (r), Chondrilla juncea (r), Cladonia mitis (r), Corynephorus canescens (1), Dianthus deltoides (r), Erigeron acris (r), Helichrysum arenarium (r), Herniaria glabra (+),Koeleria glauca (2), Polytrichum piliferum (2), Scleranthus perennis (+), Sedum acre (+), Silene borysthenica (r), Thymus serpyllum (2).* F = 2,5; R = 5,3; N = 1,5.

Особенностью данного сообщества является участие в его составе более западного вида – булавоносца седеющего. Такие сообщества были выделены в зональную субассоциацию ***Polytricho pilosi–Koelerietum glaucae corynephoretosum canescentis*** Semenishchenkov et Abadonova 2011 [13].

Асс. ***Agrostio vinealis–Corynephoretum canescentis*** Bulokhov 1999 em Bulokhov 2001 – I. Псаммофитные луга с преобладанием полевицы виноградниковой и булавоносца седеющего. Распространены на юго-западе Брянской области [2, 3].

Местообитание – зандровые равнины и песчаные террасы рек. Номенклатурный тип – Брянская область, Клинцовский р-н, п. Вьюнки, 17.08.1994. Автор А. Д. Булохов [2, 3].

Эти сообщества обычно представляют более продвинутую стадию сукцессии, следующую за пионерными сообществами на песках. Обычно тяготеют к долинам наиболее крупных рек, где занимают песчаные гривы в пойме или возвышенные участки.

Видовое богатство приведенного ниже сообщества невысокое (16 видов на 100 м^2); в нем представлены практически исключительно виды-псаммофиты, олиготрофы. На более поздних этапах сукцессии здесь возможно и восстановление соснового леса, так как в сообществах нередко присутствует подрост сосны.

Флористический состав сообщества: *Agrostis tenuis (r), A. vinealis (1), Artemisia campestris (1), Carex hirta (+), Chondrilla juncea (r), Corynephorus canescens (3), Elytrigia repens (r), Erigeron acris (+), Helichrysum arenarium (+), Sedum acre (+), Pilosella officinarum (+),Pinus sylvestris (r), Polytrichum piliferum (2), Scleranthus perennis (+),Thymus ovatus (r), Th. serpyllum (r).* F = 2,9; R = 4,9; N = 2,4.

Сообщества с участием булавоносца седеющего, в том числе и в которых присутствует хондрилла, ранее предлагались к охране как редкие в регионе и занесены в Зелёную книгу Брянской области [10].

Перечисленные две ассоциации относятся к классу псаммофитной растительности ***Koelerio–Corynephoretea*** Klika 1931. Эта растительность достаточно хорошо изучена в Брянской области и объединяет пионерные сообщества на песках, играющие важную роль в формировании спонтанного растительного покрова в этих экстремальных местообитаниях, а также нередко выступающие этапами восстановления сосновых лесов на моренных и моренно-зандровых равнинах юго-запада области.

На юго-западе Брянской области хондрилла изредка встречается на залежах на песчаных почвах. Такое сообщество описано в Клинцовском р-не, у д. Кожушье, на залежи, 16.08.2016. Автор Ю. А. Семенищенков.

Флористический состав сообщества: *Artemisia absinthium (r), A. campestris (2), A. vulgaris (r), Chrysaspis arvensis (r), Chondrilla juncea (r), Ceratodon purpureus (r), Erigeron acris (r), E. annuus (1), Galeopsis ladanum (r), Helichrysum arenarium (2), Hypericum perforatum (+), Jasione montana (r), Melandrium album (r), Oenothera biennis (r), Pilosella officinarum (3), Potentilla* sp. *(r), Poa angustifolia (r), Rumex thyrsiflorus (r), Senecio jacobaea (r).* F = 3,8; R = 6,1; N = 4,1.

В таких сообществах доминирует заносный сорный вид *Erigeron annuus*. Синтаксономическое положение таких сообществ в Брянской области пока не до конца выяснено. Предварительно мы рассматриваем их как безранговый тип сообществ ***Artemisia campestris–Erigeron annuus***.

В будущем на месте этого сообщества при уменьшении роли мелколепестника однолетнего возможно усиление позиций видов олиготрофных сухих лугов на песчаных почвах, а, по мере накопления гумуса, и луговых олиго-мезотрофных и мезотрофных видов. Однако наблюдения последних лет в Брянской области свидетельствуют о том, что этот вид, как правило, надолго задерживается в сообществах и формирует монодоминантные сообщеса, вытесняя другие виды.

В 2000 г. А.Д. Булохов в Трубчевском р-не описал растительные сообщества, в которых хондрилла имела высокое обилие. Эти сообщества сформировались на откосах искусственной песчаной железнодорожной насыпи у моста через р. Десна в п. Белая Берёзка. В них практически в равной мере присутствуют псаммофитные виды класса ***Koelerio–Corynephoretea*** и сорно-рудеральные – класса ***Artemisietea vulgaris*** (табл.) Такой состав ценофлоры вполне характерен для песчаных железнодорожных насыпей в этом регионе. Пока данные сообщества отнесены к безранговой единице «сообществу» ***Chondrilla juncea***, которое опознается по доминированию хондриллы ситниковой.

Таблица

Сообщество ***Chondrilla juncea [Koelerio–Corynephoretea + Artemisietea vulgaris]***

Номера описаний	**1**	**2**	**3**
Общее проективное покрытие, %	**70**	**60**	**60**
Количество видов	**22**	**17**	**21**
Характерный вид (х. в.) сообщества ***Chondrilla juncea***			
Chondrilla juncea	**3**	**3**	**2**
Х. в. класса *Koelerio–Corynephoretea*			
Artemisia campestris	+	**1**	**1**
Rumex acetosella	+	+	+
Dianthus borbasii	+	+	r
Potentilla argentea	+	+	+
Veronica verna	+		+
Х. в. класса *Artemisietea vulgaris*			
Artemisia vulgaris	+	+	+
Poa compressa	+	+	+
Verbascum lychnitis	+	+	+
Euphorbia virgata	**r**	+	
Oenothera biennis	**r**		**r**
Tanacetum vulgare	**r**		+
Calamagrostis epigeios	+		**1**
Прочие виды			
Achillea millefolium	**1**	**1**	**1**
Poa angustifolia	+	+	**1**
Vicia cracca	**1**		**1**
Pimpinella saxifraga		+	+

Примечания к таблице. Обилие видов дано по семибалльной шкале Ж. Браун-Бланке.

Локализация описаний. Брянская область, Трубчевский район, п. Белая Березка, откосы железнодорожной насыпи у моста через р. Десна, 10.06.2000. Автор А.Д. Булохов.

Встречены в одном описании: *Agrostis vinealis (1,+), Berteroa incana (1,r), Carex praecox (1,2), Centaurea diffusa (2,+), Chamaecytisus ruthenicus (2,r), Galium mollugo (3,+), Medicago sativa (3,+), Melandrium album (3,r), Plantago lanceolata (3,+), Rumex thyrsifolorus (2,r), Scleranthus perennis (1,r), Sedum acre (1,r), S. maximum (1,r), Silene tatarica (2,+), Tragopogon dubius (2,r), Vicia tetrasperma (3,+).*

Таким образом, можно сделать вывод, что хондрилла ситниковая отмечена в Брянской области в сообществах псаммофитной травяной растительности четырёх типов. В них данный вид в большинстве случаев обладает низкой фитоценотической активностью (балл I) и почти всегда имеет низкие обилие и покрытие. Исключение составляют только своеобразные сообщества, отмеченные в Трубчевском р-не: в них *Ch. juncea* имеет высокое обилие – 2–3 балла. Это в целом характеризует хондриллу ситниковую как достаточно редкий стенотопный псаммофитный вид, характерный преимущественно для ранних этапов восстановительных сукцессий на песках. Учитывая высокое светолюбие данного вида, можно ожидать его выпадение из травостоя при смыкании и возрастании затенения. Это делает вид неустойчивым в описываемых сообществах и способствует его редкости.

С другой стороны, широкое распространение разреженных псаммофитных местообитаний дает возможность хондрилле распространяться в них. Это происходит пассивно при помощи ветра (анемохорно). Подобные биотопы иммитируют и искуственные, созданные человеком местообитания: песчаные обочины дорог, железнодорожные насыпи, где возможно распространение этого вида. Такое его расселение было ранее отмечено и в соседних регионах.

Авторы благодарят д. б. н., заведующего кафедрой биологии Брянского государственного университета им. акад. И.Г. Петровского, профессора А.Д. Булохова за предоставленные геоботанические описания с участием изучаемого вида и консультации по геоботаническим вопросам.

Список литературы

1. Босек П.З. Растения Брянской области. – Брянск: Приокское кн. изд-во, 1975. – 464 с.
2. Булохов А.Д. Травяная растительность Юго-Западного Нечерноземья России. – Брянск: Изд-во БГПУ, 2001. – 296 с.
3. Булохов А.Д. Типология лугов Брянской области. – Брянск: Изд-во «Курсив», 2009. – 218 с.
4. Булохов А.Д., Величкин Э.М. Определитель растений Юго-Западного Нечерноземья России. Изд-е 2-е, доп. – Брянск: Изд-во БГУ, 1998. – 380 с.
5. Булохов А.Д., Величкин Э.М., Вилинский В.Е., Катышевцева В.Г. Новые материалы к флоре Брянской области // Биологические науки. – 1975. – №9. – С. 73–77.
6. Булохов А.Д., Семенищенков Ю.А., Панасенко Н.Н., Харин А.В. Фитоценотические связи как критерий сохранения редких видов региональной флоры // Бюллетень Брянского отделения Русского ботанического общества. – 2016. № 1 (7). – С. 10–22.
7. Булохов А.Д., Семенищенков Ю.А. Компьютерная программа INDICATOR и методические указания по её использованию для экологической оценки местообитаний и анализа флористического разнообразия растительных сообществ (Уч. пособие для студентов естественно-географических, биологических и лесохозяйственных факультетов вузов). – Брянск: РИО БГУ, 2006. – 30 с.
8. Губанов И.А., Киселёва К.В., Новиков В.С., Тихомиров В.Н. *Chondrilla juncea* L. // Иллюстрированный определитель растений Средней России. В 3-х томах. Т. 3. Покрытосеменные (двудольные: спайнолепестные). – М.: Т-во науч. изд. КМК, Ин-т технологических исследований, 2004. – 520 с.
9. Дубовик Д.В., Семенищенков Ю.А., Лебедько В.В. К вопросу о выявлении дифференциальных видов растений на трансграничной территории Беларусь – Брянская область России при комплексном ботанико-географическом районировании // Ботаника (Исследования): сб. науч. тр. / НАН Беларуси / ГНУ «Ин-т экспериментальной ботаники им. В.Ф. Купревича» [и др.]; Н. А. Ламан (науч. ред.) [и др.]. – Минск, 2015. – Вып. 44. – С. 29–52.
10. Зелёная книга Брянской области (растительные сообщества, нуждающиеся в охране) / Булохов А.Д., Семенищенков Ю. А., Панасенко Н.Н., Анищенко Л.Н., Федотов Ю.П., Аверинова Е.А., Харин А.В., Кузьменко А.А., Шапурко А.В. – Брянск: ГУП «Брянское полиграфическое объединение», 2012. – 144 с.
11. Маевский П.Ф. Флора средней полосы европейской части России. 11-е испр. и доп. изд-е. – М.: Тов. науч. изд. КМК, 2014. – 635 с.

12. Семенищенков Ю.А. Ботанико-географическое районирование бассейна Верхнего Днепра (Россия) на основе синтаксономии лесной растительности // Бот. журн. 2015. Т. 100. № 7. С. 625–657.

13. Семенищенков Ю.А., Абадонова М.Н. Псаммофитные сообщества с участием *Koeleria glauca* (Schrad.) DC. (*Gramineae*) за пределами ареала *Corynephorus canescens* (L.) Beauv. (*Gramineae*) в Брянской и Орловской областях // Уч. зап. Орловского гос. ун-та. Сер. Естественные, технические и медицинские науки. – 2011. – № 3. – С. 178–187.

14. *Chondrilla juncea* L. // U. S. National Plant Germplasm System [Электронный ресурс]. Режим доступа: *https://npgsweb.ars-grin.gov/gringlobal/taxonomydetail.aspx?10317.* Дата обращения: 15.11.2017.

15. Ellenberg H. Zeigerwerte von Pflanzen in Mitteleuropa / H. Ellenberg, H. E. Weber, R. Dull, V. Wirth, W. Werner, D. Paulssen. 2 Aufl. – Göttingen: Verlag Erich Goltze GmbH & Co KG, 1992. – 258 S.

16. Ignatov M.S., Afonina O.M., Ignatova E.A. et al. Check-list of mosses of East Europe and North Asia // Arctoa. – 2006. – Vol. 15. – P. 1–130.

Сведения об авторах

Бобылева Ирина Николаевна – магистрант Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *kafbot2002@mail.ru*

Семенищенков Юрий Алексеевич – доктор биологических наук, профессор кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *yuricek@yandex.ru*

DISTRIBUTION AND FEATURES OF ECOLOGY OF THE RARE SPECIES *CHONDRILLA JUNCEA* L. (*COMPOSITAE*) IN THE BRYANSK REGION

I. N. Bobyl’eva, Yu. A. Semenishchenkov
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The article gives characteristics of distribution and phytocoenotical connections of the species with poorly-researched spread in the Bryansk region – *Chondrilla juncea* L. (*Compositae*). Study of distribution of the species based on literature data and analysis of the Herbarium of the Bryansk State University named after Akademician I. G. Petrovsky (BRSU) funds. Phytocoenotical connections of *Ch. juncea* studied in plant communities which are characterized by their position in the system of floristic classification. Ecological features of habitats of plant communities with participation of the species characterized by Ellenberg’s volumes.
Keywords: *plant geography, phytocoenotic connections, Chondrilla juncea L., Bryansk region.*

References

1. Bosek P.Z. Rasteniya Bryanskoi oblasti. – Bryansk: Priokskoe kn. izd-vo, 1975. – 464 p.

2. Bulokhov A.D. Travyanaya rastitel'nost' Yugo-Zapadnogo Nechernozem'ya Rossii. – Bryansk: Izd-vo BGPU, 2001. – 296 p.

3. Bulokhov A.D. Tipologiya lugov Bryanskoi oblasti. – Bryansk: Izd-vo «Kursiv», 2009. – 218 p.

4. Bulokhov A.D., Velichkin E.M. Opredelitel' rastenii Yugo-Zapadnogo Nechernozem'ya Rossii. Izd-e 2-e, dop. – Bryansk: Izd-vo BGU, 1998. – 380 p.

5. Bulokhov A.D., Velichkin E.M., Vilinskij V.E., Katyshevceva V.G. Novye materialy k flore Brjanskoj oblasti // Biologicheskie nauki. – 1975. – №9. – P. 73–77.

6. Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu.A., Panasenko N.N., Kharin A.V. Fitotsenoticheskie svyazi kak kriterii sokhraneniya redkikh vidov regional'noi flory // Byulleten' Bryanskogo otdeleniya Russkogo botanicheskogo obshchestva. – 2016. № 1 (7). – P. 10–22.

7. Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu.A. Komp'yuternaya programma INDICATOR i metodicheskie ukazaniya po ee ispol'zovaniyu dlya ekologicheskoi otsenki mestoobitanii i analiza floristicheskogo raznoobraziya rastitel'nykh soobshchestv (Uch. posobie dlya studen-tov estestvenno-geograficheskikh, biologicheskikh i lesokhozyaistvennykh fakul'tetov vu-zov). – Bryansk: RIO BGU, 2006. – 30 p.

8. Gubanov I.A., Kiseleva K.V., Novikov V.S., Tikhomirov V.N. *Dianthus deltoides* L. Gvozdika travyanka // Illyustrirovannyi opredelitel' rastenii Srednei Rossii. V 3-kh tomakh. T. 2. Pokrytosemennye (dvudol'nye: razdel'nolepestnye). – M.: T-vo nauch. izd. KMK, In-t tekhnologicheskikh issledovanii, 2004. – 520 p.

9. Dubovik D. V., Semenishchenkov Yu. A., Lebed'ko V. V. K voprosu o vyjavlenii differencial'nyh vidov rastenij na transgranichnoj territorii Belaruc' – Brjanskaja oblast' Rossii pri kompleksnom botaniko-geograficheskom rajonirovanii // Botanika (Issledovanija): sb. nauch. tr. / NAN Belarusi / GNU «In-t jeksperimental'noj botaniki im. V.F. Kuprevicha» [i dr.]; N. A. Laman (nauch. red.) [i dr.]. – Minsk, 2015. – Vyp. 44. – P. 29–52.

10. Green Data Book of the Bryansk region (plant communities that are in need of protection) / Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu. A., Panasenko N.N., Anishchenko L.N., Fedotov Yu.P., Averinova E.A., Kharin A.V., Kuz'menko A.A., Shapurko A.V. – Bryansk: GUP «Brjanskoe poligraficheskoe ob’’edinenie», 2012. – 144 p.

11. Maevskii P.F. Flora srednei polosy evropeiskoi chasti Rossii. 11-e ispr. i dop. izd-e. – M.: Tov. nauch. izd. KMK, 2014. – 635 p.

12. Semenishchenkov Yu.A. Botaniko-geograficheskoe raionirovanie basseina Verkhnego Dnepra (Rossiya) na osnove sintaksonomii lesnoi rastitel'nosti // Bot. zhurn. 2015. T. 100. № 7. P. 625–657.

13. Semenishchenkov Yu.A., Abadonova M.N. Psammofitnye soobshchestva s uchastiem *Koeleria glauca* (Schrad.) DC. (*Gramineae*) za predelami areala *Corynephorus canescens* (L.) Beauv. (*Gramineae*) v Bryanskoi i Orlovskoi oblastyakh // Uch. zap. Orlovskogo gos. un-ta. Ser. Estestvennye, tekhnicheskie i meditsinskie nauki. – 2011. – № 3. – P. 178–187.

14. *Chondrilla juncea* L. // U. S. National Plant Germplasm System [Electronic resource]. URL: *https://npgsweb.ars-grin.gov/gringlobal/taxonomydetail.aspx?10317*. Date of address: 15.11.2017.

15. Ellenberg H. Zeigerwerte von Pflanzen in Mitteleuropa / H. Ellenberg, H. E. Weber, R. Dull, V. Wirth, W. Werner, D. Paulssen. 2 Aufl. – Göttingen: Verlag Erich Goltze GmbH & Co KG, 1992. – 258 S.

16. Ignatov M.S., Afonina O.M., Ignatova E.A. et al. Check-list of mosses of East Europe and North Asia // Arctoa. – 2006. – Vol. 15. – P. 1–130.

About authors

Bobyl’eva I.N. – graduate student, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *kafbot2002@mail.ru*

Semenishchenkov Yu.A. – Sc.D. in Biology, Professor, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *yuricek@yandex.ru*

УДК 581.526.425 (581.9)

ЛЕСА ПОЙМЫ РЕКИ СНЕЖЕТЬ В ПРЕДЕЛАХ ГОРОДА БРЯНСКА

А. Д. Булохов, О. Н. Онофрейчук
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

Приведены результаты флористической классификации лесов поймы реки Снежеть в пределах города Брянска. Установлено 8 ассоциаций, из них одна новая**.** Проанализированы ценофлоры синтаксонов. Выявлены закономерности распространения ассоциаций и их вариантов на градиентах экологических факторов. Дана оценка рекреации на травяной покров. Под воздействием рекреационного фактора из травяно-кустарничкового яруса выпадают характерные лесные виды. В нем возрастает роль луговых и рудеральных видов.
Ключевые слова: *пойма, леса, река Снежеть, классификация методом Браун-Бланке, рекреационный фактор, Брянск*

Введение. Брянск – крупный город с многочисленными промышленными предприятиями и густой транспортной сетью. Брянск расположен на стыке двух природных зон – хвойно-широколиственных и широколиственных лесов. Его территорию рассекает на части река Десна с ее двумя крупными притоками – Болвой и Снежетью, устья которых находятся на территории города [6, 9].

Река Снежеть – левобережный приток реки Десны (рис.). На левобережной пойме Снежети расположены 1–2 террасы, сформированные песками и супесями. Пойма реки не широкая, обычно ширина реки в нижнем течении – до 20–30 м, в среднем и верхнем течении – до 100 м. Русло глубоко врезано и иногда достигает ширины 3–4 м в нижнем течении. Пойма высокого уровня практически не заливается полыми водами. Части поймы, как правило, не выражены. По правобережью иногда выделяются песчаные пляжи шириной 3–5 м и прирусловая часть, до 4 м шириной. Центральная часть поймы хорошо развита только на участке в нижнем течении. Особенность поймы Снежеть является сильное влияние реки Десны, в связи с чем пойма Снежети фактически представляет часть поймы реки Десны.

Почвы в прирусловой пойме – аллювиальные песчаные, а в центральной – аллювиальные супесчаные и суглинистые. По низинам распространены аллювиально-глеевые и иногда торфянисто-глеевые почвы.

В связи с тем, что пойма в последнее десятилетие не заливается полыми водами, уровень грунтовых вод резко снижается и растительный покров испытывает недостаток воды [8].

По террасам реки распространены сосновые леса, нередко с примесью ели, часто встречаются осиново-березовые леса, по заболоченным участкам – черноольховые.

В пойме фрагментарно сохранились естественные дубовые леса. В черте города луга поймы были в 1964 году залесены. Были высажены дуб черешчатый, ясень пенсильванский, береза повислая. Сформировались массивы этих лесов: роща «Комсомольская» (60 га), урочище «Десна» (133 га), урочище «Снежка» (40 га) [6], являющиеся памятниками природы.

Вдоль русла реки, в прирусловой пойме, распространены ивняки, сформированные *Salix acutifolia* и *S. triandra*.

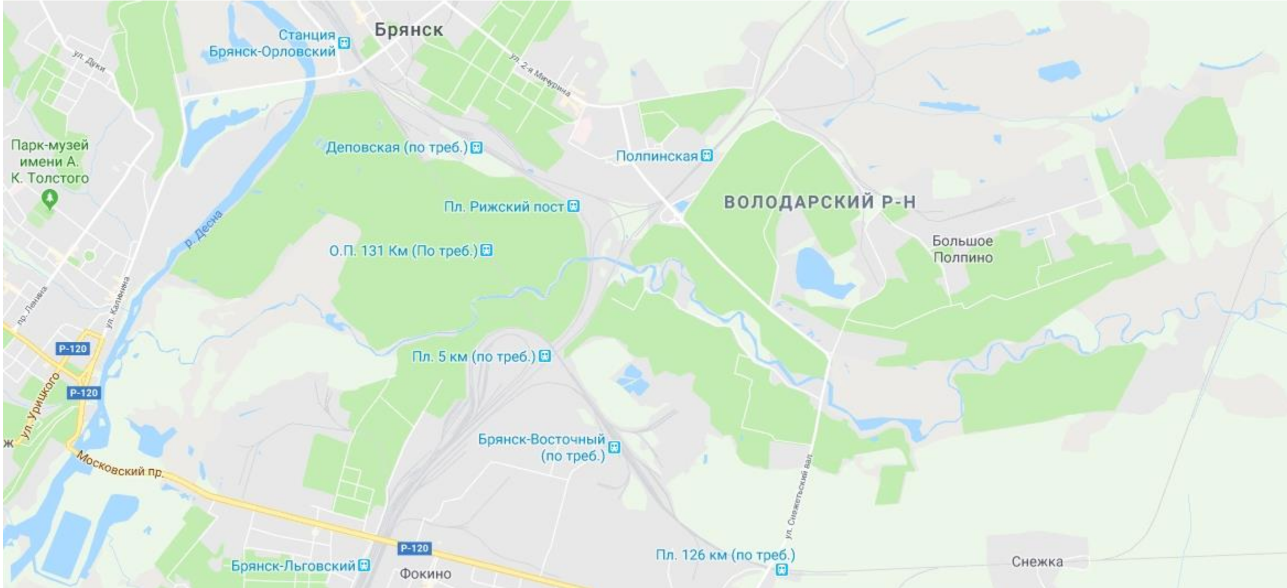

Рис. Река Снежеть (в центре) в пределах города Брянска.

Небольшими участками сохранились пойменные луга. Изредка встречаются участки лисохвостовых лугов. Значительные площади занимают мелкозлаковые луга. По низинам встречаются луга остроосоковые и двукисточниковые.

Огромное влияние на растительный покров оказывает рекреационный фактор. Пойма изрежена автомобильными дорогами, пешеходными тропами, имеются многочисленные участки для пикников, захламленные бытовыми отходами. В травяной покров лесов и в сообщества лугов активно внедряются рудеральные виды, вытесняющие типичные лесные и луговые растения и снижающие флористическое разнообразие сообществ.

На территории поймы в настоящее время располагаются 3 памятника природы.

Урочище «Десна» (133 га) расположено в Фокинском районе и ограничено с севера р. Снежеть, с запада – р. Десна, с юга – шоссе, соединяющим Советский и Фокинский районы города.

В лесных сообществах представлены *Quercus robur, Fraxinus pennsylvanica, Salix fragilis, S. alba* с примесью *Acer platanoides, Tilia cordata, Populus tremula, Acer negundo, Alnus glutinosa* и *Frangula alnus*. В травостое широко распространены виды, выступающие характерными для отдельных ассоциаций: *Convallaria majalis, Melampyrum nemorosum, Urtica dioica, Lycopus europaeus, Solanum dulcamara, Glechoma hederacea, Filipendula ulmaria, Lysimachia vulgaris, Rubus caesius* [6].

Основу травяной растительности формируют *Bromopsis inermis, Achillea ptarmica, Beckmannia eruciformis, Alopecurus pratensis, Poa palustris, Festuca pratensis, Geranium pratense, Deschampsia caespitosa, Lotus corniculatus, Phleum pratense, Koeleria delavignei, Festuca ovina, Pilosella officinarum, Bidens tripartila, Polygonum hydropiper*. Для водных сообществ характерно преобладание *Utricularia vulgaris* и *Lemna trisulca* [6].

Роща «Комсомольская» (60 га) расположена между существовавшей некогда железнодорожной веткой, ведущей из города на станцию Брянск-Орловский и р. Снежеть. На западе река примыкает к огородам улицы Заречной, а на востоке – к сенокосным угодьям. Характерно преобладание *Alnus glutinosa, Salix triandra, S. viminalis* с примесью *Betula pubescens, Salix triandra, S. fragilis, Populus tremula, Acer negundo* и в отдельных местообитаниях наблюдается подрост *Fraxinus pennsylvanica* и *Populus alba*. В травяном ярусе преобладают *Filipendula ulmaria, Lysimachia vulgaris, Lycopus europaeus, Galium palustre, Poa palustris* [6].

Для травяной растительности характерно преобладание *Anthoxanthum odoratum* и *Agrostis tenuis*.

Урочище «Снежка» (40 га) расположено в пойме р. Снежеть. Доминирующим лесообразующим видом является *Acer negundo* с примесью единичных экземпляров *Quercus robur*, *Populus tremula, Fraxinus pennsylvanica* и *Populus nigra*. Имеется хорошо развитый подлесок из *Frangula alnus*.

В травяном ярусе представлены *Bidens frondosa, Urtica dioica, Solanum dulcamara, Lycopus europaeus*.

Травяная растительность характеризуется распространенными видами: *Agrostis tenius, Artemisia campestris, Achillea millefolium, Plantago lanceolata, Leontodon autumnalis, Centaurea jacea* [6].

Материал и методы. Геоботаническое обследование пойменных лесов проводилось в 2016–2017 гг. Пробные площади для геоботанических описаний закладывались в однородных (гомогенных) участках растительности, размером 100 м^2. В основу работы положено 79 геоботанических описаний. Оценка количественного участия видов дана по комбинированной шкале Ж. Браун-Бланке [11]: «r» – очень редки, 1–4 особи; «+» – разреженны и покрывают менее 1% площадки; «1» – особи многочисленны, но покрывают не более 5% площадки или довольно разрежены, но с такой же величиной покрытия; «2» – от 6 до 25%; «3» – от 26 до 50%; «4» – от 50 до 75%; «5» – более 75%.

Некоторые пояснения о понятиях «дифференцирующие», «дифференциальные» и «характерные» виды, используемых в статье. В русской литературе нередко эти понятия нередко используются как синонимы. В системе Ж. Браун-Бланке ассоциации и синтаксоны более высоких рангов устанавливаются по характерным видам. Дифференциальные виды используются для установления синтаксонов, имеющих ранг ниже ассоциации (субассоциаций и вариантов).

Немецкие фитосоциологи [14, 15; и др.] используют понятия «*Trennarten»* и «*Differencialarten*» – «разделительные» или «дифференцирующие» виды. Эти виды разделяют массив описаний на группы. Каждая группа различается по дифференцирующим, а не дифференциальным видам. Дифференцирующие виды на этом этапе классификации не имеют синтаксономического статуса. Статус дифференциальных или же характерных они приобретают, когда устанавливается их степень верности их при сравнении фитоценонов – обобщенных единиц растительности, полученных при разделении массива описаний дифференцирующими видами.

Характерные виды ассоциаций в данной работе были определены при анализе синоптической таблицы по схеме, предложенной W. Szafer и B. Pawlowski. При этом сравнивали обилие-покрытие и класс постоянства вида в сравниваемых фитоценонах – группах описаний с одинаковыми дифференцирующими видами. Субассоциации и варианты, как синтаксоны низших рангов, установлены по дифференциальным видам внутри ассоциаций. Это соответствует ст. 8 «Международного кодекса фитосоциологической номенклатуры» [16].

Название новых синтаксонов, их диагноз приведены в соответствии с Международным кодексом фитосоциологической номенклатуры. Номенклатура синтаксонов высших рангов дана по L. Mucina et al. [13].

Синэкологические амплитуды для сообществ по влажности, кислотности и обеспеченности азотом почвы определены по экологическим шкалам H. Ellenberg et al. [12] с использованием программы Indicator для MS Excel [2].

Установленные синтаксоны сравнивались с синтаксонами ранее описанными для Европы зарубежными и отечественными фитоценологами.

Результаты и обсуждение. В данном разделе приведен продромус синтаксонов лесной растительности поймы р. Снежеть и дается характеристика синтаксонов.

Продромус

Класс ***Carpino-Fagetea sylvaticae*** Jakucs ex Passarge 1968

Порядок ***Fagetalia sylvaticae*** Pawłowski 1928

Союз ***Querco roboris-Tilion cordatae*** Solomeshch et Laivins ex Bulokhov et Solomeshch in Bulokhov et Semenishchenkov 2015

Класс ***Vaccinio-Piceetea*** Br.-Bl. in Br.-Bl. et al. 1939

Порядок ***Piceetalia excelsae*** Pawłowski et al. 1928

Союз ***Piceion excelsae*** Pawłowski et al. 1928

Асс. ***Melico nutantis-Piceetum abietis*** K.-Lund 1981

Порядок ***Pinetalia sylvestris*** Oberd. 1957 (синоним ***Cladonio-Vaccinietalia*** Kielland-Lund 1967)

Союз ***Dicrano-Pinion*** (Libbert 1933) W. Matuszkiewicz 1962 (синоним ***Cladonio-Pinion sylvestris*** Passarge 1968)

Асс. ***Chamaecytiso ruthenici-Pinetum sylvestris*** Bulokhov et Kharin 2008

Варианты: ***Artemsia campestris, Bryum argenteum***

Класс ***Alno glutinosae-Populetea albae*** P. Fukarek et Fabijanic 1968

Порядок ***Alno-Fraxinetalia excelsioris*** **Passarge 1968**

Союз ***Alnion incanae*** Pawłowski et al. 1928 (синонимы ***Alno-Padion*** Knapp 1942, ***Alno-Ulmion*** Br.-Bl. et Tx. 1943)

Асс. ***Urtico diocae-Fraxinetum pensilvanicae*** Bulokhov et Kharin 2008

Вариант ***Deschampsia cespitosa***, фация ***Populus tremula***

Асс. ***Filipendulo ulmariae-Quercetum roboris*** Polozov et Solomeshch 1999 in Semenishchenkov 2015

Асс. ***Geo rivali-Betuletum pendulae*** ass. nov. prov.

Варианты: ***Filipendula ulmaria, Calamagrostis epigeios***

Асс. ***Geo rivali-Quercetum roboris*** Bulokhov et Semenishchenkov 2008

Вариант ***Fraxinus pennsylvanica***

Асс. ***Geo rivali-Quercetum roboris*** Bulokhov et Semenishchenkov 2008

Варианты: ***Bromopsis inermis, Fraxinus pennsylvanica***

Асс. ***Urtico dioicae-Alnetum glutinosae*** Bulokhov et Solomeshch 2003

Класс ***Alnetea glutinosae*** Br.-Bl. et Tx. ex Westhoff et al. 1946

Порядок ***Alnetalia glutinosae*** Tx. 1937

Союз ***Alnion glutinosae*** Malcuit 1929

Асс. ***Carici elongatae-Alnetum glutinosae*** Tx. 1931

Класс ***Vaccinio-Piceetea*** Br.-Bl. in Br.-Bl. et al. 1939

Класс объединяет бореальные хвойные леса с развитым моховым покровом на мезотрофных и олиготрофных местообитаниях. В составе класса установлено 2 ассоциации.

Асс. ***Melico nutantis-Piceetum abietis*** K.-Lund 1981

Характерные виды ассоциации – *Picea abies, Quercus robur, Convallaria majalis, Euonymus verrucosa, Oxalis acetosella, Luzula pilosa, Maianthemum bifolium* (табл. 1).

Состав и структура. Сообщества ассоциации были вырублены и на их месте сформировались сосново-осиновые и березово-осиновые леса. Основу древостоя составляют: *Picea abies, Populus tremula* и *Betula pendula,* доминирующие в первом ярусе, высота древостоя – 21–22 м. Сомкнутость крон – 0,5-0,6. Имеется благонадежный подрост *Picea abies* и *Quercus robur*. В подлеске обильна крушина. Хорошо развиты травяно-кустарничковый и моховой ярусы. Они сформированы характерными видами класса ***Vaccinio-Piceetea***. Доминируют – *Vaccinium myrtillus* и *Pleurozium schreberi*. Общее проективное покрытие – 45–50%.

Анализ ценофлоры ассоциации. В сообществах ассоциации в спектре жизненных форм по К. Раункиеру доминируют гемикриптофиты (30,4%) с незначительной примесью геофитов (17,4%) и фанерофитов (8,7%). Спектр отражает общеклиматические условия района исследования. Иной спектр жизненных форм наблюдается по И.Г. Серебрякову, в нем доминирующее положение занимают длиннокорневищные виды (13,1%), что свидетельствует о хорошей аэрации почвы. В равных соотношениях встречаются короткокорневищные (4,4%) и кистекорневые (4,4%) растения.

Основу ценофлоры составляют евроазиатские (30,4%) виды, велика доля участия евро-западноазиатских (13,1%). Но в целом, доминирующее положение занимают европейские (13,1%), евро-западносибирские (13,1%) и циркумполярные (8,7%) виды. Три последних группы видов составляют основу ценофлоры ассоциации.

Экология и местоположение. Сообщества ассоциации распространены на свежих (5,2–5,5), умеренно кислых (3,5–3,8) и на бедных минеральным азотом (3,7–3,9) аллювиальных пойменных почвах.

Таблица 1

Ассоциация ***Melico nutantis-Piceetum abietis*** K.-Lund 1981

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	К
Сомкнутость крон	0,6	0,5	0,5	
Высота древостоя, м	22	22	21	
Общее проективное покрытие (ОПП) травяного яруса, %	45	45	50	
Количество видов	21	21	20	
Характерные виды (х. в.) асс. ***Melico nutantis-Piceetum abietis***				
Picea abies I	2	2	2	3
Quercus robur III	1	1	1	3
Picea abies III	1	1	1	3
Convallaria majalis IV	1	1	+	3
Euonymus verrucosa III	1	1	1	3
Oxalis acetosella IV	1	1	1	3
Luzula pilosa IV	1	1	1	3
Maianthemum bifolium IV	1	+	1	3
Фация ***Populus tremula***				
Populus tremula II	3	3	3	3
Х. в. союза ***Piceion excelsae*** и класса ***Vaccinio-Piceetea***				
Vaccinium myrtillus IV	2	2	1	3
Vaccinium vitis-idaea IV	1	+	1	3
Pleurozium schreberi V	3	3	3	3
Polytrichum commune V	1	1	1	3
Прочие виды				
Betula pendula I	2	2	2	3
Frangula alnus III	3	3	3	3
Pteridium aquilinum IV	+	+	.	2
Deschampsia cespitosa IV	1	1	+	2
Geum rivale IV	+	+	+	3
Solidago virgaurea IV	+	+	+	3
Rubus saxatilis IV	+	+	+	3
Glechoma hederacea IV	1	1	1	3
Thuidium assimile V	2	2	2	3
Подрост				
Populus tremula IV	2	2	2	3

Локализация описаний: г. Брянск, Володарский р-н, пос. Большое Полпино, ур. Снежка, лесокультура, 53°23'4123" с. ш., 34°50'7638" в. д., 27.09.2017. Авторы описаний: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук.

К – класс постоянства. Римскими цифрами после латинских названий видов указан ярус.

Асс. ***Chamaecytiso ruthenici-Pinetum sylvestris*** Bulokhov et Kharin 2008

Характерные виды – *Pinus sylvestris, Chamaecytisus ruthenicus, Calamagrostis epigeios, Agrostis tenuis, Festuca rubra* (табл. 2).

Состав и структура. Сообщества четырехъярусные. В первом ярусе доминирует *Pinus sylvestris* в возрасте 45–50 лет. В качестве примеси присутствует *Betula pendula*. Древостой разрежен, высота 20–22 м, сомкнутость крон – 0,4–05. Отмечен благонадежный подрост *Pinus sylvestris* и *Quercus robur*. Встречается сухостой сосны с фаутным поражением, искривленными стволами, суховершинностью.

Подлесок сформирован термофильными кустарниками *Chamaecytisus ruthenicus* и *Genista tinctoria*.

Травяной покров хорошо выражен, ОПП варьирует от 60 до 80 %, в нем обильны и константны: *Agrostis tenuis, Festuca rubra, Calamagrostis epigeios, Achillea millefolium*. Эти виды создают фон в травостое. На этом фоне рассеяны: *Artemisia campestris, Koeleria grandis, Hieracium umbellatum, Tanacetum vulgare, Centaurea jacea*. Моховой покров мозаичный. В нем константны: *Bryum argenteum, Brachythecium salebrosum, Polytrichum juniperinum* (табл. 2).

Анализ ценофлоры ассоциации. В сообществе ассоциации отмечено 42 вида растений и 3 вида мхов. В спектре жизненных форм по Раункиеру доминируют гемикриптофиты (52,3%) с незначительной примесью хамефитов (11,4%) и в равном соотношении фанерофитов, нанофанерофитов и терофитов (по 9,1%). В спектре жизненных форм по И.Г. Серебрякову доминирующее положение занимают длиннокорневищные (22%), стержнекорневые (14,8%) и рыхлодерновинные (9,8%) растения, что свидетельствует о хорошей аэрации почвы. В равных соотношениях встречаются кистекорневые (4,9%), монокарпические двулетники (4,9%) и монокарпические однолетники (4,9%). В спектре типов ареала доминируют евроазиатские (22%) и евро-западносибирские (14,6%) виды в сочетании с циркумбореальными (12,2%).

Экология и местоположение. Сообщества ассоциации распространены по террасе реки Снежеть на суховатых и свежих (4,4–4,5), умеренно кислых (5,4–5,5) и бедных минеральным азотом (3,3–3,5) песчаных почвах.

На флористический состав травостоя большое влияние оказывает рекреационный фактор. В ценофлоре многочисленны типичные луговые растения: *Trifolium repens, Veronica chamaedrys, Centaurea jacea, Leontodon autumnalis, Agrostis tenuis, Festuca rubra* (табл. 2).

Вариабельность. В составе ассоциации установлены 2 варианта.

Вариант ***Artemia campestris*** (оп. 1–5). Дифференциальные виды: *Artemisia campestris, Koeleria gandis, Galium boreale, Hypericum perforatum, Oenothera biennis, Stachys officinalis.* Сообщества варианта распространены на свежих и суховатых, легкосупесчаных почвах.

Вариант ***Bryum argenteum*** (оп. 6–9). Дифференциальные виды: *Potentilla argentea, Trifolium arvense, Bryum argenteum, Brachythecium salebrosum.* В сообществах имеется моховой ярус, сформированный ксероморфными мхами.

Сравнительный флористический анализ сообществ данной ассоциации, описанных А.Д. Булоховым и А.В. Хариным в 2008 году и Л.Н. Анищенко и О.Н. Онофрейчук в 2017 позволяет сделать вывод об усилении роли зеленых мхов в приземном ярусе сообществ за последнее десятилетие, в связи с чем возможно установление варианта ***Bryum argenteum***. Кроме того, в сообществах ассоциации в 2017 году возрастает видовое богатство в 1,5–2 раза за счет инвазии луговых и рудеральных видов под воздействием рекреации.

Таблица 2

Ассоциация ***Chamaecytiso ruthenici-Pinetum sylvestris*** Bulokhov et Kharin 2008,
варианты ***Artemsia campestris*** и ***Bryum argenteum***

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**Асс.**	**а**	**б**
Варианты	***Artemsia campestris* (а)**				***Bryum argenteum* (б)**				**К**			
Сомкнутость крон	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,4	0,5			
Высота древостоя, м	22	20	20	20	20	22	22	22	22			

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**Асс.**	**а**	**б**
ОПП травяного яруса, %	80	80	70	80	70	65	70	60	65			
Количество видов	25	24	24	24	25	30	31	30	31			
Характерные виды (х. в.) асс. ***Chamaecytiso ruthenici-Pinetum sylvestris***												
Pinus sylvestris I	3	3	3	3	3	3	3	3	3	V	V	V
Chamaecytisus ruthenicus III	1	1	1	1	1	+	+	+	+	V	V	V
Genista tinctoria IV	1	1	+	1	1	1	+	+	+	V	V	V
Trifolium medium IV	2	2	2	2	2	1	1	.	1	V	V	III
Thymus serpyllum IV	1	1	1	1	2	1	1	1	1	V	V	V
Дифференциальные виды (д. в.) вар. ***Artemisa campestris***												
Artemisia campestris IV	+	+	+	+	+	.	.	.	.	III	V	
Koeleria gandis IV	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Galium boreale IV	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Hypericum perforatum IV	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Stachys officinalis IV	+	+	+	+	+	.	.	.	.	III	V	
Oenothera biennis IV	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Д. в. вар. ***Bryum argenteum***												
Potentilla argentea IV	.	.	.	.	.	1	1	1	1	III		V
Trifolium arvense IV	.	.	.	.	.	+	+	+	+	III		V
Bryum argenteum V	.	.	.	.	.	1	1	1	1	III		V
Brachythecium salebrosum V	.	.	.	.	.	2	2	1	2	III		V
Х. в. класса ***Molinio-Arrehenateretea***												
Agrostis tenuis IV	1	1	1	1	1	3	2	2	3	V	V	V
Festuca rubra IV	1	1	1	1	1	2	2	2	2	V	V	V
Veronica chamaedrys IV	.	.	.	.	.	1	1	+	1	III		V
Plantago media IV	.	.	.	.	.	1	+	+	1	III		V
Centaurea jacea IV	.	.	.	.	.	1	1	+	1	III		V
Leontodon autumnalis IV	.	.	.	.	.	+	+	+	+	III		V
Rumex thyrsiflorus IV	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Stellaria graminea IV	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Anthoxanthum odoratum IV	.	.	.	.	.	1	1	2	1	III		V
Dianthus deltoides IV	.	.	.	.	.	1	1	1	1	III		V
Vicia cracca IV	.	.	.	.	.	+	+	+	+	III		V
Прочие виды												
Betula pendula I	2	2	2	2	2	1	1	1	1	V	V	V
Calamagrostis epigeios IV	3	3	3	3	3	2	2	2	2	V	V	V
Achillea millefolium IV	1	1	1	+	+	2	2	2	2	V	V	V
Hieracium umbellatum IV	+	+	+	+	+	+	+	+	+	V	V	V
Frangula alnus III	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Rubus idaeus IV	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Conyza canadensis IV	+	+	+	+	+	.	.	.	.	III	V	
Euonymus verrucosa IV	.	.	.	.	.	+	+	+	+	III		V
Trifolium repens IV	.	.	.	.	.	1	1	1	1	III		V
Berteroa incana IV	.	.	.	.	.	1	+	+	+	III		V
Tanacetum vulgare IV	.	.	.	.	.	1	1	1	1	III		V
Galium tinctorium IV	.	.	.	.	.	1	1	1	1	III		V
Erysimum aureum IV	.	.	.	.	.	r	r	r	r	III		V
Solidago virgaurea IV	.	.	.	.	.	+	+	+	+	III		V
Omalotheca sylvatica IV	.	.	.	.	.	r	r	r	r	III		V
Polytrichum juniperinum V	1	1	1	1	1	.	.	.	.	III	V	
Pteridium aquilinum IV	.	.	.	.	.	.	+	.	+	II		III
Подрост												
Populus tremula IV	1	1	1	+	+	.	.	.	.	III	V	
Quercus robur IV	1	.	.	.	+	.	.	.	.	II	II	

Локализация описаний: г. Брянск, Советский р-н, левобережная пойма р. Снежеть, лесокультура, 53º23'3033" с. ш., 34º40'7630", 16.09.2017. Авторы описаний: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук.

Класс ***Alno glutinosae-Populetea albae*** P. Fukarek et Fabijanic 1968

Объединяет азональные аллювиальные (пойменные) леса. Эти леса прежде классифицировали в пределах класса ***Querco-Fagetea,*** так как был игнорирован принцип интразональности/азональности в растительном покрове, предложенный Г. Вальтером и В.В. Алехиным.

Порядок ***Alno-Fraxinetalia excelsioris*** Passarge 1968. Объединяет пойменные и прибрежные леса на богатых питательным веществом аллювиальных почвах умеренной и арктической Европы.

Союз ***Alnion incanae*** Pawłowski et al. 1928. Возможно в будущем в Восточной Европе эти неморальные пойменные широколиственные леса, сформированные *Quercus robur, Fraxinus excelsior* с участием *Alnus gutinosa, Ulmus laevis* будут классифицировать в составе класса ***Carpino-Fagetea***. Этот союз флористически очень близок к союзу ***Fraxino-Quercion roboris*** Passarge 1968 (синонимы ***Alno-Ulmion*** Br.-Bl. et Tx. 1943, ***Ulmion carpinifoliae*** Doing 1963, ***Fraxino-Ulmion*** Ellenberg 1963). ***Fraxino-Quercion roboris*** как союз ***Ulmenion*** Oberd. 1953 нередко рассматривался как часть союза ***Alnion incanae***.

Асс. ***Urtico-diocae-Fraxinetum pensilvanicae*** Bulokhov et Kharin 2008

Характерные виды – *Fraxinus pennsylvanica, Filipendula ulmaria, Urtica dioica, Geum rivale* (табл. 3).

Состав и структура. Сообщества трехъярусные. Древостой формируют североамериканские инвазионные виды: *Fraxinus pennsylvanica* и *Acer negundo.* В первом ярусе доминирует *Fraxinus pennsylvanica,* имеющий высоту 22–24 м, изредка в первом ярусе встречается *Acer negundo*, который в большинстве случая формирует второй ярус. Общая сомкнутость крон – 0,8–0,9. Отмечен благонадежный подрост *Fraxinus pennsylvanica* и *Acer negundo* по низинам; подлесок не развит.

Травяной покров хорошо выражен, ОПП варьирует от 70 до 80%, в нем доминируют *Glechoma hederacea*, *Urtica dioica*, *Geum rivale*, *Filipendula ulmaria*, создающие фон в травостое. На нем рассеяны: *Lychnis flos-cuculi, Carex vulpina, Rubus caesius, Stachys palustris, Deschampsia caespitosa*.

Анализ ценофлоры ассоциации. В сообществах ассоциации сделаны 13 описаний, в которых отмечено 30 видов растений.

В спектре жизненных форм по Раункиеру доминируют гемикриптофиты (58,5%) с незначительной примесью геофитов (13,2%) и терофитов (5,7%). Иной спектр жизненных форм наблюдается по И.Г. Серебрякову, в нем доминирующее положение занимают длиннокорневищные (24,1%) и короткокорневищные (14,8%) растения, что свидетельствует о хорошей аэрации почвы. Применительно в равных соотношениях встречаются кистекорневые (7,4%), рыхлодерновинные (7,4%), стержнекорневые (7,4%) и плотнодерновинные (7,4%) растения.

Основу ценофлоры составляют европейские (20,4%) виды, велика доля участия евро-западноазиатских (18,5%). Но в целом, доминирующее положение занимают евро-азиатские (16,7%), евро-западноазиатские (18,5%) и евро-западносибирские (16,7%) виды. Три последних группы видов составляют основу ценофлоры ассоциации.

Экология и местоположение. Сообщество ассоциации занимает относительно пониженные участки поймы реки Снежеть на влажных (5,8–7,0), слабощелочных (5,9–7,0) и хорошо обеспеченных минеральным азотом (5,3–7,0) аллювиальных пойменных почвах.

Таблица 3

Ассоциация ***Urtico-dioicae-Fraxinetum pensilvanicae*** Bulokhov et Kharin 2008

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	
Сомкнутость крон	0,8	0,8	0,8	0,9	0,4	0,9	0,9	0,8	0,9	0,9	0,8	0.9	0.9	
Высота древостоя, м	22	23	22	22	22	20	21	24	22	22	22	14	22	К
ОПП травяного яруса, %	80	80	80	60	40	80	80	80	80	80	70	60	80	
Количество видов	11	10	17	12	12	20	9	12	13	15	13	12	10	
Характерные виды (х. в.) асс. ***Urtico diocae-Fraxinetum pensilvanicae***														
Fraxinus pennsylvanica I	4	5	4	+	5	5	5	5	5	5	5	5	5	V
Urtica dioica IV	3	2	.	+	2	.	3	+	1	1	+	+	3	V
Filipendula ulmaria IV	+	+	1	.	+	2	2	2	2	4	2	+	2	V
Bromopsis inermis IV	.	2	.	+	.	r	+	.	+	+	+	.	+	IV
Х. в. союза ***Alnion incanae*** и порядка ***Alno-Fraxinetalia excelsioris***														
Glechoma hederacea IV	3	3	1	2	+	1	3	2	4	3	2	.	3	V
Geum rivale IV	2	1	3	3	1	1		2	2	3	2	1	2	V
Rubus caesius III	+	+	+	+	.	.	+	+	.	+	+	.	2	IV
Lysimachia nummularia IV	.	.	+	.	+	2	.	.	.	+	.	+	.	II
Geum urbanum IV	.	.	+	.	r	+	+	.	.	.	.	.	.	II
Scophularia nodosa IV	.	.	+	.	.	.	.	+	+	.	.	.	.	II
Carex muricata IV	+	+	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	II
Angelica sylvestris IV	r	r	.	.	.	.	.	+	.	+	+	.	.	II
Erysimum strictum IV	.	.	.	2	.	r	.	.	.	.	.	.	.	I
Gallium aparine IV	+	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	I
Iris pseudacorus IV	.	.	.	.	.	.	.	.	.	r	.	r		I
Cardamine impariens IV	.	.	.	+	.	r	.	.	.	.	.	.	.	I
Х. в. класса ***Molinio-Arrhenatheretea***														
Deschampsia caespitosa IV	+	.	+	.	.	+	.	r	+	r	r	r	2	IV
Coronaria flos-cuculi IV	.	.	+	.	.	1	+	+	.	.	+	+	.	III
Galium palustre IV	.	.	+	.	+	+	.	.	+	.	.	.	.	II
Stachis palustris IV	.	.	2	.	1	+	.	.	.	+	.	.	.	II
Gallium boreale IV	.	.	.	.	.	+	.	.	.	r	+	+		II
Ranunculua auricomus IV	.	.	.	+	.	+	.	.	+	+	+	.	.	II
Alopecurus pratensis IV	.	.	r	.	.	1	.	.	.	.	.	1	.	II
Ranunculua acris IV	.	.	.	.	.	+	.	.	.	.	.	+	.	II
Прочие виды														
Acer negundo I	.	.	2	.	1	.	+	.	.	.	.	.	.	II
Acer negundo II	2	2	.	5	.	.	2	3	4	2	2	.	2	IV
Frangula alnus III	.	.	.	.	.	+	.	.	+	+	.	.	.	II
Carex cespitosa IV	.	.	.	.	.	r	.	r	r	.	.	.	.	II
C. vulpina IV	.	.	+	.	+	+	.	.	.	.	.	.	.	II
Heracleum sibiricum IV	.	.	.	r	.	.	.	.	.	.	.	r	.	I
Vibeurnum opulus III	.	.	r	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	I
Подрост														
Fraxinus pennsylvanica III	.	.	2	+	5	.	.	.	.	.	2	1	.	II
F. pennsylvanica IV	2	2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	I
Acer negundo IV	.	.	2	.	3	.	.	.	.	.	.	.	.	I

Единично встречены: *Carex hirta* IV (12,+), *Carex acuta* IV (7,+), *Equisetum arvense* IV (7,+), *Festuca gigantea* IV (3,+), *Ficaria verna* IV (13,+), *Impatiens noli-tangere* IV (5,2), *Poa palustris* IV (6,1), *Poa pratensis* IV (2,+), *Ranunculus repens* IV (9,+), *Rumex obtusifolium* IV (13,r), *Solidago canadensis* IV (3,r), *Sorbus aucuparia* III (10,r), *Stellaria graminea* IV (2,+), *Swida alba* III (3,+), *Taraxacum officinale* IV (6,r), *Thalictrum flavum* IV (6,r), *Tilia cordata* IV (3,+), *Ulmus levis* I (10,r), *Veronica longifolia* IV (12,+), *Veronica chamaedrys* IV (6,r), *Vicia sepium* IV (8,+).

Локализация описаний: г. Брянск, Советский р-н, правобережная пойма р. Снежеть, лесокультура. Оп. 1–6 – 53º13'45.5" с. ш., 34º22'32,3" в. д., 25.05.2016. Автор А.Д. Булохов. Оп. 7–13 – 53º14'12.1" с. ш., 34º23' 18,5" в. д., 20.06.2017. Авторы описаний: О.Н. Онофрейчук, А.Д. Булохов.

Асс. ***Filipendulo ulmariae-Quercetum roboris*** Polozov et Solomeshch in Semenishchenkov 2015

Характерные виды – *Quercus robur, Filipendula ulmaria, Cirsium oleraceum, Rubus idaeus, Calystegia sepium, Veronica longifolia, Carex sylvatica* (табл. 4).

Состав и структура. Основу древостоя составляют виды *Populus tremula* и *Quercus robur*, доминирующих в первом ярусе, высота древостоя – 19–22 м. Сомкнутость крон – 0,5–0,6. Во втором ярусе присутствует *Salix alba*. Отмечен благонадежный подрост *Populus tremula*, подлесок не развит. ОПП травяного яруса варьирует от 40 до 50%.

В табл. 4 представлены сообщества фации ***Populus tremula***. Эти осиновые леса возникают при вырубке сообществ ассоциации.

Анализ ценофлоры ассоциации. В сообществах ассоциации сделаны 4 описания, в которых отмечены 15 видов растений.

В спектре жизненных форм по Раункиеру доминируют гемикриптофиты (43,8%) с незначительной примесью геофитов (12,5%) и хамефитов (12,5%). Спектр отражает общеклиматические условия района исследования.

В спектре по И.Г. Серебрякову доминирующее положение занимают длиннокорневищные (31,3%) растения, что свидетельствует о хорошей аэрации почвы. Применительно в равных соотношениях встречаются рыхлодерновинные (6,3%) и кистекорневые (6,3%) растения.

Основу ценофлоры составляют евроазиатские (37,5%) виды, но велика доля участия евро-западносибирских (12,5%) видов. В целом, доминирующее положение занимают циркумполярные (18,8%), европейские (12,5%) и евро-западноазиатские (12,5%) виды. Три последних группы видов составляют основу ценофлоры ассоциации.

Экология и местоположение. Сообщества ассоциации занимают участки поймы реки Снежеть на влажных (6,0–6,2), нейтральных (6,9–7,2) и на богатых минеральным азотом (6,5–6,8) аллювиальных пойменных почвах.

Таблица 4

Ассоциации ***Filipendulo ulmariae-Quercetum roboris*** Polozov et Solomeshch 1999 in Semenishchenkov 2015

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	К
Сомкнутость крон	0,6	0,5	0,5	0,5	
Высота древостоя, м	19	21	20	21	
ОПП травяного яруса, %	40	45	40	45	
Количество видов	15	15	15	15	
Характерные виды (х. в.) асс. ***Filipendulo ulmariae-Quercetum roboris***					
Quercus robur I	2	2	2	2	V
Filipendula ulmaria IV	2	1	2	1	V
Bromopsis inermis IV	3	3	3	3	V

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	К
Фация ***Populus tremula***					
Populus tremula I	3	3	3	3	V
Х. в. союза ***Alnion incanae*** и класса ***Alno glutinosae-Populetea albae***					
Calystegia sepium IV	+	+	+	+	V
Rubus idaeus IV	1	1	1	1	V
Veronica longifoli IV	+	r	+	+	V
Carex sylvatica IV	r	+	r	+	V
Stachys sylvatica IV	1	+	1	+	V
Glechoma hederacea IV	1	1	1	1	V
Rubus caesius IV	2	2	2	2	V
Urtica dioica IV	1	1	1	2	V
Прочие виды					
Cirsium oleraceum IV	1	1	1	1	V
Vicia cracca IV	r	+	+	r	V
Salix alba II	1	+	2	1	V
Подрост					
Populus tremula IV	1	+	1	+	V

Локализация описаний: г. Брянск, Володарский р-н, правобережная пойма р. Снежеть, лесокультура, 53º23'2897" с. ш., 34º38' 2737" в. д., 21.07.2017. Авторы описаний: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук.

Асс. ***Geo rivali-Betuletum pendulae*** ass. nov. prov.

Характерные виды: *Betula pendula, Geum rivale, Aethusa cynapium, Rubus caesius* (табл. 5).

Состав и структура. Основу древостоя составляет *Betula pendula,* доминирующая в первом ярусе высотой 20–23 м. Также в первом ярусе встречается *Quercus robur*; *Frangula alnus* формирует третий ярус. В подросте имеется поросль *Populus tremula, Acer negundo, Ulmus laevis.* Общая сомкнутость крон – 0,6–1,0.

Травяной покров хорошо выражен, ОПП варьирует от 60 до 85%. Травостой гетерогенный. На наименее нарушенных рекреацией участках константны характерные виды широколиственных лесов (класс ***Carpino-Fagetea***). Довольно обычны и сообщества, находящиеся под сильным воздействием рекреационного фактора. В травостое таких сообществ константны рудеральные и луговые растения, которые вытесняют характерные и малоустойчивые виды широколиственных лесов.

Анализ ценофлоры ассоциации. В спектре жизненных форм по Раункиеру доминируют гемикриптофиты (64,0%). В спектре жизненных форм по И.Г. Серебрякову доминируют длиннокорневищные (28,0%) виды. Изредка встречаются короткокорневищные (8,0%), рыхлодерновинные (8,0%) и наземно-ползучие (8,0%) растения.

В спектре типов ареала доминируют евро-азиатские (24%) в сочетании с евро-сибирскими (12%) и евро-западносибирскими (16%) видами.

Экология и местоположение. Сообщества ассоциации распространены в пойме р. Снежеть в широком диапазоне увлажнения (5,2–6,2), кислотности (3,5–7,2) и богатства (3,7–6,8) минеральным азотом почвы

Вариабельность. В ассоциации установлены 2 варианта.

Вариант ***Filipendula ulmaria*** (оп. 1–4). Дифференциальные виды: *Filipendula ulmaria, Calamagrostis arundinacea.* Сообщества варианта распространены по пониженным участкам поймы, на влажноватых, слабокислых и богатых минеральным азотом почвах.

Вариант ***Calamagrostis epigeios*** (оп. 5–9). Дифференциальные виды: *Calamagrostis epigeios, Agrostis tenuis, Deschampsia cespitosa, Convolvulus arvensis.* Сообщества варианта формируются под воздействием рекреации. В них активно внедряются луговые и рудеральные виды, вытесняя характерные лесные виды травяного покрова.

Таблица 5

Ассоциация ***Geo rivali-Betuletum pendulae*** ass. nov. prov.

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**К**		
Варианты	***Filipendula ulmaria* (a)**				***Calamagrostis epigeios* (b)**							
Высота древостоя, м	23	20	21	23	25	25	25	25	25			
Сомкнутость крон	0,6	1	1	1	1	0,6	0,6	1	1			
ОПП, травяного яруса, %	60	60	70	65	85	85	85	85	85			
Количество видов	24	24	24	24	26	26	25	25	25			
Характерные виды (х. в.) асс. *Geo rivali-Betuletum pendulae*										Асс.	a	b
Betula pendula I	4	4	4	4	4	4	4	4	4	**V**	**V**	**V**
Geum rivale IV	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**V**	**V**	**V**
Aethusa cynapium IV	1	1	+	+	+	+	+	+	+	**V**	**V**	**V**
Rubus caesius IV	1	1	+	1	2	2	1	2	2	**V**	**V**	**V**
Д. в. вар. *Filipendula ulmaria* (а)												
Calamagrostis arundinacea IV	2	2	2	2						**III**	**V**	
Filipendula ulmaria IV	2	2	2	2						**III**	**V**	
Д. в. вар. *Calamagrostis epigeios* (б)												
Calamagrostis epigeios IV					3	3	3	3	3	**III**		**V**
Agrostis tenuis IV					1	1	1	1	1	**III**		**V**
Deschampsia cespitosa IV					1	1	1	1	1	III		**V**
Convolvulus arvensis IV					+	+	+	+	+	III		**V**
Х. в. союза *Alnion incana* **и класса** *Alno glutinosae-Populetea albae*												
Quercus robur I	2	2	1	1						**III**		
Aegopodium podagraria IV	1	1	2	1						**III**		
Carex sylvatica IV	+	+	+	+						**II**		
Glechoma hederacea IV	2	2	2	2	2	2	2	2	2	V	**V**	**V**
Cirsium oleraceum IV	1	1	1	1						III	III	
Scrophularia nodosa IV	1	1	+	1						**III**	**III**	
Anthriscus sylvestris IV	1	1	+	+						**III**	**III**	
Urtica dioicq IV					1	1	1	1	1	**III**		**III**
Frangula alnus III	1	1	2	1						**III**	**III**	
Lysimachia vulgaris IV	+	+	+	+						**III**	**III**	
Galium boreale IV	+	+	+	+						**III**	**III**	
Equisetum sylvaticum IV	1	1	1	1						**III**	**III**	
Elytrigia repens IV	1	1	1	1						**III**	**III**	
Rumex conglomeratus IV	r	r	r	r						**III**	**III**	
Heracleum sibiricum IV	1	+	+	+						**III**	**III**	
Rubus saxatilis IV	+	+	+	+						**III**	**III**	
Polygonum convolvulus IV	r	r	r	r						**III**	**III**	
Прочие виды												
Taraxacum officinale IV					1	1	1	1	1	III		**V**
Lysimachia vulgaris IV					1	1	1	1	1	III		**V**
Veronica chamaedrys IV					1	1	1	1	1	III		**V**
Festuca pratensis IV					2	1	1	1	1	**III**		**V**
Trifolium medium IV					1	1	2	1	1	III		**V**
Silene nutans IV					1	1	+	2	1	III		**V**
Stellaria graminea IV					+	+	+	+	+	III		**V**
Pimpinella saxifraga IV					+	+	+	+	+	III		**V**
Prunella vulgaris IV					1	1	1	1	1	III		**V**
Fragaria vesca IV					1	1	1	1	1	III		**V**
Rubus idaeus IV					1	1	1	1	1	III		**V**
Vicia cracca IV					+	+	+	+	+	III		**V**
Brachythecium salebrosu V					1	1	1	1	1	III		**V**
Dianthus barbatus IV					1	1	.	.	.	III		**V**
Подрост												
Populus tremula III	1	2	1	1	1	1	1	1	1	V	**V**	**V**
Ulmus laevis III					1	1	1	1	1	III		**III**
Acer negundo III					+	1	+	1	1	III		**III**

Локализация описаний: г. Брянск, Советский р-н правобережная пойма реки Снежеть, лесокультура, оп. 1–4 – 53°23'2795" с. ш., 34°38'2737" в. д., 21.07. 2017; оп. 5–9 – 53°24'2897" с. ш., 34°39'2783" в. д., 16.09.2017. Авторы описаний: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук.

Асс. ***Urtico dioicae-Alnetum glutinosae*** Bulokhov et Solomeshch 2003

Характерные виды – *Alnus glutinosa, Urtica dioica* (табл. 6).

Состав и структура. Основу древостоя составляет *Alnus glutinosa,* доминирующая в первом ярусе. Высота древостоя – 18–20 м, сомкнутость крон – 0,3–0,4. В разреженном подлеске константны *Frangula alnus, Viburnum opulus.*

Травяной покров разрежен. В нем константны, но не обильны: *Filipendula ulmaria, Urtica dioica, Solanum dulcamara*. Характерны гидрофиты: *Equisetum fluviatile, Phragmites australis*

Анализ ценофлоры ассоциации. Отличительная особенность спектра жизненных форм по Раункиеру – значительная доля участия геофитов (20%) и примесь гидрофитов (6,7%). По И. Г. Серебрякову в спектре доминируют длиннокорневищные (33,3%) виды.

Экология и местоположение. Сообщества ассоциации занимают участки поймы р. Снежеть на постоянно сырых (7,5–8,1), слабокислых (5,4–5,8) и на умеренно богатых минеральным азотом (5,8–6,1) аллювиальных пойменных почвах.

Таблица 6

Ассоциация ***Urtico dioicae-Alnetum glutinosae*** Bulokhov et Solomeshch 2003

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	К
Сомкнутость крон	0.4	0.4	0.3	0.4	
Высота древостоя, м	19	20	18	18	
ОПП травяного яруса, %	30	25	30	25	
Количество видов	15	15	12	12	
Характерные виды (х. в.) асс. ***Urtico dioicae-Alnetum glutinosae***					
Alnus glutinosa I	3	3	3	3	V
Urtica dioica IV	2	2	1	+	V
Х. в. союза ***Alnion incanae*** и класса ***Alno glutinosae-Populetea albae***					
Frangula alnus III	1	+	1	1	V
Viburnum opulus III	1	1	+	+	V
Corylus avellana III	+	+	.	.	II
Filipendula ulmaria IV	2	2	1	+	V
Galium aparine IV	1	+	+	.	III
Carex elongata IV	1	+	+	1	V
Equisetum fluviatile IV	+	+	+	+	V
Solanum dulcamara IV	+	+	.	+	III
Lysimachia vulgaris IV	1	1	+	.	III
Прочие виды					
Betula pendula II	1	1	.	+	III
Oxalis acetosella IV	2	2	1	2	V
Phragmites australis IV	1	1	2	+	V
Scirpus sylvaticus IV	1	1	+	+	V

Локализация описаний: г. Брянск, Фокинский р-н г., правобережная пойма реки Снежеть, ур. Снежеть, лесокультура, 53°23'3101" с. ш., 34°49'5983" в. д., 27.09.2017. Авторы описаний: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук.

Асс. ***Geo rivali-Quercetum roboris*** Bulokhov et Semenishchenkov 2008

Характерные виды – *Quercus robur, Geum rivale, Rubus caesius* (табл. 7).

С о с т а в и с т р у к т у р а. Основу древостоя формирует *Quercus robur,* доминирующий в первом ярусе, имеющий высоту 19–24 м. В этом ярусе константны *Acer negundo* и *Fraxinus pennsylvanica.* Во втором подъярусе также константен *Fraxinus pennsylvanica*. Изредка в нем присутствует *Ulmus laevis.* Местами имеется благонадежный подрост *Acer negundo,* входящий в состав третьего подъяруса. Подлесок не развит.

Флористический состав травяного покрова разнообразен. В нем наряду с характерными видами союза ***Alnion incanae*** и класса ***Alno glutinosae-Populetea albae*** присутствуют виды класса ***Molinio-Arrhenatheretea.***

Общее проективное покрытие – 65–90%. Флористическая насыщенность сообществ варьирует от 7 до 16 видов.

А н а л и з ц е н о ф л о р ы. В сообществах ассоциации на 17 пробных площадях отмечено 44 вида растений. В спектре жизненных форм Раункиера доминируют гемикриптофиты (52,0%) с незначительной примесью геофитов (10,0%) и терофитов (4,0%).

В спектре жизненных форм И.Г. Серебрякова доминирующее положение занимают длиннокорневищные (22,0%) в сочетании с короткокорневищными (10,0%), рыхлодерновинными (10,0%) и стержнекорневыми (10,0%) видами.

М е с т о п о л о ж е н и е и э к о л о г и я. Сообщества ассоциации расположены на свежих и влажных (5,9–7,0), нейтральных (6,2–7,5) и на богатых минеральным азотом (5,9–7,8) почвах.

В а р и а б е л ь н о с т ь. В составе сообщества ассоциации установлены 5 вариантов: ***Bromopsis inermis*** (табл. 7, оп. 1–4), ***Fraxinus pennsylvanica*** (табл. 7, оп. 5–11), **typica** (табл. 7, оп. 12–17), ***Filipendula ulmaria*** (табл. 8 оп. 1–6), ***Anthriscus sylvestris*** (табл. 8, оп. 7–11).

Таблица 7

Ассоциация ***Geo rivali-Quercetum roboris*** Bulokhov et Semenishchenkov 2008

варианты: ***Bromopsis inermis*** (оп. 1–4)**,** ***Fraxinus pennsylvanica*** (оп. 5–11), **typica** (оп. 12–17)

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**К**
Варианты	***Bromopsis inermis***				***Veronica longifolia***							**typica**						
Сомкнутость крон	0,9	0,8	0,8	0,9	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,5	0,6	0.5	0.5	0.5	0,9	0,9	0,8	
Высота древостоя, м	22	20	24	20	19	21	21	20	21	22	19	12	15	14	22	22	22	
ОПП травяного яруса, %	90	80	80	80	75	70	85	65	75	80	85	65	70	70	90	80	80	
Количество видов	16	8	16	16	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	7	7	13	
Характерные виды (х. в.) асс. ***Geo rivali-Quercetum roboris***																		
Quercus robur I	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	V
Q. robur II	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	III
Geum rivale IV	+	+	1	+	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	.	2	+	V
Rubus caesius IV	1	4	1	+	+	+	+	+	+	+	+	1	1	2	1	3	.	V
Дифференциальные виды (д. в.) вар. ***Bromopsis inermis***																		
Bromopsis inermis IV	2	3	3	5	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	II
Geum urbanum IV	+	.	+	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	I
Д. в. вар. ***Fraxinus pennsylvanica***																		
Fraxinus pennsylvanica I	+	.	.	.	2	1	2	1	1	1	2	2	2	3	.	.	.	IV
F.pennsylvanica II	.	.	.	.	2	2	2	2	2	2	2	.	.	.	.	.	.	III
Acer negundo I	2	+	.	.	1	1	1	1	1	1	+	.	.	.	.	.	.	III
Scophularia nodosa IV	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1	1	.	.	.	.	+	.	III
Veronica longifolia IV	.	.	.	.	r	r	r	r	r	r	r	.	.	.	.	.	r	III
Lysimachia vulgaris IV	.	+	r	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	r	II
Filipendula ulmaria IV	.	.		r	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	r	I
Ulmus levis II	.	.	+	r	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	2	I
Anthriscus sylvestris IV	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	I
Gallium mollugo IV	.	.		+	.	.	.	.	.	.	.	1	1	1	.	.	.	II
Poa pratensis IV	.	.	+	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	I
Vibeurnum opulus III	.	.			.	.	.	.	.	.	.	+	+	1	.	.	.	I
Х. в. союза ***Alnion incanae*** и класса ***Alno glutinosae-Populetea albae***																		

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**К**
Glechoma hederacea IV	3	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	+	3	V
Urtica dioica IV	4	2	+	1	1	1	1	1	1	1	+	.	.	.	1	1	2	V
Lysimachia nummularia IV	.	.	+	+	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	.	+	.	V
Erysimum strictum IV	.	.	+	1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	1	I
Humulus lupulus IV	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	r	+	.	I
Gallium aparine IV	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	.	.	I
Angelica sylvestris IV	+	.	.	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	r	I
Х. в. класса ***Molinio-Arrhenatheretea***																		
Veronica chamaedrys IV	.	.	+		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	.	.	.	IV
Ranunculus repens IV	.	.	.	.	+	+	+	+	+	+	+	r	r	r	.	.	.	III
Taraxacum officinale IV	.	.	.	.	r	r	r	r	r	r	r	+	+	+	.	.	.	III
Прочие виды																		
Sorbus aucuparia III	.	.	.	.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	.	.	.	III
Heracleum sibiricum IV	.	.	+	+	.	.	.	.	.	.	.	r	.	.	.	.	r	II
Phalorides arundinaea IV	r	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	I
Cardamine impariens IV	.	.	+	+	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	I
Подрост																		
Acer negundo III	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	+	+	+	5	.	.	II

Единично встречены: *Acer negundo* II (17,+), *A. platanoides* II (3,1), *Allium angulosum* IV (3,r), *Alopecurus pratensis* IV (4,r), *Cirsium arvense* IV (1,+), *Equisetum pratense* IV (4,+), *Euphorbia virgata* IV (4,r), *Festuca gigantea* IV (4,+), *Ficaria verna* IV (17,+), *Fraxinus pennsylvanica* III (15,+), *Galium palustre* IV (15,+), *Gallium physocarpum* IV (4,+), *Poa nemoralis* IV (3,+), *Poa palustris* IV (16,+), *Populus tremula* I (2,2), *Stachis sylvestris* IV (2,r).

Локализация описаний: г. Брянск, Советский р-н г. Брянска, правобережная пойма реки Снежеть, лесокультура. Оп. 1–4 – 53^{o}23'5138" с. ш., 34^{o}37'5184" в. д., 25.05.2016. Автор А.Д. Булохов. Оп. 5–14 – 53^{o}23'4148" с. ш., 34^{o}37'7867" в. д., 20.07.2017. Авторы: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук. Оп. 15–17 – 53о^{0}23'3795" с. ш., 34^{o}37'9225" в. д., 20.06. 2017. Авторы А.Д. Булохов, О.Н. Онофрейчук.

Вариант ***Filipendula ulmaria*** (табл. 8, оп. 1–6). Дифференциальные виды: *Filipendula ulmaria, Ranunculus acris, Lysimachia nummularia, Scophularia nodosa.* Сообщества варианта распространены по пониженным участкам центральной поймы на влажных почвах.

Вариант ***Anthriscus sylvestris*** (табл. 8, оп. 7–11). Дифференциальные виды: *Anthriscus sylvestris, Poa pratensis, Stellaria graminea.* Сообщества варианта занимают ровные, слегка приподнятые участки со свежими почвами.

Таблица 8

Ассоциация ***Geo rivali-Quercetum roboris*** Bulokhov et Semenishchenkov 2008
варианты: ***Filipendula ulmaria*** (оп. 1–6), ***Anthriscus sylvestris*** (оп. 7–11)

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**К**		
Варианты	***Filipendula ulmaria* (а)**						***Anthriscus sylvestris* (б)**							
Сомкнутость крон	0.6	0.5	0.6	0.5	0.7	0.7	0.7	0.7	0,7	0,6	0,6			
Высота древостоя, м	19	18	19	22	17	15	22	20	19	22	21			
ОПП травяного яруса, %	65	60	60	70	65	65	75	75	75	65	60			
Количество видов	13	13	13	13	14	14	12	11	11	11	11			
Характерные виды (х. в.) асс. ***Geo rivali-Quercetum roboris***												**Асс.**	**а**	**б**
Quercus robur I	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	V	V	V
Q. robur II	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	II	IV	
Geum rivale IV	1	1	1	1	+	+	1	+	1	1	+	V	V	V
Rubus caesius IV	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	V	V	V

Д. в. варианта ***Filipendula ulmaria***														
Filipendula ulmaria IV	r	r	r	r	+	1	.	.	.	.	.	IV	V	
Ranunculus acris IV	+	+	+	+	+	+	.	.	.	.	.	III	V	
Lysimachia nummularia IV	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	II	IV	
Scophularia nodosa IV	1	1	1	1	.	.	.	.	.	.	.	II	IV	
Д. в. варианта ***Anthriscus sylvestris***														
Anthriscus sylvestris IV	.	.	.	.	.	.	1	1	1	2	1	III		V
Poa pratensis IV	.	.	.	.	.	.	+	+	+	+	+	III		V
Stellaria graminea IV	.	.	.	.	.	.	+	+	1	+	+	III		V
Х. в. союза ***Alnion incanae*** и класса ***Alno glutinosae-Populetea albae***														
Glechoma hederacea IV	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1	V	V	V
Urtica dioica IV	1	1	+	+	2	2	3	3	3	3	3	V	V	
Vibeurnum opulus IV	.	.	.	.	+	1	.	.	.	.	.	I	I	
Humulus lupulus IV	.	.	.	.	+	1	.	.	.	.	.	I	I	
Прочие виды														
Fraxinus pennsylvanica II	.	.	.	.	1	1	+	+	+	+	+	1V	I	V
F. pennsylvanica III	.	.	.	.	+	+	.	.	.	.	.		I	
Acer negundo I	.	.	.	.	2	2	.	.	.	.	.		I	
A. negundo III	.	.	.	.	+	1	.	.	.	.	.		I	
Sorbus aucuparia III	1	2	2	1			.	.	.	.	.	II	IV	
Frangula alnus III	.	.	.	.	+	1	.	.	.	.	.		I	
Taraxacum officinale IV	+	+	+	+	r	r	+	+	+	+	+	V	V	V
Veronica chamaedrys IV	1	1	2	1	.	.	.	.	.	.	.	II	IV	
Deschampsia caespitosa IV	1	1	1	1	+	+	1	1	+	1	1	V	V	V

Локализация описаний: г. Брянск, Советский р-н г. Брянска, правобережная пойма реки Снежеть, лесокультура. Оп. 1–4 – 53º23'5167" с. ш., 34º37'5201" в. д., 20.07.2017; оп. 5–11 – 53º23'5170" с. ш., 34º37' 5210" в. д., 21.07.2017. Авторы описаний: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук

Класс ***Alnetea glutinosae*** Br.-Bl. et Tx. ex Westhoff et al. 1946

Класс объединяет эвтрофные черноольховые и кустарниковые болота на торфянистой или торфяной почве. Избыточное увлажнение естественных местообитаний обусловило узкую экологическую специализацию видов и флористическую бедность сообществ. В составе класса два порядка и два союза. Установлена 1 ассоциация.

Асс. ***Carici elongatae-Alnetum glutinosae*** Tx. 1931

Характерные виды – *Alnus glutinosa, Carex elongata* (табл. 9).

Состав и структура. Основу древостоя формирует *Alnus glutinosa*, доминирующая в первом ярусе высотой 18–23 м, изредка в первом ярусе встречается *Betula pendula*. Сомкнутость крон – 0,4–0,6. Подлесок сформирован *Frangula alnus* с участием *Sorbus aucuparia.* В подросте константна *Picea abies* с редкой примесью *Quercus rodur*.

Травяной покров слабо развит. Общее проективное покрытие – 20–55%. Основу травостоя формируют характерные виды класса ***Alnetea glutinosae.*** В нем доминирует *Carex elongata.* Константны: *Athyrium filix-femina, Oxalis acetosella, Lysimachia vulgaris.* Моховой покров мозаичный. Его формируют гигроморфные мхи: *Brachythecium rivulare, Brachythecium salebrosum, Brachythecium rutabulum, Plagiomnium affine.*

Анализ ценофлоры ассоциации. В сообществе ассоциации отмечено 29 видов растений и 3 вида мхов. В спектре жизненных форм Раункиера доминируют гемикриптофиты (23,3%) и геофиты (23,3%) со значительной примесью нанофанерофитов (16,7%) и незначительной примесью гидрофитов (3,3%).

Экология и местоположение. Сообщество ассоциации занимает участки поймы р. Снежеть на умеренно влажных и сырых (6,3–7,3), слабокислых (5,0–5,8) и со средним содержанием минерального азота (4,8–5,9) аллювиальных пойменных почвах.

Таблица 9

Ассоциации ***Carici elongatae-Alnetum glutinosae*** Tx. 1931

Номера описаний	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	К
Сомкнутость крон	0,5	0,5	0,6	0,4	0,5	0,4	0,6	0,5	0,6	
Высота древостоя, м	20	18	18	21	22	22	23	20	20	
ОПП травяного яруса, %	55	50	50	15	17	15	20	25	20	
Количество видов	11	11	11	22	21	17	16	15	15	
Характерные виды (х. в.) асс. ***Carici elongatae-Alnetum glutinosae***										
Alnus glutinosa I	3	3	3	3	3	3	3	3	3	V
Carex elongata IV	3	3	3	2	2	1	.	.	.	IV
Х. в. союза ***Alnion glutinosae*** и класса ***Alnetea glutinosae***										
Betula pubescens I	.	.	.	.	.	.	1	1	+	II
Frangula alnus III	2	2	1	2	2	+	2	1	2	V
Lysimachia vulgaris IV	1	1	+	+	+	1	1	1	+	V
Stellaria media IV	.	.	.	+	+	.	+	+	+	III
Thelypteris palustris IV	.	.	.	1	1	1	.	.	.	II
Ribes nigrum IV	.	.	.	+	+	.	.	.	.	II
Geum rivale IV	.	.	.	+	+	+	.	.	.	II
Х. в. класса ***Alno glutinosae-Populetea albae***										
Viburnum opulus I	.	.	.	+	+	.	2	1	2	II
Athyrium filix-femina IV	2	1	2	1	1	+	+	1	1	V
Impatiens noli-tangere IV	1	1	+	1	+	1	.	.	.	IV
Corylus avellana IV	.	.	.	.	.	.	2	2	1	II
Carex pilosa IV	.	.	.	.	.	.	1	+	+	II
Прочие виды										
Picea abies I	.	.	.	2	1	2	2	2	2	IV
Rubus idaeus IV	2	2	1	2	2	2	1	+	1	V
Oxalis acetosella IV	1	1	+	3	3	2	3	3	3	V
Maianthemum bifolium IV	.	.	.	1	+	1	.	.	.	II
Physocarpus opulifolius IV	.	.	.	r	.	r	.	.	.	II
Solidago virgaurea IV	.	.	.	+	+	+	.	.	.	II
Paris quadrifolia IV	.	.	.	+	+	.	.	.	.	II
Rubus saxatilis IV	.	.	.	.	.	.	1	1	+	II
Deschampsia cespitosa IV	.	.	.	1	1	+	.	.	.	II
Equisetum sylvaticum IV	.	.	.	.	.	.	1	+	.	II
Brachythecium rivulare V	.	.	.	2	2	1	1	+	1	IV
Plagiomnium affine V	.	.	.	1	1	+	+	.	+	III
Brachythecium rutabulum V	2	2	1	.	.	.	.	.	.	II
Brachythecium salebrosum V	1	1	+	.	.	.	.	.	.	II
Подрост										
Picea abies IV	1	1	+	+	1	+	1	1	+	V
Quercus robur IV	.	.	.	r	r	.	.	.	.	II

Локализация описаний: г. Брянск, Советский р-н г. Брянска, правобережная пойма реки Снежеть, лесокультура, 53°22'3005" с. ш., 34°48'5899" в. д., 27.09.2017. Авторы описаний: Авторы описаний: Л.Н. Анищенко, О.Н. Онофрейчук.

Список литературы

1. Агроклиматические ресурсы Брянской области (справочник). – Л.: Гидрометеоиздат, 1972. – 91 с.

2. Булохов А.Д., Семенищенков Ю.А. Компьютерная программа Indicator и методические указания по ее использованию для экологической оценки местообитаний и анализа флористического разнообразия растительных сообществ. – Брянск, 2006. – 30 с.

3. Булохов А.Д., Семенищенков Ю.А. Сообщества класса ***Querco-Fagetea*** Br.-Bl. et Vlieger in Vlieger 1937 в Судость-Деснянском междуречье (Брянская область) // Растительность России. – 2008. – № 13. – С. 3–13.

4. Булохов А.Д., Семенищенков Ю.А. Типификация и коррекция синтаксонов лесной растительности Южного Нечерноземья России и сопредельных регионов // Бюллетень Брянского отделения Русского ботанического общества. – 2015. – № 1 (5). – С. 26–32.

5. Булохов А.Д., Соломещ А.И. Эколого-флористическая классификация лесов Южного Нечерноземья России. – Брянск. Изд. БГУ, 2003. – 359 с.

6. Булохов А.Д., Харин А.В. Растительность Брянска и его пригородной зоны. – Брянск. Изд. БГУ, 2008. – 312 с.

7. Вальтер Г.–Алехин В. В. Основы ботанической географии. – М.: Биомедгиз, 1936. – 715 с.

8. Природа и природные ресурсы Брянской области. Под ред. Л.М. Ахромеева. – Брянск, 2012. – 216 с.

9. Растительность Европейской части СССР. – Л.: Наука,1980. – 430 с.

10. Семенищенков Ю.А. Типификация и коррекция синтаксонов лесной и лесо-болотной растительности бассейна Верхнего Днепра // Бюллетень Брянского отделения Русского ботанического общества. – 2015. – № 2 (6). – С. 58–62.

11. Braun-Blanquet J. Pflanzensoziologie. Grundzuge der Vegetationskunde. 3 Aufl. – Wien; New-York, 1964. – 865 S.

12. Ellenberg H., Weber H.E., Düll R., Wirth V., Werner W., Paulβen D. Zeigewerte von Pflanzen in Mitteleuropa. 2. Aufl. // Scripta Geobotanica. 1992. – Vol. 18. – 258 p.

13. Mucina L. et al. Vegetation of Europe: hierarchical floristic classification system of vascular plant, bryophyte, lichen, and algal communities // Applied Vegetation Science. – 2016. – 19 (Suppl. 1). – P. 3–264.

14. Scamoni A. Einführung in die praktische Vegetationskunde. – Jena, 1963. – 163 S.

15. Tüxen R. Die pflanzengesselschaften NW-Deutschlands. Lehre. 1974. 207 S. Grundriss einer Systematik der nitrofilen Unkrautgesellschaften in der Eurosibirischen Region Europas // Mitt. Flor. – Soziol. Arbeitsgem., Stolzenau Weser, N.F. N 2. – P. 94–175.

16. Weber H.E., Moravec, J., Theurillat J.-P. International code of Phytosociological Nomenclature. 3rd ed. // J. Veg. Sci. – 2000. – Vol. 11. – N 5. – P. 739–768.

Сведения об авторах

Булохов Алексей Данилович – доктор биологических наук, профессор, заведующий кафедрой биологии, e-mail: *kafbot2002@mail.ru.*

Онофрейчук Ольга Николаевна – магистрант Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *kafbot2002@mail.ru.*

FORESTS OF THE SNEZHET’ RIVER FLOOD PLAIN IN BOUNDARIES OF THE CITY OF BRYANSK

A. D. Bulokhov, O. N. Onofreichuk

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The results of the floristic classification of the forests of the Snezhet River flood plain within the city of Bryansk are presented. 8 associations are established. Laws of distribution of associations and variants on gradients of ecological factors are revealed. The recreation estimation on a grassy cover is given. Under the influence of the recreational factor from travjano-kustarnichkovogo a circle characteristic wood species drop out. The role increases in it meadow and ruderal species.
Keywords: *flood plain, wood, river Snezhet, Braun-Blanquet approach classification, recreation factor, Bryansk.*

References

1. Agroklimaticheskie resursy Bryanskoi oblasti (spravochnik). – L.: Gidrometeo-izdat, 1972. – 91 p.
2. Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu.A. Komp'yuternaya programma Indicator i metodi-cheskie ukazaniya po ee ispol'zovaniyu dlya ekologicheskoi otsenki mestoobitanii i analiza floristicheskogo raznoobraziya rastitel'nykh soobshchestv. – Bryansk, 2006. – 30 p.
3. Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu.A. Soobshchestva klassa Querco-Fagetea Br.-Bl. et Vlieger in Vlieger 1937 v Sudost'-Desnyanskom mezhdurech'e (Bryanskaya oblast') // Rastitel'-nost' Rossii. – 2008. – № 13. – P. 3–13.
4. Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu.A. Tipifikatsiya i korrektsiya sintaksonov les-noi rastitel'nosti Yuzhnogo Nechernozem'ya Rossii i sopredel'nykh regionov // Byulleten' Bryanskogo otdeleniya Russkogo botanicheskogo obshchestva. – 2015. – № 1 (5). – P. 26–32.
5. Bulokhov A.D., Solomeshch A.I. Ekologo-floristicheskaya klassifikatsiya lesov Yuzhnogo Nechernozem'ya Rossii. – Bryansk. Izd. BGU, 2003. – 359 p.
6. Bulokhov A.D., Kharin A.V. Rastitel'nost' Bryanska i ego prigorodnoi zony. – Bryansk. Izd. BGU, 2008. – 312 p.
7. Val'ter G.–Alekhin V. V. Osnovy botanicheskoi geografii. – M.: Biomedgiz, 1936. – 715 p.
8. Priroda i prirodnye resursy Bryanskoi oblasti. Pod red. L.M. Akhromeeva. – Bryansk, 2012. – 216 p.
9. Rastitel'nost' Evropeiskoi chasti SSSR. – L.: Nauka,1980. – 430 p.
10. Semenishchenkov Yu.A. Tipifikatsiya i korrektsiya sintaksonov lesnoi i leso-bolotnoi rastitel'nosti basseina Verkhnego Dnepra // Byulleten' Bryanskogo otdeleniya Rus-skogo botanicheskogo obshchestva. – 2015. – № 2 (6). – P. 58–62.
11. Braun-Blanquet J. Pflanzensoziologie. Grundzuge der Vegetationskunde. 3 Aufl. – Wien; New-York, 1964. – 865 S.
12. Ellenberg H., Weber H.E., Düll R., Wirth V., Werner W., Paulβen D. Zeigewerte von Pflanzen in Mitteleuropa. 2. Aufl. // Scripta Geobotanica. 1992. – Vol. 18. – 258 p.
13. Mucina L. et al. Vegetation of Europe: hierarchical floristic classification system of vas-cular plant, bryophyte, lichen, and algal communities // Applied Vegetation Science. – 2016. – 19 (Suppl. 1). – P. 3–264.
14. Scamoni A. Einführung in die praktische Vegetationskunde. – Jena, 1963. – 163 S.
15. Tüxen R. Die pflanzengesselschaften NW-Deutschlands. Lehre. 1974. 207 S. Grundriss einer Systematik der nitrofilen Unkrautgesellschaften in der Eurosibirischen Region Europas // Mitt. Flor. – Soziol. Arbeitsgem., Stolzenau Weser, N.F. N 2. – P. 94–175.
16. Weber H.E., Moravec, J., Theurillat J.-P. International code of Phytosociological No-menclature. 3rd ed. // J. Veg. Sci. – 2000. – Vol. 11. – N 5. – P. 739–768.

About authors

Bulokhov A. D. – Sc. D. of Biology, Professor, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *kafbot2002@mail.ru*.

Onofreichuk O. N. – Postgraduate, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *kafbot2002@mail.ru.*

.

УДК 796.332

ДИНАМИКА МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ У ДЕВОЧЕК 12-13 ЛЕТ, ЗАНИМАЮЩИХСЯ МИНИ-ФУТБОЛОМ

Ю. В. Ермакова, А. Л. Харлан, М. В. Рудин
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

Для рациональной организации учебно-тренировочного процесса в игровых видах спорта необходимо учитывать ряд факторов, одним из которых является морфологическое состояние спортсмена. В статье представлена динамика морфологических показателей девочек 12-13 лет под влиянием занятий мини-футболом. Результаты исследования необходимо использовать при организации начального отбора, поскольку необходимо учитывать не только физические, но и морфологические изменения юных футболисток при планировании учебно-воспитательной и тренировочной работы, определения индивидуальных заданий, режима нагрузок и отдыха.
Ключевые слова: *мини-футбол, девочки 12-13 лет, антропометрия, физическое развитие.*

Введение. В настоящее время, в связи с популяризацией женского футбола и возрастанием конкуренции между спортсменками, перед учеными все больше возникает вопрос о возрастании требований к отбору футболисток и методам оценки их подготовленности с точки зрения состояния организма [2]. Спортивная практика предполагает улучшение средств и методов спортивной ориентации и отбора молодых футболисток на основании морфологических критериев [1]. Последующие изучения ученых, связанных с улучшением эффективности содержания отбора и созданием тренировочных циклов молодых спортсменок являются необходимыми и актуальными.

Цель исследования – изучение морфологических изменений в организме девочек 12–13 лет при занятиях мини–футболом для совершенствования системы подготовки юных спортсменок и решения организационных и методических аспектов отбора и спортивной ориентации.

Методы исследования. Для достижения цели исследования, изучить морфологические и функциональные изменения в организме девочек 12–13 лет при занятиях мини–футболом для совершенствования системы подготовки юных спортсменок и решения организационных и методических аспектов отбора и спортивной ориентации, и решения поставленных задач, были использованы антропометрические методы исследования: у исследуемых спортсменок были измерены основные антропометрические данные (рост, масса тела, окружность грудной клетки).

В исследовании приняли участие 2 группы: экспериментальная (10 девочек в возрасте 12–13 лет, занимающихся мини–футболом) и контрольная группа (13 девочек, в возрасте 12–13 лет, занимающихся спортом только на занятиях по физической культуре в общеобразовательной школе). Исследование проходило на базе спортивного зала БГИТУ с группой детей начальной подготовки, занимающихся футболом в ЖФК «Юни», тренеры – Савкина Софья Андреевна и Родин Артем Васильевич. Девочки занимаются футболом 3 раза в неделю: вторник, четверг и пятница на протяжении 2х лет по 1,5 часа. И на базе МБОУ «Лицей №27 имени героя Советского Союза И.Е. Кустова города Брянска», – учитель физической культуры Патласова Оксана Владимировна. Занятия физкультурой проходят 2 раза в неделю по 45 минут по вторникам и пятницам.

Эксперимент проводился с мая 2017 года по декабрь 2018 года. Во время исследования проводилось тестирование. Измеряли антропометрические данные (рост, массу тела, окружность грудной клетки) и частоту сердечный сокращений после дозированной нагрузки.

Результаты исследования. Исходя из полученных данных, обхват грудной клетки у контрольной группы в мае составлял 78,31 см, а у экспериментальной 76 см, что на 2,31 сантиметра больше, чем у экспериментальной. За летний период показатели выросли на 4,30 см и 1,30 см, и разница в показателях между группами составила 5,31 см (рис. 1). В декабре показатели ещё больше увеличились и составили 83,23 см и 77,7 см, что на 5,53 см больше, чем у экспериментальной (табл. 1). Показатели в декабре отличаются статистически достоверно.

Таблица 1

Динамика обхвата грудной клетки у девочек 12–13 лет в контрольной и экспериментальной группах

№ п.п.	Группа	Май	Сентябрь	Декабрь
1	Контрольная (n=13)	78,31±2,01	82,61±1,71	83,23±1,88
2.	Экспериментальная (n=10)	76±2,25	77,3±1,7	77,7±1,27*

Примечание: * – P <0,01 – достоверность отличий между группами

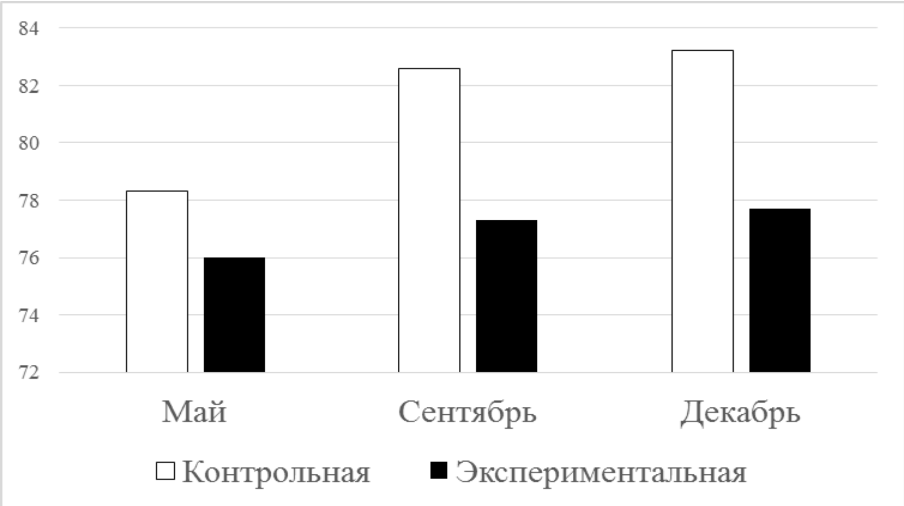

Рис. 1. Динамика обхвата грудной клетки у девочек 12–13 лет в контрольной и экспериментальной группах

В мае показатель роста у школьниц составил 158,46 см, а у футболисток 159,6 см, что на 1,14 см больше. За летний период показатели в контрольной группе увеличились на 3,85 см и составили 162,31 см, а в экспериментальной на 2,8 см и составили 162,4 см. Разница между группами в показателях составила 0,09 см. В декабре рост у девочек составил 162,77 см и 163,7 см соответственно (табл. 2). Проанализируя эти данные мы видим, что динамика роста в экспериментальной группе на декабрь месяц больше, чем в контрольной на 0,93 см (рис. 2).

Таблица 2

Динамика роста у девочек 12–13 лет в контрольной и экспериментальной группах

№ п.п.	Группа	Май	Сентябрь	Декабрь
1	Контрольная (n=13)	158,46±1,91	162,31±1,96	162,77±1,82
2.	Экспериментальная (n=10)	159,6±2,00	162,4±2,12	163,7±1,95

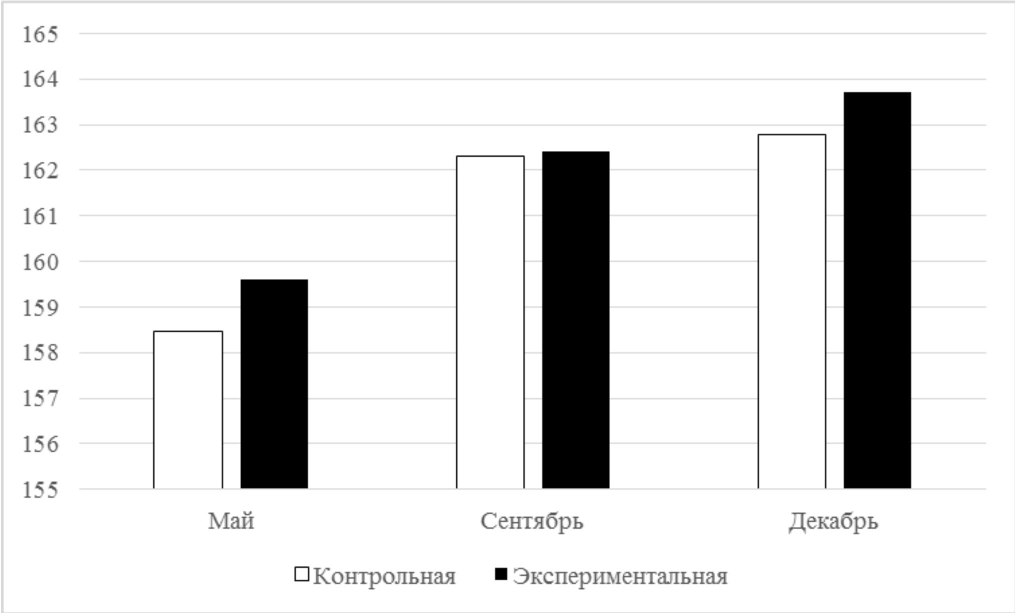

Рис. 2. Динамика роста у девочек 12–13 лет в контрольной и экспериментальной группах

Показатели веса в контрольной группе в мае составили 51,77 кг, что на 6,67 кг больше, чем в экспериментальной, у них весовой показатель составил 45,1 кг. За лето показатели увеличились на 0,54 и 1,5 кг и составили 52,31 кг и 46,6 кг соответственно. В декабре вес девочек увеличился на 1,13 кг у школьниц и снизился на 0,2 кг у футболисток (табл. 3). К декабрю экспериментальная группа на 7,14 кг оказалась легче, чем контрольная (рис. 3). Показатели в декабре отличаются статистически достоверно.

Таблица 3

Динамика веса у девочек 12–13 лет в контрольной и экспериментальной группах

№ п.п.	Группа	Май	Сентябрь	Декабрь
1.	Контрольная (n=13)	51,77±2,57	52,31±3,01	53,54±2,66
2.	Экспериментальная (n=10)	45,1±2,61	46,6±2,20	46,4±2,28*

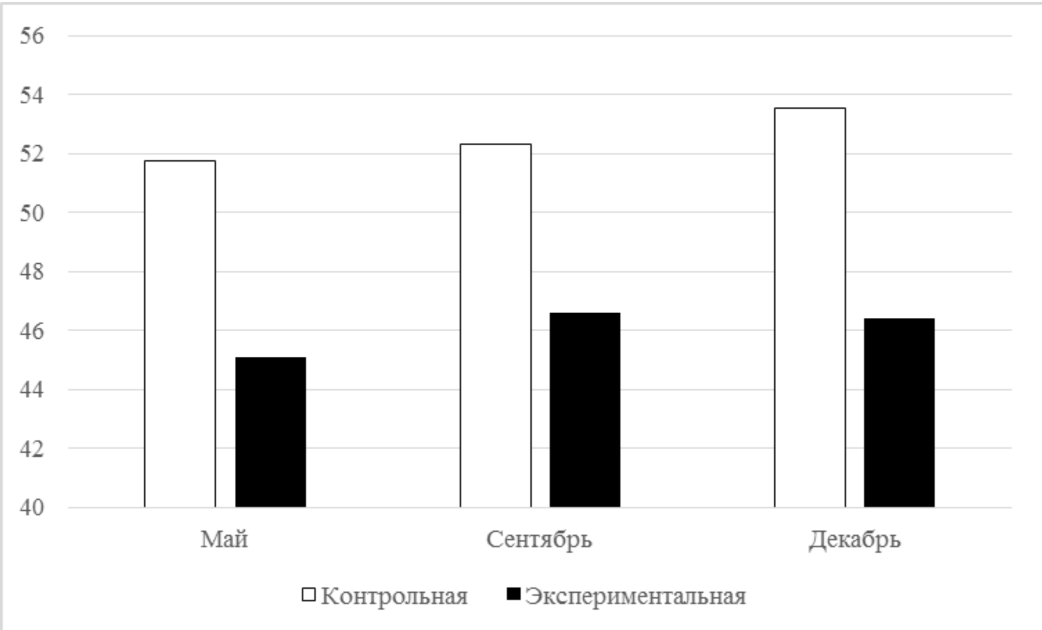

Рис. 3. Динамика веса у девочек 12–13 лет в контрольной и экспериментальной группах

Выводы. В ходе проведённого собственного исследования было установлено, что занятия мини-футболом оказывают влияние на морфофункциональное состояние спортсменок.

Объем грудной клетки у контрольной группы за весь период исследования больше, чем у экспериментальной. За 8 месяца у контрольной он увеличился на 4,92 см, а у экспериментальной всего на 1,7 см.

Динамика роста у девочек–футболисток довольно равна, но изначальные показатели у футболисток выше. За 8 месяца у контрольной группы рост увеличился на 4,31 см, а у экспериментальной на 4,1 см.

Вес у контрольной группы за период исследования увеличился на 1,77кг, а у экспериментальной на 1,3кг. Но, контрольная группа к декабрю на 7,14кг тяжелее, чем экспериментальная.

Список литературы

1. Губа В.П., Лексаков А.В. Организация учебно–тренировочного процесса футболистов различного возраста и подготовленности: учебное пособие. М.: Советский спорт, 2012. – 176 с.

2. Полозов А.А. Мини–футбол. Новые технологии в подготовке команд. М.: Советский Спорт, 2007. – 185 с.

Сведения об авторах

Ермакова Юлия Владимировна – студент кафедры теории и методики физической культуры и спорта Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

Харлан Алексей Леонидович – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *alexkharlan@mail.ru*

Рудин Максим Владимирович – кандидат педагогических наук, заведующий кафедрой теории и методики физической культуры и спорта Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: *fizvoss@bk.ru.*

THE DYNAMICS OF MORPHOLOGICAL CHANGES IN GIRLS 12-13 YEARS, ENGAGED IN MINI-FOOTBALL

Yu. V. Ermakova, A. L. Kharlan, M. V. Rudin
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

For the rational organization of the training process in team sports, it is necessary to take into account a number of factors, one of which is the morphological state of the athlete. The article presents the dynamics of morphological indicators of girls 12-13 years under the influence of mini-football. The results of the study should be used in the organization of the initial selection, as it is necessary to take into account not only physical but also morphological changes of young players in the planning of educational and training work, the definition of individual tasks, the regime of loads and rest.
Keywords: *mini-football, 12-13 years old girls, anthropometry, physical development.*

References

1. Guba V.P., Leksikov A.V. Organization of the training process of footballers of different age and preparedness: a training manual. M.: Soviet sport, 2012. - 176 p.

2. Polozov A.A. Mini-football. New technologies in team training. M.: Soviet Sport, 2007. - 185 p.

About authors

Ermakova Yu. V. – student, Department of Theory and Methods of Physical Culture and Sports, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky.

Kharlan A. L. - PhD in Biological Sciences, Associate Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: *alexkharlan@mail.ru*

Rudin M. V. – PhD in Pedagogic Sciences, Head of Department of Theory and Methodology of Physical culture and Sport, Bryansk state University named after academician I. G. Petrovsky, e-mail: *fizvoss@bk.ru.*

ТРЕБОВАНИЯ
К СОДЕРЖАНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПРЕДЛАГАЕМЫХ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ В РЕЦЕНЗИРУЕМОМ ЭЛЕКТРОННОМ НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ «УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА» («УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БГУ»)

Требования к содержанию статей.

В журнале «Ученые записки БГУ» публикуются статьи теоретического и прикладного характера, содержащие оригинальный материал исследований автора (соавторов), ранее нигде не опубликованный и не переданный в редакции других журналов. Материал исследований должен содержать научную новизну и/или иметь практическую значимость. К публикации принимаются только открытые материалы на русском, английском или немецком языках. Статьи обзорного, биографического характера, рецензии на научные монографии и т.п. пишутся, как правило, по заказу редколлегии журнала.

Требования к объему статей.

Полный объем статьи, как правило, не должен превышать 1 Мб, включая иллюстрации и таблицы.

Общие требования к оформлению статей.

Статьи представляются в электронном виде, подготовленные с помощью текстового редактора Microsoft Word (Word 97/2000, Word XP/2003) и разбитые на страницы размером А4. См. образец с настроенными стилями.

Все поля страницы – по 2 см, верхний и нижний колонтитулы – по 1,5 см. Текст набирается шрифтом Times New Roman, 12 pt, межстрочный интервал - одинарный, красная строка (абзац) - 1,25 см, выравнивание по ширине, включен режим принудительного переноса в словах. Страницы не нумеруются.

Если статья выполнена при поддержке гранта или на основе доклада, прочитанного на конференции, то необходимо сделать соответствующее упоминание в конце статьи.

К статье должна быть приложена авторская справка, содержащая следующую информацию по каждому автору: фамилию, имя, отчество (при наличии), научную степень, ученое звание, место работы, должность, точный почтовый адрес места работы (домашний адрес указывать недопустимо), контактный телефон – рабочий или сотовый (домашний телефон указывать недопустимо), e-mail, согласие на обработку указанных данных и размещение их в журнале. См. образец авторской справки.

В статье следует использовать только общепринятые сокращения.

Редакция не принимает к рассмотрению рукописи статей, оформленные не по установленным правилам.

Требования к структуре статей.

Статья формируется из отдельных структурных составляющих в следующей последовательности:

1) первая строка: номер УДК (стиль «УДК»);

2) вторая строка: название статьи (стиль «Название»);

3) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов (стиль «Автор»);

4) наименование организации(й), которую представляют авторы (стиль «Организация»);

5) пропустив одну строку: аннотация на русском языке (стиль «Аннотация»);

6) ключевые слова (стиль «Ключевые слова»);

7) пропустив одну строку: основной текст статьи (стиль «Текст») с иллюстрациями (стиль «Подрисуночная надпись») и таблицами (стили «Номер таблицы» и «Название таблицы»);

8) пропустив одну строку: список литературы (стили «Список литературы» и «Источники»);

9) пропустив одну строку: сведения об авторах (стили «Об авторах» и «Сведения»);

10) пропустив одну строку: название статьи на английском языке (стиль «Название»);

11) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов на латинице (стиль «Автор»);

12) наименование организации(й), которую представляют авторы, на латинице (стиль «Организация»);

13) пропустив одну строку: аннотация на английском языке (стиль «Аннотация»);

14) ключевые слова на английском языке (стиль «Ключевые слова»);

15) пропустив одну строку: список литературы на английском языке (стиль «Список литературы» и «Источники»);

16) пропустив одну строку: сведения об авторах на английском языке (стили «Об авторах» и «Сведения»).

Указанные структурные составляющие статьи являются обязательными.

Требования к оформлению структурных составляющих статей.

Аннотация на русском языке, в которой отражается краткое содержание статьи, должна иметь объем, как правило, не более 8 строк. Аннотация на английском языке должна содержать не менее 100-250 слов, быть информативной (отражать основное содержание статьи и результаты исследований) и оригинальной (не быть калькой аннотации на русском языке).

Количество ключевых слов на русском и английском языках не должно превышать 15 слов (для каждого языка).

Оптимальной считается следующая структура статьи: «Введение» с указанием актуальности и цели научной работы, «Постановка задачи», «Результаты», «Выводы или заключение», «Литература», «Приложение». В «Приложении» при необходимости могут приводиться математические выкладки, не вошедшие в основной текст статьи и иной вспомогательный материал). В тексте статьи допускается использование систем физических единиц СИ (предпочтительно) и/или СГСЭ. В обязательном порядке статья должна завершаться выводами или заключением.

Все иллюстрации и таблицы – не редактируемые файлы в формате jpg, которые должны быть вставлены в текст. Дополнительно иллюстрации прилагаются отдельными файлами в формате jpg. Рисунки встраиваются в текст через опцию «Вставка-Рисунок-Из файла» с обтеканием «В тексте» с выравниванием по центру страницы без абзацного отступа. Иные технологии вставки и обтекания не допускаются. Все рисунки и чертежи выполняются четко, в формате, обеспечивающем ясность понимания всех деталей; это особенно относится к фотокопиям и полутоновым рисункам. Рисунки, выполненные карандашом, не принимаются. Рисунки, выполненные в MS Word, недопустимы. Язык надписей на рисунках (включая единицы измерения) должен соответствовать языку самой статьи. Поясняющие надписи следует по возможности заменять цифрами и буквенными обозначениями, разъясняемыми в подписи к рисунку или в тексте. Авторов, использующих при подготовке рисунков компьютерную графику, просим придерживаться следующих рекомендаций: графики делать в рамке; штрихи на осях направлять внутрь; по возможности использовать шрифт Times New Roman; высота цифр и строчных букв должна соответствовать высоте букв в тексте статьи.

Формулы должны быть набраны только в редакторе формул (Microsoft Equation). Высота шрифта 12 pt, крупных индексов - 8 pt, мелких индексов – 5 pt, крупных символов – 18 pt, мелких символов – 12 pt. Формулы, внедренные как изображение, не допускаются! Статья должна содержать лишь самые необходимые формулы, от промежуточных выкладок желательно отказаться. Векторные величины выделяются прямым полужирным шрифтом. Все сколько-нибудь громоздкие формулы выносятся на отдельные строки. Формулы должны быть вставлены по центру в таблицу с невидимыми контурами, состоящей из двух колонок. Левая широкая колонка используется для размещения самой формулы, а правая узкая колонка – для номера формулы. Номер формулы ставится в скобках и располагается по центру ячейки таблицы. Нумеруются только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте статьи.

В список литературы включаются только те источники, на которые в тексте статьи имеются ссылки. Желательно шире использовать иностранные источники. Список формируется либо в порядке цитирования, либо в алфавитном порядке (вначале источники на русском языке, затем на иностранных языках). Ссылки на литературу по тексту статьи необходимо давать в квадратных скобках. Библиографические описания цитируемых источников в списке литературы оформляются в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Ссылки на работы, находящиеся в печати, не допускаются. Список литературы должен быть продублирован на латинице (см. Написание русских символов латиницей). Рекомендации по представлению ссылок в списке литературы на латинице, удовлетворяющего требованиям поисковых систем международных баз данных, – см. Представление источников на латинице.

Сведения об авторах должны включать следующую информацию (на русском и английском языках): фамилию и инициалы автора, ученую степень и ученое звание (при их наличии), должность с указанием места работы (полное название организации, без сокращения), адрес электронной почты. В англоязычном варианте желательно (но не обязательно) также привести дополнительную информацию, в частности, указать дату рождения, назвать законченные учебные заведения и полученные в них научные степени или квалификацию, указать область научных интересов и др.

Требования к составу присылаемого в редакцию комплекта документов.

В комплект документов, присылаемых в редакцию журнала, должны входить:

1) файл с расширением .doc, содержащий полностью подготовленную к публикации согласно вышеперечисленным требованиям журнала статью (включая размещенные в ее тексте рисунки), название которого складывается из фамилий всех авторов (например, «Иванов И.И.,Петров П.П.doc»);

2) файлы с расширением .jpg, содержащие по одному рисунку статьи, название которых соответствует номерам рисунков (например, «Рисунок 01.jpg»);

3) файлы с расширением .pdf, содержащие по одной авторской справке с подписью автора, название которых соответствует фамилии автора (например, «Иванов И.И.doc»).

К статьям, выполненными аспирантами или соискателями научной степени кандидата наук, необходимо приложить рекомендацию, подписанную научным руководителем (если научный руководитель не входит в число соавторов данной статьи).

Каждая статья в обязательном порядке проходит процедуру закрытого рецензирования. Порядок рецензирования установлен документом «Порядок рецензирования рукописей». По результатам рецензирования редколлегия оставляет за собой право либо вернуть автору статью на доработку, либо отклонить ее публикацию в журнале.

Редакция журнала оставляет за собой право на редактирование статей с сохранением авторского варианта научного содержания.

В опубликованной статье указывается дата поступления рукописи статьи в редакцию. В случае существенной переработки рукописи статьи указывается дата получения редакцией окончательного текста статьи.

Статьи публикуются бесплатно.

Все материалы отправлять по адресу:

241036, г. Брянск, ул. Бежицкая, д.20, каб. 101

Телефон: +7 (4832) 666-816

E-mail: uz_bgu@mail.ru

Изменения и дополнения к правилам оформления статей можно посмотреть на официальном сайте журнала: ***http://www. scim-brgu.ru***

СЕТЕВОЕ ИЗДАНИЕ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ / ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ

Учредитель и издатель:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Свидетельство о регистрации средства массовой информации выдано
Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015

Адрес учредителя:
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 14

Адрес редакции и издателя:
РИО ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 20

Дата размещения сетевого издания в сети Интернет на официальном сайте http://scim-brgu.ru – 01.06.2018

16+