

ISSN 2519-2574

Ученые записки
Брянского
государственного
университета

№ 3
2017

Физико-математические науки
/ Биологические науки / Ветеринарные науки

Председатель редакционной коллегии

Антюхов Андрей Викторович – ректор Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского, доктор филологических наук, профессор

Главный редактор журнала

Зайцева Елена Владимировна – доктор биологических наук, профессор

Ответственные редакторы

Родикова Евгения Геннадьевна – кандидат физико-математических наук (*физико-математические науки*)

Семениченков Юрий Алексеевич – доктор биологических наук (*биологические науки*)

Харлан Алексей Леонидович – кандидат биологических наук (*ветеринарные науки*)

Редакционная коллегия

Анищенко Лидия Николаевна, доктор биологических наук, профессор кафедры географии, экологии и землеустройства Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Будько Сергей Леонадьевич, кандидат физико-математических наук, профессор Университета Айовы (США, г. Айова)

Булохов Алексей Данилович, доктор биологических наук, профессор, декан естественно-географического факультета Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Зайцева Елена Владимировна, доктор биологических наук, профессор, декан естественно-географического факультета Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Заякин Владимир Васильевич, доктор биологических наук, профессор кафедры химии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Зенкин Алексей Сергеевич, доктор биологических наук, заведующий кафедрой морфологии, физиологии и ветеринарной патологии Мордовского государственного университета им. Н. П. Огарева (Россия, г. Саранск)

Иванов Николай Петрович, доктор ветеринарных наук, профессор, главный научный сотрудник ТОО «Казахский научно-исследовательский ветеринарный институт», академик Национальной академии наук Республики Казахстан (НАН РК) (Казахстан, г. Алматы)

Лебедько Егор Яковлевич, доктор сельскохозяйственных наук, профессор, директор Института повышения квалификации кадров агро-бизнеса, международных связей и культуры Брянского государственного аграрного университета, Почетный работник высшего профессионального образования РФ (Россия, г. Брянск)

Любимов Валерий Борисович, доктор биологических наук, профессор кафедры географии, экологии и землеустройства Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Мельников Игорь Владимирович, кандидат биологических наук, доцент кафедры географии, экологии и землеустройства Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Муканов Касым Касенович, доктор ветеринарных наук, профессор, заместитель генерального директора РГП Национального центра биотехнологии Комитета науки МОН Республики Казахстан (Казахстан, г. Алматы)

Нам Ирина Ян-Гуовна, доктор биологических наук, профессор кафедры химии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Новиков Владимир Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, директор учебно-

исследовательского центра «Брянская физическая лаборатория» (Россия, г. Брянск)

Попов Павел Аркадьевич, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник учебно-исследовательского центра «Брянская физическая лаборатория» (Россия, г. Брянск)

Пронин Валерий Васильевич, доктор биологических наук, профессор, заведующий кафедрой нормальной, патологической анатомии и ветсанэкспертизы Ивановской государственной сельскохозяйственной академии (Россия, г. Иваново)

Райдойичич Бильана, доктор ветеринарных наук, профессор Белградского университета (Сербия, г. Белград)

Расулов Карим Магомедович, доктор физико-математических наук, профессор, Заслуженный работник высшей школы РФ, заведующий кафедрой математического анализа Смоленского государственного университета (Россия, г. Смоленск)

Родикова Евгения Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Селезнев Сергей Борисович, доктор ветеринарных наук, профессор департамента ветеринарной медицины аграрно-технологического института Российского Университета Дружбы Народов, Заслуженный деятель науки РФ (Россия, г. Москва)

Семениченков Юрий Алексеевич, доктор биологических наук, профессор кафедры биологии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Сорокина Марина Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и геометрии Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Тельцов Леонид Петрович, доктор биологических наук, профессор кафедры морфологии, физиологии и ветеринарной патологии Мордовского государственного университета им. Н. П. Огарева (Россия, г. Саранск)

Харлан Алексей Леонидович, кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии, заместитель декана естественно-географического факультета Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Черный Николай Васильевич, доктор ветеринарных наук, профессор, заведующий кафедрой гигиены животных и ветеринарной санитарии Харьковской государственной зооветеринарной академии (Украина, г. Харьков)

Шамоян Файзо Азатович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического анализа Брянского государственного университета им. акад. И. Г. Петровского (Россия, г. Брянск)

Свидетельство о регистрации средства массовой информации Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Ответственность за фактические данные, представленные в статьях, лежит на их авторах

ISSN 2519-2574

SCIENTIFIC NOTES
of the Bryansk State University

N 3
2017

Physics and Mathematics / Biology / Veterinary

Head of the Editorial board

Andrey Viktorovich Antyukhov, Rector of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky,
Sc. D. in Philological Sciences, Professor

Editor-in-chief

Elena Vladimirovna Zaitseva, Sc. D. in Biological sciences, Professor

Associate editors

Eugenia Gennadievna Rodikova, Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences

Yury Alexeevich Semenishchenkov, Sc. D. in Biological Sciences

Alexey Leonidovich Kharlan, Ph. D. in Biological Sciences

Editorial board

Anischenko L. N., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Geography, Ecology and Land Management of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Budko S. L., Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, the Professor of the National laboratory in Ames of the University of Iowa (USA, Iowa)

Bulokhov A. D., Sc. D. in Biological Sciences, Professor, Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, Head of the Dpt. of Biology of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Zaitseva E. V., Sc. D. in Biological Sciences, Professor, Dean of the Faculty of Natural Sciences of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Zayakin V. V., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Chemistry of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Zenkin A. S., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Mordovian State University named after N. P. Ogarev (Russia, Saransk)

Ivanov N. P., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor, Chief researcher of the LLC «Kazakh Research Veterinary Institute», Academician (Kazakhstan, Almaty)

Lebedko E. Ya., Sc. D. in Agricultural Sciences, Professor, Honorary Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, Bryansk State Agricultural University (Russia, Bryansk region)

Lyubimov V. B., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Geography, Ecology and Land Management of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Melnikov I. V., Ph. D. in Biological Sciences, Associate Professor of the Dpt. of Geography, Ecology and Land Management of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Mukanov K. K., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor, Deputy Director of RSE «National Center for Biotechnology» MES Committee of science of Republic of Kazakhstan (Kazakhstan, Almaty)

Nam I. Ya., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Chemistry of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Novikov V. V., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Director of the Training and Research Center «Bryansk Physical Laboratory» (Russia, Bryansk)

Popov P. A., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Dpt. of Experimental and Theoretic Physics, Leading researcher of the Training and Research Center «Bryansk Physical Laboratory» (Russia, Bryansk)

Pronin V. V., Sc. D. in Biological Sciences, Head of the Dpt. of Normal, pathological anatomy and veterinary sanitary inspection of the Ivanovo State Agricultural Academy (Russia, Ivanovo)

Raidoyichich B., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor of the University of Belgrade (Serbia, Belgrade)

Rasulov K. M., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Higher School of the Russian Federation, Head of the Dpt. of Mathematical analysis of the Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Rodikova E. G., Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Dpt. of Mathematical Analysis of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Seleznev S. V., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor of the Russian University of Peoples' Friendship, Honored Worker of Science of the Russian Federation (Russia, Moscow)

Semenishchenkov Yu. A., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Dpt. of Biology of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Sorokina M. M., Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Dpt. of the Algebra and Geometry of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Teltsov L. P., Sc. D. in Biological Sciences, Professor of the Mordovian State University named after N. P. Ogarev (Russia, Saransk)

Kharlan A. L., Ph. D. in Biological Sciences, Associate Professor of the Dpt. of Biology, Deputy Dean of the Faculty of Natural Sciences of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Chernyi N. V., Sc. D. in Veterinary Sciences, Professor of the Kharkiv State Academy of Animal Health (Ukraine, Kharkov)

Shamoyan F. A., Sc. D. in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Dpt. of Mathematical Analysis of the Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

СОДЕРЖАНИЕ

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Антоненкова О. Е., Часова Н. А.

- Об интегральных операторах в пространствах аналитических в верхнем
полупространстве функций со смешанной нормой 7

Охлупина О.В.

- Построение параметрического представления класса субгармонических функций с
характеристикой из L^p - весовых пространств ($0 < p < +\infty$) 15

Трубников С.В.

- Оценка погрешности численного решения операторного уравнения на основе
принципов предельного обнуления и минимизации невязки 21

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Карпутина А. Ю.

- Выбор сервопривода для манипулятора мехатронного технологического комплекса.. 26

Симукова С.В., Пилипенко К.С.

- Изучение закона Ома на участке цепи с помощью демонстрационного набора
сопротивлений..... 30

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

Баранова В.И., Семенищенков Ю.А.

- Распространение, фитоценоотические связи и особенности биологии в культуре
Ulmus minor Mill. (*Ulmaceae*) в Брянской области 35

Иванова Т.Г., Барышникова Е.И.

- Влияние витамина В₆ и его производных на организм мышей 43

Ноздрачева Е.В., Менькова М.Н.

- Исследование структурно-функциональных изменений в организме человека при
различных формах туберкулеза легких 47

ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ

Лось С.Л., Зайцева Е.В.

- Изменение соматометрических показателей птиц под влиянием аморфных
кремнеземов 53

- ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ,
ПРЕДЛАГАЕМЫХ ДЛЯ ПУБЛИКАЦИИ В РЕЦЕНЗИРУЕМОМ ЭЛЕКТРОННОМ
НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ «УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БРЯНСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА» («УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БГУ») 57

CONTENT

FUNDAMENTAL AND APPLIED MATHEMATICS

<i>Antonenkova O.E., Chasova N.A.</i>	
About integral operators in spaces of analytic functions in the upper half-space with mixed norm	7
<i>Okhlupina O.V.</i>	
Construction of the parametric representation for a class of subharmonic functions with characteristic from L^p -weight spaces ($0 < p \leq +\infty$)	15
<i>Trubnikov S.V.</i>	
An error estimate for the numerical solution of operator equations based on the principles of the limit reset and minimization of the residual	21

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL PHYSICS

<i>Karputina A.Y.</i>	
Selection of servomotor for manipulator of mechatron technological complex.....	26
<i>Simukova S. V., Pilipenko K. S.</i>	
The study of Ohm's law on the circuit section by a demonstration plant of resistances	30

FUNDAMENTAL AND APPLIED BIOLOGY

<i>Barinova V.I., Semenishchenkov Yu.A.</i>	
Distribution, phytocoenotic connections and features of biology in culture of Rare species <i>Ulmus minor</i> Mill. (<i>Ulmaceae</i>) in the Bryansk region	35
<i>Ivanova T.G., Baryshnikova E.I.</i>	
The effects of vitamin B6 and its derivatives in mice	43
<i>Nozdracheva E.V., Menkova M.N.</i>	
Study of structural-functional changes in the human body in various forms of pulmonary tuberculosis	47

VETERINARY SCIENCES

<i>Los S.L., Zaitseva E.V.</i>	
Change in somatometric indicators of birds under the influence of amorphous silica ...	53

REQUIREMENTS TO THE CONTENTS AND PAPERS OFFERED FOR PUBLICATION IN PEER-REVIEWED ELECTRONIC SCIENTIFIC JOURNALS "SCIENTIFIC NOTES OF BRYANSK STATE UNIVERSITY" ("SCIENTIFIC NOTES OF BSU").....	57
---	----

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 517.53

ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРАХ В ПРОСТРАНСТВАХ АНАЛИТИЧЕСКИХ В ВЕРХНЕМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ФУНКЦИЙ СО СМЕШАННОЙ НОРМОЙ

О. Е. Антоненкова, Н. А. Часова

ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет»

В явном виде строится интегральный проектор, отображающий пространство $L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$ на соответствующее пространство аналитических в верхнем полупространстве функций при $\vec{p} = (p_1, \dots, p_n)$, $\vec{q} = (q_1, \dots, q_n)$, $1 \leq p_j, q_j < +\infty$, $j = \overline{1, n}$.

Ключевые слова: аналитическая функция, верхнее полупространство, интегральный проектор, пространство $A^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$.

Обозначим через C_+ верхнюю полуплоскость на комплексной плоскости, то есть $C_+ = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z > 0\}$, тогда $C_+^n = \{(z_1, \dots, z_n) \in C^n : \operatorname{Im} z_j > 0, j = \overline{1, n}\}$ – верхнее полупространство в n - мерном комплексном пространстве C^n .

$L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$ – пространство измеримых на C_+^n функций f , для которых

$$\|f\|_{L^{\vec{p}, \vec{q}}} = \left(\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \left(\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(z_1, \dots, z_n)|^{p_1} dx_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} dy_1 \right)^{\frac{p_2}{q_1}} \dots dx_n \right)^{\frac{q_n}{p_n}} dy_n \right)^{\frac{1}{q_n}} < +\infty,$$

где $\vec{p} = (p_1, \dots, p_n)$, $\vec{q} = (q_1, \dots, q_n)$, $1 \leq p_j, q_j < +\infty$, $z_j = x_j + iy_j \in C_+$, $j = \overline{1, n}$.

При указанных $\vec{p}$ и $\vec{q}$ обозначим через $A^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$ подпространство пространства $L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$ состоящее из аналитических в C_+^n функций.

Введём следующие обозначения:

$$K_{\alpha_j}(\xi_j \eta_j, x_j y_j) = \frac{\eta_j^{\alpha_j}}{(\xi_j - i\eta_j - z_j)^{\alpha_j+2}}, \quad \alpha_j > -1, \quad z_j = x_j + iy_j, \quad \zeta_j = \xi_j + i\eta_j \in C_+, \quad j = \overline{1, n},$$

$$\Lambda(z_j) = \frac{1}{y_j \frac{1}{q_j}}, \quad z_j = x_j + iy_j \in C_+, \quad \frac{1}{q_j} + \frac{1}{q'_j} = 1, \quad j = \overline{1, n}.$$

Докажем следующее вспомогательное утверждение.

Лемма. Справедлива оценка

$$\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_j}(\xi_j \eta_j, x_j y_j)| \Lambda^{q'_j}(\zeta_j) d\xi_j d\eta_j \leq C \Lambda^{q'_j}(z_j),$$

где $z_j = x_j + iy_j$, $\zeta_j = \xi_j + i\eta_j \in C_+$, $\alpha_j > -1$, $1 \leq q'_j < +\infty$, $j = \overline{1, n}$.

Доказательство.

$$\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_j}(\xi_j \eta_j, x_j y_j)| \Lambda^{q'_j}(\zeta_j) d\xi_j d\eta_j = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\eta_j^{\alpha_j}}{|\xi_j - i\eta_j - z_j|^{\alpha_j+2}} \frac{1}{\eta_j^{q'_j}} d\xi_j d\eta_j =$$

$$= \int_0^{+\infty} \eta_j^{\alpha_j - \frac{1}{q_j}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi_j}{|\xi_j - i\eta_j - z_j|^{\alpha_j+2}} d\eta_j.$$

Рассмотрим внутренний интеграл

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi_j}{|\xi_j - i\eta_j - z_j|^{\alpha_j+2}} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\xi_j}{\left((\xi_j - x_j)^2 + (\eta_j + y_j)^2\right)^{\frac{\alpha_j+2}{2}}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt_j}{\left(t_j^2 + (\eta_j + y_j)^2\right)^{\frac{\alpha_j+2}{2}}} = \\ &= 2 \int_0^{+\infty} \frac{dt_j}{\left(t_j^2 + (\eta_j + y_j)^2\right)^{\frac{\alpha_j+2}{2}}} = 2 \left(\int_0^{\eta_j+y_j} \frac{dt_j}{\left(t_j^2 + (\eta_j + y_j)^2\right)^{\frac{\alpha_j+2}{2}}} + \int_{\eta_j+y_j}^{+\infty} \frac{dt_j}{\left(t_j^2 + (\eta_j + y_j)^2\right)^{\frac{\alpha_j+2}{2}}} \right) \leq \\ &\leq 2 \left(\int_0^{\eta_j+y_j} \frac{dt_j}{(\eta_j + y_j)^{\alpha_j+2}} + \int_{\eta_j+y_j}^{+\infty} \frac{dt_j}{t_j^{\alpha_j+2}} \right) \leq \frac{C}{(\eta_j + y_j)^{\alpha_j+1}}, \end{aligned}$$

где $C = C(\alpha_j) = 2 + \frac{2}{\alpha_j + 1}$.

Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_j}(\xi_j \eta_j, x_j y_j) \Lambda^{q_j}(\zeta_j) d\xi_j d\eta_j &\leq C \int_0^{+\infty} \frac{\eta_j^{\alpha_j - \frac{1}{q_j}}}{(\eta_j + y_j)^{\alpha_j+1}} d\eta_j = \\ &= C \left(\int_0^{y_j} \frac{\eta_j^{\alpha_j - \frac{1}{q_j}}}{(\eta_j + y_j)^{\alpha_j+1}} d\eta_j + \int_{y_j}^{+\infty} \frac{\eta_j^{\alpha_j - \frac{1}{q_j}}}{(\eta_j + y_j)^{\alpha_j+1}} d\eta_j \right) \leq \\ &\leq C \left(\int_0^{y_j} \frac{\eta_j^{\alpha_j - \frac{1}{q_j}}}{y_j^{\alpha_j+1}} d\eta_j + \int_{y_j}^{+\infty} \frac{\eta_j^{\alpha_j - \frac{1}{q_j}}}{\eta_j^{\alpha_j+1}} d\eta_j \right) \leq \frac{C}{y_j^{\frac{1}{q_j}}} = C \Lambda^{q_j}(z_j). \end{aligned}$$

Лемма доказана.

Далее если существует положительное число $C > 0$, такое что $f(\zeta) \leq Cg(\zeta)$, $\zeta \in E$, где f и g – две вещественнозначные функции с общей областью определения E , тогда будем обозначать $f(\zeta) \lesssim g(\zeta)$.

Построим интегральный проектор, отображающий пространство $L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$ на пространство $A^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$. Отметим, что аналогичные результаты в весовых пространствах со смешанной нормой аналитических в поликруге и шаре функций установлены ранее в работах [1 – 5].

Теорема. Пусть

$$F(z_1, \dots, z_n) = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_n}(\xi_n \eta_n, x_n y_n) \dots \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1) f(\zeta_1, \dots, \zeta_n) d\xi_1 d\eta_1 \dots d\xi_n d\eta_n,$$

где $z_j = x_j + iy_j$, $\zeta_j = \xi_j + i\eta_j$, $\alpha_j > -1$, $j = \overline{1, n}$.

Если $f(\zeta) \in L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$, то $F(z) \in A^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$, где $z = (z_1, \dots, z_n)$, $\zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_n) \in C_+^n$, $\vec{p} = (p_1, \dots, p_n)$, $\vec{q} = (q_1, \dots, q_n)$, $1 \leq p_j, q_j < +\infty$.

Доказательство. Проведём доказательство при $n = 2$, так как в общем случае доказательство проходит по той же схеме.

Запишем норму функции $F(z_1, z_2)$ в пространстве $L^{p_1, q_1}(C_+)$:

$$\begin{aligned} \|F(z_1, z_2)\|_{L^{p_1, q_1}(C_+)} &= \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |F(x_1 + iy_1, z_2)|^{p_1} dx_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} dy_1 \right]^{\frac{1}{q_1}} = \\ &= \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1) f(\zeta_1, \zeta_2) d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \right|^{p_1} dx_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} dy_1 \right]^{\frac{1}{q_1}} \leq \\ &\leq \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| |f(\zeta_1, \zeta_2)| d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2 \right)^{p_1} dx_1 \right]^{\frac{q_1}{p_1}} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}}. \end{aligned}$$

Воспользуемся дважды неравенством Минковского

$$\begin{aligned} \|F(z_1, z_2)\|_{L^{p_1, q_1}(C_+)} &\leq \\ &\leq \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| |f(\zeta_1, \zeta_2)| d\xi_1 d\eta_1 \right)^{p_1} dx_1 \right]^{\frac{q_1}{p_1}} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 \leq \\ &\leq \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| |f(\zeta_1, \zeta_2)| d\xi_1 \right)^{p_1} dx_1 \right)^{\frac{1}{p_1}} d\eta_1 \right]^{q_1} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2. \end{aligned}$$

Применяя далее неравенство Гёльдера с показателями p_1 и p'_1 , где $p'_1 = \frac{p_1}{p_1 - 1}$, будем

иметь:

$$\begin{aligned} \|F(z_1, z_2)\|_{L^{p_1, q_1}(C_+)} &\leq \\ &\leq \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right) \times \right. \right. \right. \\ &\quad \times \left. \left. \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| d\xi_1 \right)^{\frac{p_1}{p'_1}} dx_1 \right)^{\frac{1}{p_1}} d\eta_1 \right]^{q_1} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 \leq \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \times \\ &\quad \times \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right) \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)|^{p_1} dx_1 \right)^{\frac{p_1}{p'_1} + 1} \right)^{\frac{1}{p_1}} d\eta_1 \right]^{q_1} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 = \end{aligned}$$

$$= \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{1}{p_1}} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| dx_1 \right) d\eta_1 \right]^{q_1} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2.$$

Умножив и разделив подынтегральное выражение на функцию $\Lambda(\zeta_1)$, воспользуемся неравенством Гёльдера с показателями q_1 и q'_1 , где $q'_1 = \frac{q_1}{q_1 - 1}$.

$$\begin{aligned} & \|F(z_1, z_2)\|_{L^{p_1, q_1}(C_+)} \leq \\ & \leq \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{1}{p_1}} \frac{1}{\Lambda(\zeta_1)} \times \right. \right. \\ & \quad \times \left. \left. \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| \Lambda(\zeta_1) dx_1 \right) d\eta_1 \right]^{q_1} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 \leq \\ & \leq \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} \frac{1}{\Lambda^{q_1}(\zeta_1)} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| dx_1 d\eta_1 \right]^{\frac{q_1}{q_1}} \times \right. \\ & \quad \times \left. \left. \left(\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| \Lambda^{q'_1}(\zeta_1) dx_1 d\eta_1 \right)^{\frac{q_1}{q'_1}} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2. \end{aligned}$$

Применяя к внутреннему интегралу лемму, получим

$$\begin{aligned} & \|F(z_1, z_2)\|_{L^{p_1, q_1}(C_+)} \lesssim \\ & \lesssim \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\Lambda^{q_1}(\zeta_1)} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| dx_1 d\eta_1 \right]^{\frac{q_1}{q_1}} \times \right. \\ & \quad \times \left. \left. \left(\Lambda^{q'_1}(z_1) \right)^{\frac{q_1}{q'_1}} dy_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \times \right. \\ & \quad \times \left. \left\{ \int_0^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\Lambda^{q_1}(\zeta_1)} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| dx_1 d\eta_1 \Lambda^{q_1}(z_1) dy_1 \right]^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 = \right. \right. \\ & \quad = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \times \\ & \quad \times \left. \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\zeta_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} \frac{1}{\Lambda^{q_1}(\zeta_1)} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_1}(\xi_1 \eta_1, x_1 y_1)| \Lambda^{q_1}(z_1) dx_1 dy_1 d\eta_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2. \end{aligned}$$

Снова применяя лемму, будем иметь

$$\begin{aligned}
& \|F(z_1, z_2)\|_{L^{p_1, q_1}(C_+)} \lesssim \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) \times \\
& \times \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\xi_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} \frac{1}{\Lambda^{q_1}(\zeta_1)} \Lambda^{q_1}(\zeta_1) d\eta_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 = \\
& = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |f(\xi_1, \zeta_2)|^{p_1} d\xi_1 \right)^{\frac{q_1}{p_1}} d\eta_1 \right\}^{\frac{1}{q_1}} d\xi_2 d\eta_2 = \\
& = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}} d\xi_2 d\eta_2.
\end{aligned}$$

Запишем теперь норму функции $F(z_1, z_2)$ в пространстве $L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^2)$, где $\vec{p} = (p_1, p_2)$, $\vec{q} = (q_1, q_2)$.

$$\begin{aligned}
\|F(z_1, z_2)\|_{L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^2)} &= \left(\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \|F(\bullet, x_2 + iy_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} dx_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} dy_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} \leq \\
&\leq \left(\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}} d\xi_2 d\eta_2 \right)^{p_2} dx_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} dy_2 \right)^{\frac{1}{q_2}}.
\end{aligned}$$

Воспользуемся неравенством Минковского

$$\begin{aligned}
\|F(z_1, z_2)\|_{L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^2)} &\leq \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) \times \right. \right. \right. \right. \\
&\times \left. \left. \left. \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\xi_2 \right)^{\frac{1}{p_2}} d\eta_2 \right]^{p_2} dx_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} dy_2 \right\}^{\frac{1}{q_2}}.
\end{aligned}$$

Применим неравенство Гёльдера с показателями p_2 и p'_2 , где $p'_2 = \frac{p_2}{p_2 - 1}$

$$\begin{aligned}
\|F(z_1, z_2)\|_{L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^2)} &\leq \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\xi_2 \right) \times \right. \right. \right. \\
&\times \left. \left. \left. \left(\int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2) d\xi_2 \right)^{\frac{p_2}{p'_2}} dx_2 \right]^{\frac{1}{p_2}} d\eta_2 \right)^{q_2} dy_2 \right\}^{\frac{1}{q_2}} \leq
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| dx_2 \right)^{\frac{p_2+1}{p_2}} d\eta_2 \right)^{\frac{1}{p_2}} dy_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} = \\
&= \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \right)^{\frac{1}{p_2}} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| dx_2 \right)^{\frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2}} d\eta_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} dy_2 \right\} = \\
&= \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \right)^{\frac{1}{p_2}} \frac{1}{\Lambda(\zeta_2)} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \Lambda(\zeta_2) dx_2 d\eta_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} dy_2 \right\}^{\frac{1}{q_2}}.
\end{aligned}$$

Воспользуемся неравенством Гёльдера с показателями q_2 и q'_2 , где $q'_2 = \frac{q_2}{q_2 - 1}$.

$$\begin{aligned}
&\|F(z_1, z_2)\|_{L^{\bar{p}, \bar{q}}(C_+^2)} \leq \\
&\leq \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)|}{\Lambda^{q_2}(\zeta_2)} dx_2 d\eta_2 \right)^{\frac{q_2}{q_2}} \times \\
&\times \left(\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \Lambda^{q'_2}(\zeta_2) dx_2 d\eta_2 \right)^{\frac{q_2}{q'_2}} dy_2 \right\}^{\frac{1}{q_2}}.
\end{aligned}$$

Применяя к внутреннему интегралу лемму, получим

$$\begin{aligned}
&\|F(z_1, z_2)\|_{L^{\bar{p}, \bar{q}}(C_+^2)} \lesssim \\
&\lesssim \left\{ \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)|}{\Lambda^{q_2}(\zeta_2)} dx_2 d\eta_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} \Lambda^{q_2}(z_2) dy_2 \right\} \lesssim \\
&\lesssim \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} \frac{1}{\Lambda^{q_2}(\zeta_2)} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |K_{\alpha_2}(\xi_2 \eta_2, x_2 y_2)| \Lambda^{q_2}(z_2) dx_2 dy_2 d\eta_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} \lesssim \\
&\lesssim \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} \frac{\Lambda^{q_2}(\zeta_2)}{\Lambda^{q_2}(\zeta_2)} d\eta_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} = \left(\int_0^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \|f(\bullet, \zeta_2)\|_{L^{p_1, q_1}}^{p_2} d\zeta_2 \right)^{\frac{q_2}{p_2}} d\eta_2 \right)^{\frac{1}{q_2}} = \|f\|_{L^{\bar{p}, \bar{q}}}.
\end{aligned}$$

В последнем неравенстве мы также воспользовались леммой.

Учитывая тот факт, что функция $F(z_1, z_2)$ аналитическая в верхнем полупространстве, получаем заключение теоремы.

Теорема доказана.

Список литературы

1. Антоненкова О.Е., Шамоян Ф.А. Преобразование Коши линейных функционалов и проекторы в весовых пространствах аналитических функций // Сиб. мат. журн. – 2005. – Т. 46. – № 6. – С. 1208–1234.
2. Антоненкова О.Е., Шамоян Ф.А. Описание линейных непрерывных функционалов в весовых пространствах аналитических в шаре функций со смешанной нормой // Успехи математических наук. – 2005. – Т. 60. – № 4. – С. 217–218.
3. Часова Н.А. Ограниченные проекторы и линейные непрерывные функционалы в весовых пространствах со смешанной нормой аналитических в поликруге функций // Тр. математического центра им. Н. И. Лобачевского. – Казань. – 2001. – Т. 8. – С. 237–238.
4. Шамоян Ф.А., Часова Н.А. Ограниченные проекторы и линейные непрерывные функционалы в весовых пространствах аналитических в поликруге функций со смешанной нормой. – Брянск: Изд-во БГУ, 2002. – 26 с.
5. Антоненкова О.Е., Часова Н.А. Ограниченные проекторы в пространствах гармонических в верхнем полупространстве функций со смешанной нормой // Современные методы теории функций и смежные проблемы. Мат. Воронежской зимней математической школы. – Воронеж: ВГУ, 2009. – С. 11–12.

Сведения об авторах

Антоненкова Ольга Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: anto-olga@yandex.ru

Часова Наталья Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: chasnat@bk.ru

ABOUT INTEGRAL OPERATORS IN SPACES OF ANALYTIC FUNCTIONS IN THE UPPER HALF-SPACE WITH MIXED NORM

O.E. Antonenkova, N.A. Chasova

Bryansk State Engineering-Technological University

We construct an integral projection that sends the space $L^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$ for $\vec{p} = (p_1, \dots, p_n)$, $\vec{q} = (q_1, \dots, q_n)$, $1 \leq p_j, q_j < +\infty$, $j = \overline{1, n}$ onto the corresponding space of analytic in the upper half-space functions.

Keywords: analytic function, upper half-space, integral projection, space $A^{\vec{p}, \vec{q}}(C_+^n)$.

References

1. Antonenkova O.E., Shamoyan F.A. The Cauchy transform of continuous linear functionals and projections on the weighted spaces of analytic functions // Sib. Math. Journ. – 2005. – V. 46. – № 6. – P. 1208–1234.
2. Antonenkova O.E., Shamoyan F.A. Description of continuous linear functionals on mixed-norm weighted spaces of analytic functions on the unit ball // Russian Math. Surveys. – 2005. – V. 60. – № 4. – P. 217–218.
3. Chasova N.A. A bounded projections and continuous linear functionals in weighted spaces of analytic functions in a polydisc with mixed norm // Proceedings of the Lobachevsky Math. Centre. – Kazan'. – 2001. – V. 8. – P. 237–238.
4. Shamoyan F.A., Chasova N.A. A bounded projections and continuous linear functionals in weighted spaces of analytic functions in a polydisc with mixed norm. – Bryansk: BSU, 2002. – 26 p.

5. Antonenkova O.E., Chasova N.A. A bounded projections in spaces of harmonic functions in the upper half-space with mixed norm // Modern methods of theory of functions and related problems. Mat. of Voronezh Winter Mathematical School. – Voronezh: VSU, 2009. – P. 11–12.

About authors

Antonenkova O. E. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Mathematics, Bryansk State engineering-technological University, e-mail: *anto-olga@yandex.ru*

Chasova N. A. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Mathematics, Bryansk State engineering-technological University, e-mail: *chasnat@bk.ru*

УДК 517.53

ПОСТРОЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КЛАССА СУБГАРМОНИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ИЗ L^p - ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВ ($0 < p < +\infty$)

О.В. Охлупина

ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет»

В работе описан класс субгармонических в полуплоскости функций, характеристика Неванлинны которых принадлежит весовым L^p - пространствам ($0 < p < +\infty$).

Ключевые слова: субгармоническая функция, мера, гармоническая функция, характеристика Неванлинны.

Введём предварительно следующие обозначения: C^+ - верхняя полуплоскость комплексной плоскости, $C_\rho^+ = \{z \in C : \operatorname{Im} z > \rho\}$, $\rho > 0$, $z = x + iy$, $SH(C^+)$ - множество субгармонических функций в C^+ .

Рассмотрим класс $SH_\alpha^p(C^+)$ ($0 < \alpha < +\infty$, $0 < p < +\infty$) субгармонических в C^+ функций u , для которых: $\int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u^+(x+iy) dx \right)^p dy < +\infty$; $\limsup_{y \rightarrow +\infty} yu(iy) \geq 0$;

$$\sup_{y > y_0} \int_{-\infty}^{+\infty} |u(x+iy)| dx \leq C_{y_0} < +\infty, \quad \forall y_0 > 0.$$

А. М. Джрбашян и Г. В. Микаелян (см. [1]) ввели факторы $a_\beta(z, \zeta) = \exp \left\{ - \int_0^{2\operatorname{Im} \zeta} \frac{r^\beta dr}{(r+i\zeta-iz)^{\beta+1}} \right\}$, где $\zeta \in C^+$, $-1 < \beta < +\infty$. В случае $\beta = 0$:

$$a_0(z, \zeta) = \frac{\zeta - z}{\zeta - \bar{z}}.$$

Основным результатом статьи является

Теорема. Субгармоническая функция u принадлежит классу $SH_\alpha^p(C^+)$, $0 < p < +\infty$, $0 < \alpha < +\infty$, тогда и только тогда, когда в C^+ u допускает представление: $u(z) = \int_{C^+} \ln |a_\beta(z, \zeta)| d\mu(\zeta) + h(z)$, где $h(z)$ - гармоническая функция в C^+ , удовлетворяющая условию:

$$\int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |h(x+iy)| dx \right)^p dy < +\infty, \quad \mu(\zeta) - \text{неотрицательная мера в } C^+, \text{ для}$$

$$\text{которой } \int_0^{+\infty} y^p y^{\alpha-1} n(y) dy < +\infty, \quad n(y) = \mu(C_y^+), \quad \beta > \frac{\alpha-1}{p} + 1.$$

Доказательство теоремы основано на следующих вспомогательных утверждениях.

Лемма 1. Пусть u - произвольная субгармоническая функция из класса $SH_\alpha^p(C^+)$, $0 < p < +\infty$, $n(y) = \mu(C_y^+)$. Тогда справедливы оценки:

$$\text{а) } \int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |u(x+iy)| dx \right)^p dy \leq C \int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u^+(x+iy) dx \right)^p dy,$$

$$б) \int_0^{+\infty} y^p y^{\alpha-1} n^p(y) dy \leq C \int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u^+(x+iy) dx \right)^p dy < +\infty.$$

Лемма 2. Пусть $n(y) = \mu(C_y^+)$. Тогда условие $\int_0^{+\infty} y^p y^{\alpha-1} n^p(y) dy < +\infty$

равносильно следующим: $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{n^p\left(\frac{1}{2^k}\right)}{2^{k(\alpha+p)}} < +\infty$, $\sum_{k=1}^{+\infty} n^p(2^k) 2^{k(\alpha+p)} < +\infty$.

Лемма 3. Пусть u - произвольная субгармоническая функция в C^+ , допускающая представление $u(z) = \int_{C^+} \ln|a_\beta(z, \zeta)| d\mu(\zeta) + h(z)$, где $\mu(\zeta)$ - неотрицательная мера в C^+ ,

для которой $\int_0^{+\infty} y^p y^{\alpha-1} n^p(y) dy < +\infty$, $n(y) = \mu(C_y^+)$, $0 < p < +\infty$, $h(z)$ - гармоническая функ-

ция в C^+ , удовлетворяющая условию $\int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |h(x+iy)| dx \right)^p dy < +\infty$, где $\beta > \frac{\alpha-1}{p} + 1$. То-

гда $u \in SH_\alpha^p(C^+)$, $0 < \alpha < +\infty$.

Доказательство теоремы.

1. Необходимость. Пусть $u \in SH_\alpha^p(C^+)$, $0 < p < +\infty$. Покажем, что u допускает представление из леммы 3. Рассмотрим разность $u(z) - V_\beta(z) = h(z)$ и покажем, что она является гармонической функцией.

Пусть D_r - круг радиуса r , $0 < r < 1$. $\tilde{D}_r = D_r \cap C^+$. По теореме Рисса для $\tilde{D}_r$ запишем представление субгармонической функции u :

$$u(z) = V(z) + \int_{\tilde{D}_r} \ln|\zeta - z| d\mu(\zeta), \quad \text{где } V(z) \text{ - гармоническая функция в } \tilde{D}_r,$$

$$\int_{\tilde{D}_r} \ln|\zeta - z| d\mu(\zeta) \text{ - субгармоническая функция в } \tilde{D}_r, \text{ при этом точка } z \text{ так выбрана из } \tilde{D}_r,$$

чтобы $\int_{\tilde{D}_r} \ln|\zeta - z| d\mu(\zeta) \neq -\infty$.

Рассмотрим фактор $a_\beta(z, \zeta)$, $\zeta \in C^+$, $-1 < \beta < +\infty$:

$$\begin{aligned} a_\beta(z, \zeta) &= \exp \left\{ - \int_0^{2\operatorname{Im}\zeta} \frac{r^\beta dr}{(r+i\zeta-iz)^{\beta+1}} \right\} \\ a_\beta(z, \zeta) &= a_0(z, \zeta) \cdot \frac{1}{a_0(z, \zeta)} \cdot \exp \left\{ - \int_0^{2\operatorname{Im}\zeta} \frac{r^\beta dr}{(r+i\zeta-iz)^{\beta+1}} \right\} = \\ &= \exp \left\{ - \int_0^{2\operatorname{Im}\zeta} \frac{dr}{(r+i\zeta-iz)} \right\} \cdot \frac{1}{\exp \left\{ - \int_0^{2\operatorname{Im}\zeta} \frac{dr}{(r+i\zeta-iz)} \right\}} \cdot \exp \left\{ - \int_0^{2\operatorname{Im}\zeta} \frac{r^\beta dr}{(r+i\zeta-iz)^{\beta+1}} \right\} = \\ &= a_0(z, \zeta) \cdot \exp \left\{ \int_0^{2\operatorname{Im}\zeta} \left[\frac{1}{r+i\zeta-iz} - \frac{r^\beta}{(r+i\zeta-iz)^{\beta+1}} \right] dr \right\} \end{aligned}$$

Покажем, что $a_0(z, \zeta) = \frac{\bar{\zeta} - z}{\zeta - z}$. Пусть $\zeta = \xi + i\eta$. Тогда, подбирая главную ветвь логарифма, получаем:

$$\int_0^{2\text{Im}\zeta} \frac{dr}{r + i\zeta - iz} = \int_0^{2\text{Im}\zeta} d \ln(r + i(\zeta - z)) = \ln(r + i(\zeta - z)) \Big|_0^{2\text{Im}\zeta} =$$

$$= \ln(2\text{Im}\zeta + i(\zeta - z)) - \ln(i(\zeta - z)) = \ln \frac{2\text{Im}\zeta + i(\zeta - z)}{i(\zeta - z)} = \ln \frac{\bar{\zeta} - z}{\zeta - z}$$

С учётом этого получим, что:

$$a_0(z, \zeta) = \exp \left\{ - \int_0^{2\text{Im}\zeta} \frac{dr}{r + i\zeta - iz} \right\} = \exp \left\{ - \ln \frac{\bar{\zeta} - z}{\zeta - z} \right\} = \frac{\zeta - z}{\bar{\zeta} - z}$$

$$\ln |a_\beta(z, \zeta)| = \ln \left| \frac{\zeta - z}{\bar{\zeta} - z} \right| + \text{Re} \left\{ \int_0^{2\text{Im}\zeta} \left[\frac{1}{r + i\zeta - iz} - \frac{r^\beta}{(r + i\zeta - iz)^{\beta+1}} \right] dr \right\}$$

Вернёмся к разности

$$h(z) = u(z) - \int_{\bar{D}_r} \ln |a_\beta(z, \zeta)| d\mu(\zeta) =$$

$$= u(z) - \int_{\bar{D}_r} \left(\ln \left| \frac{\zeta - z}{\bar{\zeta} - z} \right| + \text{Re} \left\{ \int_0^{2\text{Im}\zeta} \left[\frac{1}{r + i\zeta - iz} - \frac{r^\beta}{(r + i\zeta - iz)^{\beta+1}} \right] dr \right\} \right) d\mu(\zeta) =$$

$$= \left(u(z) - \int_{\bar{D}_r} \ln |\zeta - z| d\mu(\zeta) \right) - \int_{\bar{D}_r} \ln \frac{1}{|\bar{\zeta} - z|} d\mu(\zeta) -$$

$$- \int_{\bar{D}_r} \text{Re} \left\{ \int_0^{2\text{Im}\zeta} \left[\frac{1}{r + i\zeta - iz} - \frac{r^\beta}{(r + i\zeta - iz)^{\beta+1}} \right] dr \right\} d\mu(\zeta)$$

Функция $\int_{\bar{D}_r} \ln \frac{1}{|\bar{\zeta} - z|} d\mu(\zeta)$ является гармонической ($\ln \frac{1}{\bar{\zeta} - z}$ - аналитическая функ-

ция в C^+ , поэтому её вещественная часть - гармоническая функция в C^+).

$\left| \frac{\bar{\zeta} - z}{\zeta - z} \right| \geq 1, z, \zeta \in C^+$. Прологарифмируем обе части неравенства:

$$\ln |\zeta - z| + \ln \frac{1}{|\bar{\zeta} - z|} \leq 0,$$

$-\int_{\bar{D}_r} \ln \frac{1}{|\bar{\zeta} - z|} d\mu(\zeta) \geq \int_{\bar{D}_r} \ln |\zeta - z| d\mu(\zeta) > -\infty$. Следовательно,

$$\int_{\bar{D}_r} \ln \frac{1}{|\bar{\zeta} - z|} d\mu(\zeta) < +\infty.$$

Рассмотрим функцию

$$F_\beta(z, \zeta) = \int_0^{2\text{Im}\zeta} \left[\frac{1}{r + i\zeta - iz} - \frac{r^\beta}{(r + i\zeta - iz)^{\beta+1}} \right] dr =$$

$$= \int_0^{+\infty} \frac{1}{r+i\zeta-iz} \left[1 - \frac{r^\beta}{(r+i\zeta-iz)^{\beta+1}} \right] dr - \int_{2\operatorname{Im}\zeta}^{+\infty} \frac{1}{r+i\zeta-iz} \left[1 - \frac{r^\beta}{(r+i\zeta-iz)^{\beta+1}} \right] dr =$$

$$= \Phi_\beta(z, \zeta) - \Psi_\beta(z, \zeta)$$

Функция $\Phi_\beta(z, \zeta)$ (при фиксированных $\zeta \in C_{\frac{\rho}{2}}^+$) голоморфна в

$C \setminus \{z = \zeta - ih, 0 \leq h < +\infty\}$, а на луче $\{z = \zeta + ih, 0 \leq h < +\infty\}$ постоянна.

Действительно:

$$\Phi_\beta(\zeta + ih, \zeta) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{r+h} \left[1 - \frac{r^\beta}{(r+h)^\beta} \right] dr = \int_0^{+\infty} \frac{1}{h\left(\frac{r}{h}+1\right)} \left[1 - \left(\frac{r}{h\left(\frac{r}{h}+1\right)} \right)^\beta \right] dr =$$

Сделаем замену $\sigma = \frac{r}{h}$, посчитаем:

$$= \int_0^{+\infty} \frac{1}{(\sigma+1)} \left[1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma+1} \right)^\beta \right] d\sigma = C_\beta.$$

Очевидно, что интеграл сходится, если $\beta > 0$.

По теореме единственности голоморфная функция $\Phi_\beta(z, \zeta)$ всюду постоянна.

Функция $\Psi_\beta(z, \zeta)$ (при фиксированных $\zeta \in G_{\frac{\rho}{2}}^+$) голоморфна в

$C \setminus \{z = \bar{\zeta} - ih, 0 \leq h < +\infty\}$, в частности, в C^+ .

Следовательно, $\int_{D_r} \operatorname{Re} F_\beta(z, \zeta) d\mu(\zeta)$ гармонична в C^+ .

В силу произвольности $r \in (0; 1)$, получим, что $h(z)$ является гармонической функцией в C^+ .

Покажем, что $h(z)$ удовлетворяет условию:

$$\int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |h(x+iy)| dx \right)^p dy < +\infty.$$

Рассмотрим разность $u(z) - V_\beta(z) = h(z)$. Т.к. $u(z) \leq u^+(z)$, то по лемме 1:

$$h^+(z) \leq u^+(z) + V_\beta^+(z) \leq u^+(z) + C_\beta \int_{C^+} \left(\frac{\operatorname{Im} \zeta}{|\bar{\zeta} - z|} \right)^{\beta+1} d\mu(\zeta)$$

$$\left(\int_{-\infty}^{+\infty} h^+(x+iy) dx \right)^p \leq \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u^+(x+iy) dx \right)^p + C_\beta(p) \left(\int_{C^+} d\mu(\zeta) \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\operatorname{Im} \zeta}{|\bar{\zeta} - z|} \right)^{\beta+1} dx \right)^p$$

Воспользуемся теоремой о среднем значении.

$$h(iR) = \frac{1}{\pi R^2} \int_{|\zeta - iR| < R} h(\zeta) dm_2(\zeta)$$

$$\begin{aligned}
-\infty < \pi R^2 h(iR) &= \int_{|\zeta - iR| < R} h(\zeta) dm_2(\zeta) = \int_{|\zeta - iR| < R} [h^+(\zeta) - h^-(\zeta)] dm_2(\zeta) = \\
&= \int_0^{2R} \int_{-R}^R [h^+(\xi + i\eta) - h^-(\xi + i\eta)] d\xi d\eta \\
&\quad \int_0^{2R} \int_{-R}^R h^-(\xi + i\eta) d\xi d\eta \leq \int_0^{2R} \int_{-R}^R h^+(\xi + i\eta) d\xi d\eta + \pi R^2 |h(iR)| \\
&\quad \int_0^{2R} \int_{-R}^R |h(\xi + i\eta)| d\xi d\eta \leq \int_0^{2R} \int_{-R}^R h^+(\xi + i\eta) d\xi d\eta + C
\end{aligned}$$

Устремляя R к бесконечности, получим:

$$\begin{aligned}
&\int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |h(x+iy)| dx \right)^p dy \leq \int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} u^+(x+iy) dx \right)^p dy + \\
&+ C_\beta(p) \int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{C^+} d\mu(\zeta) \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\operatorname{Im} \zeta}{|\bar{\zeta} - z|} \right)^{\beta+1} dx \right)^p dy
\end{aligned}$$

Оба интеграла в правой части сходятся. Сходимость первого вытекает из принадлежности функции $u(z)$ классу $SH_\alpha^p(C^+)$, $0 < p < +\infty$, сходимость второго доказана в лемме 3.

Следовательно, $\int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} |h(x+iy)| dx \right)^p dy < +\infty$.

2. Доказательство достаточности непосредственно следует из предыдущего пункта и леммы 3. Теорема доказана.

Список литературы

1. Шамоян Ф.А., Шубабко Е.Н. Введение в теорию весовых L^p -классов мероморфных функций. – Брянск: Группа компаний «Десяточка», 2009. – 153 с.
2. Хейман, У., Кеннеди П. Субгармонические функции. – М.: Мир, 1980. – 304 с.

Сведения об авторе

Охлупина Ольга Валентиновна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный инженерно-технологический университет», e-mail: helga131081@yandex.ru

CONSTRUCTION OF THE PARAMETRIC REPRESENTATION FOR A CLASS OF SUBHARMONIC FUNCTIONS WITH CHARACTERISTIC FROM L^p -WEIGHT SPACES ($0 < p \leq +\infty$)

O.V. Okhlupina

Bryansk State engineering-technological University

The class of subharmonic functions in the half-plane with the Nevanlinna characteristic from L^p -weight spaces is described in this paper.

Keywords: subharmonic function, measure, harmonic function, Nevanlinna's characteristic.

References

1. Shamoyan F.A., Shubabko E.N. Introduction to the theory of the L^p -weight classes of meromorphic functions. – Bryansk: Group of companies «Ten», 2009. – 153 p.
2. Heyman W., Kennedy P. Subharmonic functions. – M.: Mir, 1980. – 304 p.

About author

Okhlupina O.V. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate professor of Department of Mathematics, Bryansk State engineering-technological University, e-mail: helga131081@yandex.ru.

УДК 519.6

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПОВ ПРЕДЕЛЬНОГО ОБНУЛЕНИЯ И МИНИМИЗАЦИИ НЕВЯЗКИ

С.В. Трубников

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени акад. И.Г. Петровского»

Описан новый метод оценки погрешности приближенного решения операторного уравнения на основе принципов предельного обнуления и минимизации невязки.

Ключевые слова: операторное уравнение; численные методы; краевые задачи; дифференциальные уравнения.

В работе [2] был предложен новый численный метод решения операторного уравнения общего вида:

$$A(u) = f. \quad (1)$$

Но погрешность полученного приближенного решения при этом остаётся неизвестной. Оценка погрешности приближенных решений, получаемых с помощью численных методов решения операторных уравнений таких, как метод Рунге, Галёркина или метод конечных элементов остаётся актуальной задачей. В данной работе предлагается использовать для получения оценки погрешности приближенного решения операторного уравнения тот же метод, что описан в работе [2].

Пусть для решения операторного уравнения (1) используется некоторый численный метод. Здесь f - известная функция. $A(u)$ - известный оператор. $u(p)$ - искомая функция, определённая в области P . Считается, что введены U и F - линейные нормированные пространства функций с нормами $\|\cdot\|_U$ и $\|\cdot\|_F$, которым принадлежат функции u и f . Считается также, что оператор A отображает U на F , и является обратимым. Иными словами, существует единственное решение $u = A^{-1}(f)$ операторного уравнения (1) для любой функции $f \in F$. С помощью некоторого численного метода получено приближенное решение $v(p)$ уравнения (1). Погрешностью приближенного решения $v(p)$ уравнения (1) будем называть функцию

$$r(p) = u(p) - v(p), \quad p \in P. \quad (2)$$

Здесь $u(p)$ - точное решение уравнения (1). Выразим u из равенства (2) и подставив в (1) получим:

$$A(v + r) = f. \quad (3)$$

Для решения операторного уравнения относительно $r(p)$ используем численный метод, описанный в работе [2]. Для аппроксимации решения $r(p)$ уравнения (3) используем аппроксимирующую функциональную последовательность с параметрами $\{r_m(p; \mathbf{d})\}$. Зафиксируем натуральное число m и введём невязку операторного уравнения (3) на приближенном решении $r_m(p; \mathbf{d})$ как функцию p и компонент вектора $\mathbf{d}$ [2]:

$$S(r_m(p; \mathbf{d})) = A(v(p) + r_m(p; \mathbf{d})) - f(p), \quad p \in P. \quad (4)$$

Значение вектора $\mathbf{d}$ выбирается равным $\mathbf{d}^{\min}$ - точке минимума нормы невязки $\|S(r_m(p; \mathbf{d}))\|_F$ как функции $\mathbf{d}$.

Решение задачи минимизации величины невязки $\|S(r_m(p; \mathbf{d}))\|_F$ обычно не удаётся получить аналитически и для этой цели требуется применение численных методов [1].

Значения величины невязки $\|S(r_m(p, \mathbf{d}))\|_F$ обычно также не вычисляются аналитически и для её вычисления используются приближенные формулы. Кроме того, норму $\|\cdot\|_F$ нередко можно выбирать по-разному.

Наиболее простые и универсальные вычислительные схемы получаются, если дискретизировать область P , введя сетку точек $\{p_j | j=0,1,\dots,J\}$, которая образует в P всюду плотное множество при $J \rightarrow \infty$, ввести дискретный вектор невязки с компонентами $r_m(p_j, \mathbf{d})$ ($j=0,1,\dots,J$) и некоторую дискретную векторную норму $\|\cdot\|_{F_J}$, а затем, вместо минимизации нормы $\|S(r_m(p, \mathbf{d}))\|_F$, производить минимизацию дискретной векторной нормы $\|S(r_m(p_j, \mathbf{d}))\|_{F_J}$ или её квадрата. Выбор векторной нормы $\|R(r_m(p_j, \mathbf{d}))\|_{F_J}$ может существенно повлиять на эффективность численного метода минимизации и это надо иметь в виду.

В качестве примера применения описанного общего численного метода оценки погрешности приближенного решения $v(p)$ операторного уравнения (1) рассмотрим построение оценки погрешности приближенного решения следующей нелинейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения 2 порядка:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + g\left(t, u, \frac{du}{dt}\right) = 0, \quad t \in [a, b], \quad (5)$$

$$u(a) = u_a, \quad u(b) = u_b. \quad (6)$$

Здесь a, b ($a < b$), u_a, u_b - заданные постоянные, $g(t, u, v)$ - заданная непрерывная функция. $u(t)$ - искомая дважды непрерывно дифференцируемая функция, удовлетворяющая дифференциальному уравнению (5) и граничным условиям (6).

Краевая задача (5), (6) рассматривалась в качестве примера применения нового численного метода решения операторного уравнения в работе [2]. Её легко записать в виде операторного уравнения (1). Для этого положим $p = t$, $P = [a, b]$,

$$A(u) = \begin{cases} \frac{d^2 u}{dt^2} + g\left(t, u, \frac{du}{dt}\right), & t \in [a, b], \\ u(a), \\ u(b), \end{cases} \quad f(p) = f(t) = \begin{cases} 0, & t \in [a, b], \\ u_a, \\ u_b. \end{cases} \quad (7)$$

Приближенное решение задачи (5), (6) было получено в виде:

$$v_n(p; \mathbf{c}) = v_n(t; \mathbf{c}) = v_n(t; c_1, c_2, \dots, c_n) = \sum_{k=1}^n c_k \cdot t^{k-1}, \quad t \in [a, b]. \quad (8)$$

Здесь n - заданное натуральное число, $\mathbf{c}$ - вектор с известными компонентами, полученными методом, описанным в работе [2].

Приближенное решение соответствующего операторного уравнения (3) ищется в аналогичном виде:

$$r_m(p; \mathbf{d}) = r_m(t; \mathbf{d}) = r_m(t; d_1, d_2, \dots, d_m) = \sum_{l=1}^m d_l \cdot t^{l-1}, \quad t \in [a, b], \quad d_l \in R. \quad (9)$$

Здесь m - заданное натуральное число, $\mathbf{d}$ - вектор, компоненты которого также вычисляются методом, описанным в работе [2]. Рассмотрим алгоритм их вычисления.

Учитывая, что точное решение $u(t)$ и приближенное решение $v_n(t; \mathbf{c})$ краевой задачи (5), (6) дважды непрерывно дифференцируемы по t , последовательность $\{r_m(t; \mathbf{d})\}$, очевидно, является аппроксимирующей. Невязка уравнения (3) на приближенном решении

$r_m(t; \mathbf{d}) = \sum_{l=1}^m d_l \cdot t^{l-1}$ (при фиксированных и известных значениях m , n и $\mathbf{c}$), как функции t и

$\mathbf{d}$, примет вид:

$$S(r_m(t; \mathbf{d})) = A(v_n(t; \mathbf{c}) + r_m(t; \mathbf{d})) - f = \begin{cases} \frac{d^2 v_n(t; \mathbf{c})}{dt^2} + \frac{d^2 r_m(t; \mathbf{d})}{dt^2} + g\left(t, v_n(t; \mathbf{c}) + r_m(t; \mathbf{d}), \frac{dv_n(t; \mathbf{c})}{dt} + \frac{dr_m(t; \mathbf{d})}{dt}\right), t \in [a, b], \mathbf{d} \in R^m, \\ v_n(a; \mathbf{c}) + r_m(a; \mathbf{d}) - u_a, \mathbf{d} \in R^m \\ v_n(b; \mathbf{c}) + r_m(b; \mathbf{d}) - u_b, \mathbf{d} \in R^m. \end{cases} \quad (10)$$

Приведём компоненты вектора $S(r_m(t; \mathbf{d}))$ в развёрнутой форме. Подставляя выражения (8) и (9) в формулу (10) получим:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 v_n(t; \mathbf{c})}{dt^2} + \frac{d^2 r_m(t; \mathbf{d})}{dt^2} + g\left(t, v_n(t; \mathbf{c}) + r_m(t; \mathbf{d}), \frac{dv_n(t; \mathbf{c})}{dt} + \frac{dr_m(t; \mathbf{d})}{dt}\right) = \\ & = \sum_{k=3}^n c_k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot t^{k-3} + \sum_{l=3}^m d_l \cdot (l-1) \cdot (l-2) \cdot t^{l-3} + \\ & + g\left(t, \sum_{k=1}^n c_k \cdot t^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot t^{l-1}, \sum_{k=2}^n c_k \cdot (k-1) \cdot t^{k-2} + \sum_{l=2}^m d_l \cdot (l-1) \cdot t^{l-2}\right), t \in [a, b], \mathbf{d} \in R^m, \end{aligned} \quad (11)$$

$$v_n(a; \mathbf{c}) + r_m(a; \mathbf{d}) - u_a = \sum_{k=1}^n c_k \cdot a^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot a^{l-1} - u_a, \quad (12)$$

$$v_n(b; \mathbf{c}) + r_m(b; \mathbf{d}) - u_b = \sum_{k=1}^n c_k \cdot b^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot b^{l-1} - u_b. \quad (13)$$

Дискретизируем $[a, b]$, введя на нём равномерную сетку точек

$$t_j = a + j \cdot h, \text{ где } h = (b - a) / J, j = 0, 1, \dots, J,$$

Здесь J - заданное натуральное число. Компоненты вектора невязки (11), (12), (13) после дискретизации как функции j и $\mathbf{d}$ примут вид:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 v_n(t_j; \mathbf{c})}{dt^2} + \frac{d^2 r_m(t_j; \mathbf{d})}{dt^2} + g\left(t_j, v_n(t_j; \mathbf{c}) + r_m(t_j; \mathbf{d}), \frac{dv_n(t_j; \mathbf{c})}{dt} + \frac{dr_m(t_j; \mathbf{d})}{dt}\right) = \\ & = \sum_{k=3}^n c_k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot t_j^{k-3} + \sum_{l=3}^m d_l \cdot (l-1) \cdot (l-2) \cdot t_j^{l-3} + \\ & + g\left(t_j, \sum_{k=1}^n c_k \cdot t_j^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot t_j^{l-1}, \sum_{k=2}^n c_k \cdot (k-1) \cdot t_j^{k-2} + \sum_{l=2}^m d_l \cdot (l-1) \cdot t_j^{l-2}\right), \\ & j = 0, 1, \dots, J, \mathbf{d} \in R^m, \end{aligned} \quad (14)$$

$$v_n(a; \mathbf{c}) + r_m(a; \mathbf{d}) - u_a = \sum_{k=1}^n c_k \cdot a^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot a^{l-1} - u_a, j = 0, \mathbf{d} \in R^m, \quad (15)$$

$$v_n(b; \mathbf{c}) + r_m(b; \mathbf{d}) - u_b = \sum_{k=1}^n c_k \cdot b^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot b^{l-1} - u_b, j = J, \mathbf{d} \in R^m. \quad (16)$$

Введём на множестве дискретизированных векторов невязки с компонентами (14), (15), (16) евклидову норму и выберем в качестве минимизируемой функции квадрат этой нормы. В

результате для определения неизвестных компонент вектора $\mathbf{d}$ получается задача отыскания точки минимума следующей функции m переменных:

$$\begin{aligned} \bar{f}(d_1, d_2, \dots, d_m) = & \sum_{j=0}^J \left(\sum_{k=3}^n c_k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot t_j^{k-3} + \sum_{l=3}^m d_l \cdot (l-1) \cdot (l-2) \cdot t_j^{l-3} + \right. \\ & + g \left(t_j, \sum_{k=1}^n c_k \cdot t_j^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot t_j^{l-1}, \sum_{k=2}^n c_k \cdot (k-1) \cdot t_j^{k-2} + \sum_{l=2}^m d_l \cdot (l-1) \cdot t_j^{l-2} \right) \Big)^2 + \\ & + \left(\sum_{k=1}^n c_k \cdot a^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot a^{l-1} - u_a \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n c_k \cdot b^{k-1} + \sum_{l=1}^m d_l \cdot b^{l-1} - u_b \right)^2. \end{aligned} \quad (17)$$

Задача минимизации функции (17) решалась методом покоординатного спуска, ассоциированным с методом золотого сечения [1]. Функция (17) оказалась наиболее подходящей для выбранного численного метода.

Для тестирования программы вычисления приближенного решения краевой задачи (5), (6) в работе [2] была выбрана конкретная нелинейная краевая задача с исходными данными: $g(t, u, v) = e^{2t} - e^t - u \cdot v$, $a=0$, $b=1$, $u_a=1$, $u_b=e$. Эта задача имеет точное решение $u(t) = e^t$. В работе [2] было получено приближенное решение задачи при $n=10$, абсолютная погрешность которого не превышала $6.8 \cdot 10^{-5}$. Описанным методом была получена оценка погрешности приближенного решения при $m=10$, модуль которой не превышает $8.6 \cdot 10^{-5}$.

В заключение следует отметить, что описанный в работе метод позволяет на основе единой методики оценивать погрешности приближенных решений операторных уравнений, полученные практически любыми численными методами.

Список литературы

1. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1980. – 520 с.
2. Трубников С.В. Новый метод численного решения операторного уравнения на основе принципов предельного обнуления и минимизации невязки // Уч. записки Брянского гос. ун-та: физико-математические науки / биологические науки / ветеринарные науки. – 2017. – № 1. – С. 37–45. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://scim-brgu.ru>.

Сведения об авторе

Трубников Сергей Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики Брянского государственного университета имени акад. И.Г. Петровского, e-mail: serg.trubnikov@yandex.ru

AN ERROR ESTIMATE FOR THE NUMERICAL SOLUTION OF OPERATOR EQUATIONS BASED ON THE PRINCIPLES OF THE LIMIT RESET AND MINIMIZATION OF THE RESIDUAL

S.V. Trubnikov

Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky

A new method for estimating the error of approximate solution of operator equations based on the principles of the ultimate reset and minimization the residuals equations is described.

Keywords: operator equation, numerical methods, boundary value problems, differential equations.

References

1. Vasilyev F.P. Numerical solution methods of extremal problems. – M.: Nauka, 1980. – 520 p.
2. Trubnikov S.V. A new method for the numerical solution of operator equations based on the principles of the limit reset and minimization of the residual // Scientific notes of the Bryansk State University. – 2017. – № 1. – P. 37–45. [Electronic resource]. Date of address: <http://scim-brgu.ru>.

About author

Trubnikov S.V. – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of Department of Computer science and Applied mathematics, Bryansk State University after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: serg.trubnickov@yandex.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 681.587

ВЫБОР СЕРВОПРИВОДА ДЛЯ МАНИПУЛЯТОРА
МЕХАТРОННОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА

А. Ю. Карпутина

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

В статье рассмотрены конструкции, характеристики и принципы работы сервоприводов. Предложена методика выбора сервопривода для передвижения звеньев манипулятора, входящего в состав мехатронного технологического комплекса.

Ключевые слова: сервопривод, сервомотор, манипулятор, технологический комплекс.

Многозвенные манипуляторы с электрическим приводом получили широкое распространение в качестве исполнительных органов в составе мехатронных технологических комплексов в машиностроении и приборостроении [1, 2]. Для привода звеньев манипулятора используются сервоприводы на базе сервомоторов. Сервомоторы, в отличие от электродвигателей постоянного или переменного тока или шаговых моторов, не вращаются постоянно, а используются для позиционирования и удерживания объектов [1, 3].

Сервоприводы различаются по размерам с общепринятым расположением крепёжных элементов. Их можно разделить на следующие группы [4]:

- малые сервоприводы: масса 8-25 г, размеры крепления 22×15×25 мм,
- стандартные сервоприводы: масса 40-80 г, размеры крепления 40×20×37 мм,
- большие сервоприводы: масса 50-90 г, размеры крепления 49×25×40 мм.

Конструктивно сервопривод представляет собой сервомотор (как правило, постоянного тока) с редуктором или иным передаточным механизмом (рис. 1). Последнее звено передаточного механизма приводит в движение исполнительный орган (управляемый сервоприводом элемент).

Требуемое значение угла поворота, после которого производится удержание позиции, устанавливается при программировании контроллера. Наиболее распространенные сервомоторы обеспечивают диапазон изменения угла 180° [3]. Возможно преобразовать вращательное движение сервомотора в поступательное движение управляемого элемента.

Для обеспечения контроля положения сервопривода используется датчик обратной связи – энкодер, который преобразовывает угол поворота в электрический сигнал с помощью потенциометра. Кроме электромотора, редуктора и потенциометра, в сервоприводе устанавливается контроллер, который отвечает за приём внешних управляющих сигналов, считывание значений потенциометра, обработку информации, включение и выключение сервомотора. Таким образом, контроллер отвечает за поддержание отрицательной обратной связи [4].

С помощью механизма отрицательной обратной связи привод может выявить ошибку при позиционировании и скорректировать ее, либо отправить сигнал в управляющую систему более высокого уровня. Таким образом, сервопривод сможет вернуться в заданное положение после несанкционированного изменения угла поворота, вызванное внешним воздействием со стороны управляемого элемента.

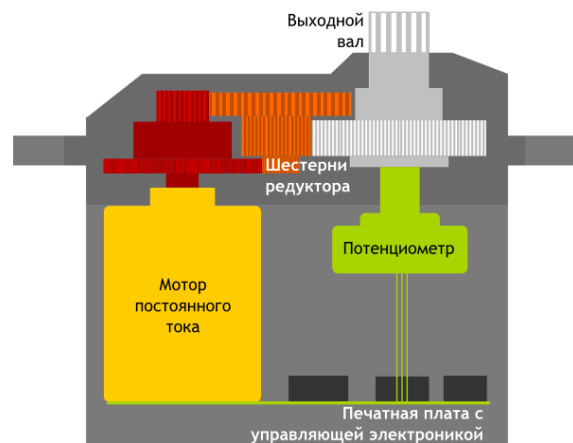


Рис. 1. Конструкция сервопривода.

В рамках исследования создается трехзвенный манипулятор с захватом. В его конструкции используются сервоприводы с питанием постоянным током напряжением 5 В.

Такие сервоприводы имеют три провода: питание, земля и провод для подачи управляющего сигнала. Заземляющий провод используется как для провода питания, так и для управляющего провода. Питаящий провод подает минимальное питание (логический ноль), в этом случае сервопривод остается неподвижным. Когда на него подается номинальное напряжение (логическая единица), тогда сервопривод приходит в движение [5, 6].

Угол поворота сервопривода зависит от времени подачи сигнала. Сигнал минимальной длительности заставляет привод принять крайнее левое положение, средней – центральное положение, максимальной – крайнее правое положение (рис. 2). При этом длина сигналов для каждого типа приводов может различаться [3, 5, 6].

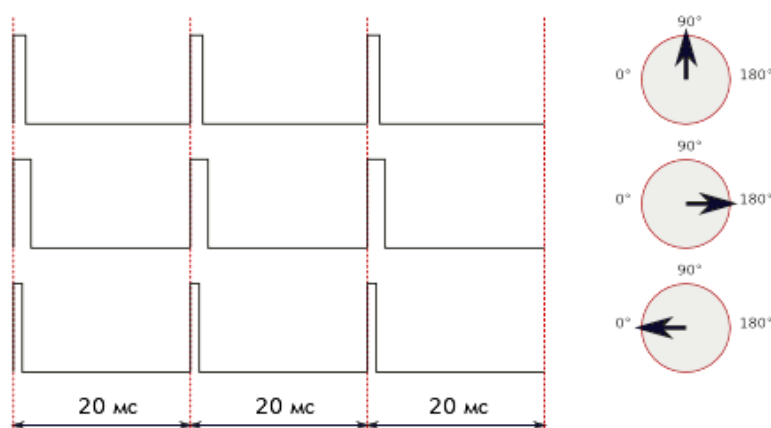


Рис. 2. Зависимость позиционирования сервопривода от длительности сигнала.

Таким образом, сервоприводы – это универсальные механизмы для выполнения задач позиционирования элементов механических конструкций. Их многообразие помогает использовать их для различных проектных целей.

При разработке конкретной конструкции для каждого ее движения необходимо подобрать сервопривод. Для манипулятора количество сервоприводов совпадает с количеством его степеней свободы [1, 7]. Для выбора сервопривода необходимо знать такие характеристики, как форм-фактор, кинематические параметры, графики зависимости нагрузки или мощности от скорости вращения, предел изменения позиции, условия окружающей среды.

С использованием этих данных необходимо выбрать требуемую мощность сервопривода P_o из условия

$$P_o < kP_p,$$

где k – коэффициент запаса по мощности сервопривода, P_p – мощность, потребляемая на исполнительном органе.

$$k = 1,1 \dots 1,3 / \eta,$$

где η – коэффициент полезного действия сервопривода.

Мощность, потребляемая на исполнительном органе, определяется с использованием математических моделей и методик расчета, представленных в работах [8-10].

Результаты разработки манипулятора с сервоприводами, подобранными с использованием предложенной методики, будут представлены в дальнейших работах.

Список литературы

1. Лагереv И.А. Сравнительный анализ гидравлических кранов-манипуляторов транспортно-технологических машин и гидравлических манипуляторов промышленных роботов // Научно-технический вестник Брянского гос. ун-та. – 2016. – № 3. – С. 16–49.

2. Самсонов А.В. Моделирование динамики мехатронного модуля гибкого тягового органа канатной дороги // Научно-технический вестник Брянского гос. ун-та. – 2016. – №2. – С. 80–85.
3. Arduino Быстрый старт. Первые шаги по освоению Arduino. – М.: Максит, 2015. – 80 с.
4. Сервоприводы [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://wiki.amperka.ru/робототехника:сервоприводы>. Дата обращения: 23.10.2017.
5. Иго Т. Arduino, датчики и сети для связи устройств. 2-е изд. – СПб: БХВ-Петербург, 2015. – 544 с.
6. O'Sullivan D., Igoe T. Physical Computing: Sensing and controlling the physical world with computers. Thomson, 2004. – 496 p.
7. Лагереv И.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния крана-манипулятора машины для сварки трубопроводов // Изв. высших уч. заведений. Машиностроение. – 2011. – № 4. – С. 29–36.
8. Лагереv И.А. Динамическая нагруженность крана-манипулятора самоходной машины для сварки трубопроводов при движении с грузом // Подъемно-транспортное дело. – 2011. – № 3. – С. 7–10.
9. Лагереv И.А. Моделирование рабочих процессов манипуляционных систем мобильных многоцелевых транспортно-технологических машин и комплексов: монография – Брянск: РИО БГУ, 2016. – 371 с.
10. Лагереv А.В., Мильто А.А., Лагереv И.А. Универсальная методика определения напряжений в стержневых элементах конструкций гидравлических кранов-манипуляторов в задачах динамики // Вестник Брянского гос. ун-та. – 2013. – № 4. – С. 21–26.

Сведения об авторах

Карпутина Анастасия Юрьевна – магистрант кафедры информатики и прикладной математики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: madam.tenshi@yandex.ru

SELECTION OF SERVOMOTOR FOR MANIPULATOR OF MECHATRON TECHNOLOGICAL COMPLEX

A.Y. Karputina

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

Construction, parameters and working processes of servo-motors are under consideration in this article. The algorithm for selection of a technological manipulator servo-motor was worked out.

Keywords: servo, servomotor, manipulator, technological complex.

References

1. Lagerev I.A. Sravnitel'nyi analiz gidravlicheskih kranov-manipulyatorov transportno-tekhnologicheskikh mashin i gidravlicheskih manipulyatorov promyshlennykh ro-botov // Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gos. un-ta. – 2016. – № 3. – С. 16–49.
2. Samsonov A.V. Modelirovanie dinamiki mekhatronnogo modulya gibkogo tyagovogo organa kanatnoi dorogi // Nauchno-tekhnicheskii vestnik Bryanskogo gos. un-ta. – 2016. – №2. – С. 80–85.
3. Arduino Bystryi start. Pervye shagi po osvoeniyu Arduino. – М.: Makskit, 2015. – 80 с.
4. Servoprivody [Elektronnyi resurs]. Rezhim dostupa: <http://wiki.amperka.ru/робототехника:сервоприводы>. Data obrashcheniya: 23.10.2017.
5. Igo T. Arduino, datchiki i seti dlya svyazi ustroystv. 2-e izd. – SPb: BKhV-Peterburg, 2015. – 544 с.
6. O'Sullivan D., Igoe T. Physical Computing: Sensing and controlling the physical world with computers. Thomson, 2004. – 496 p.

7. Lagerev I.A. Modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya krana-manipulyatora mashiny dlya svarki truboprovodov // Izv. vysshikh uch. zavedenii. Mashinostroyeniye. – 2011. – № 4. – S. 29–36.
8. Lagerev I.A. Dinamicheskaya nagruzhennost' krana-manipulyatora samokhodnoi mashiny dlya svarki truboprovodov pri dvizhenii s грузом // Pod'emno-transportnoye delo. – 2011. – № 3. – S. 7–10.
9. Lagerev I.A. Modelirovanie rabochikh protsessov manipulyatsionnykh sistem mobil'nykh mnogotslevykh transportno-tekhnologicheskikh mashin i kompleksov: monografiya – Bryansk: RIO BGU, 2016. – 371 s.
10. Lagerev A.V., Mil'to A.A., Lagerev I.A. Universal'naya metodika opredeleniya napryazhenii v sterzhnevyykh elementakh konstruksii gidravlicheskh kranov-manipulyatorov v zadachakh dinamiki // Vestnik Bryanskogo gos. un-ta. – 2013. – № 4. – S. 21–26.

About author

Karputina A. Y. – graduate student, Department of Applied mathematics and Computer science, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: madam.tenshi@yandex.ru

УДК 372.853

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА ОМА НА УЧАСТКЕ ЦЕПИ С ПОМОЩЬЮ ДЕМОНСТРАЦИОННОГО НАБОРА СОПРОТИВЛЕНИЙ

С. В. Симукова, К. С. Пилипенко

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени акад. И.Г. Петровского»

В статье рассматривается методика проведения демонстрации по изучению закона Ома на базе разработанной демонстрационной установки.

Ключевые слова: демонстрационная установка, закон Ома, резистивный элемент.

При демонстрации закона Ома для участка цепи в 8 классе обычно используют демонстрационный магазин сопротивлений, который, представляет собой набор из четырех проволок разного сопротивления. Так как сопротивления проволок небольшие (от 1 до 5 Ом), то при проведении эксперимента сказывается влияние подводящих проводов и результаты опыта оказываются не всегда убедительными для учащихся.

Нами разработана установка, которая лишена указанных недостатков и имеет широкую область применения для демонстрации закона Ома и соединений проводников школьном курсе физики.

Описание установки

Установка полностью самодостаточна и содержит все компоненты, необходимые для проведения эксперимента. Основанием служит фанерный лист, который расположен вертикально благодаря фанерным ножкам. Слева расположены специальные клеммы для подключения источника питания, справа — установлены цифровые амперметр и вольтметр. На средней части доски расположены три ряда горизонтальных резисторов большой мощности (мы взяли резисторы по 20 Ом) с убыванием их количества сверху вниз, а также специальный участок с клеммами для подключения произвольного резистора или резистентного материала. Между рядами установлены переключатели, которые служат для замыкания или размыкания участка цепи, всего их 7 штук (рис. 1).

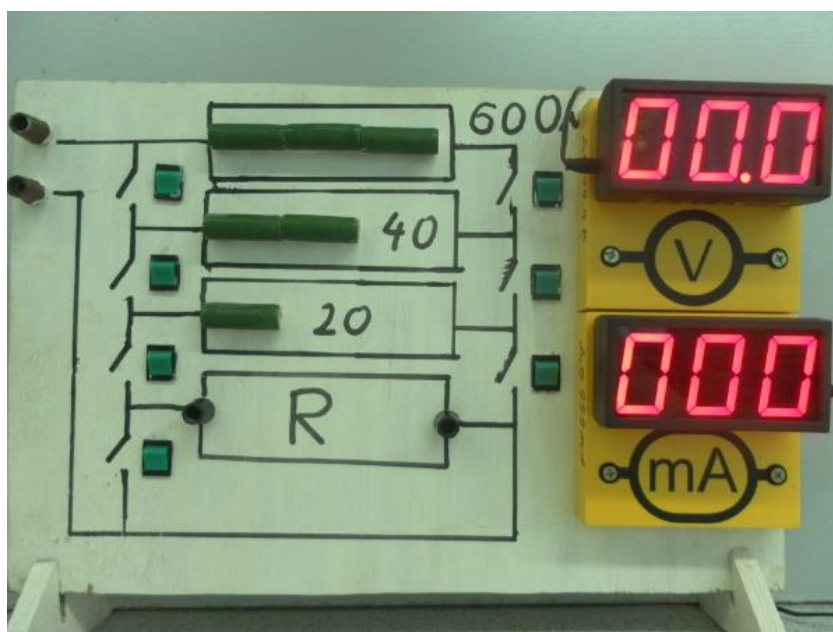


Рис. 1. Внешний вид установки

На задней стороне доски расположены соединительные провода по схеме, изображенной на рисунке 2.

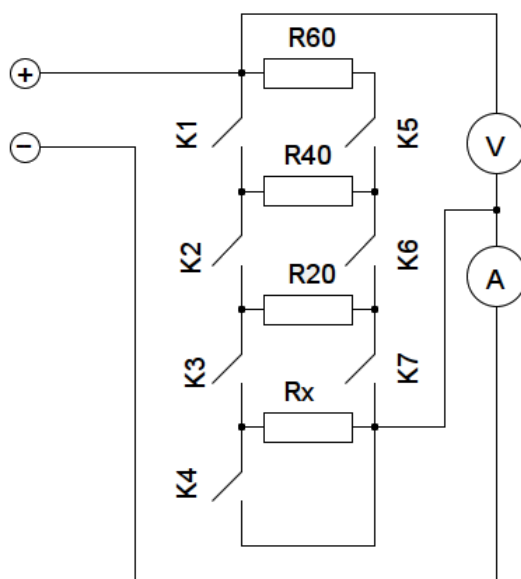


Рис. 2. Схема демонстрационной установки.

В качестве дополнительного оборудования используется провода и любой источник постоянного напряжения, например ВС-24.

Проведение эксперимента

Для доказательства закона Ома необходимо изучить две зависимости: силы тока от напряжения $I(U)$ и силы тока от сопротивления $I(R)$. Для это нужно провести следующие действия:

- 1) Подключить к двум крайним клеммам источник питания в произвольной полярности.
- 2) Выбрать одно значение сопротивления цепи, например 20 Ом и постепенно с определенным шагом (например, 1 В) повышать напряжение источника. Данные, полученные в ходе эксперимента, занести в таблицу 1.

Таблица 1

U, В									
I, mA									

- 3) По результатам эксперимента построить график зависимости силы тока от напряжения. Видим, что зависимость эта прямо пропорциональная.

- 4) Для проведения второго эксперимента падение напряжения (измеряемое вольтметром) на системе резисторов необходимо поддерживать постоянным, а сопротивление менять с шагом в 20 Ом. Данные силы тока указать в таблице 2.

Таблица 2

I, mA						
R, Ом	20	40	60	80	100	120

- 5) Построить график зависимости силы тока от сопротивления. Экспериментальные точки должны укладываться на график гиперболы.

- 6) Сделать вывод о характере зависимости силы тока на участке цепи от приложенного напряжения и сопротивления участка.

Рекомендации по проведению эксперимента

Сначала все переключатели размыкают, и ток в цепи не течет. Но если замкнуть все правые переключатели, то ток пойдет по первому ряду ($R=60$ Ом), направление тока

показано рис. 3. При этом следует помнить, что вольтметр показывает падение напряжения на участке цепи, а не выходное напряжение источника питания, поэтому оно может меняться в ходе проведения эксперимента.

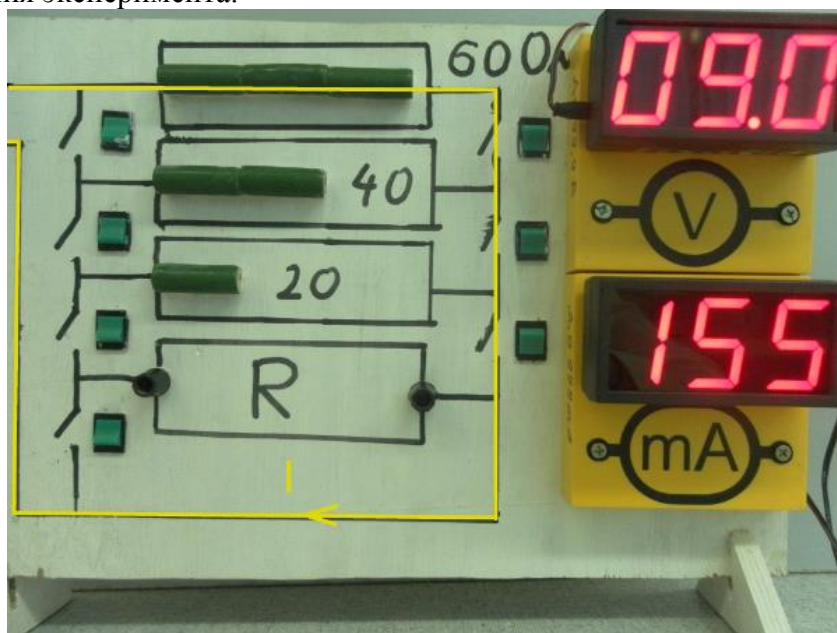


Рис. 3. Подключение верхнего ряда в цепь.

Теперь подключим два первых ряда последовательно ($R = R_1 + R_2 = 60 \text{ Ом} + 40 \text{ Ом}$). Для этого замкнем все переключатели слева, кроме верхнего, а справа замкнем только верхний переключатель (рис.4).

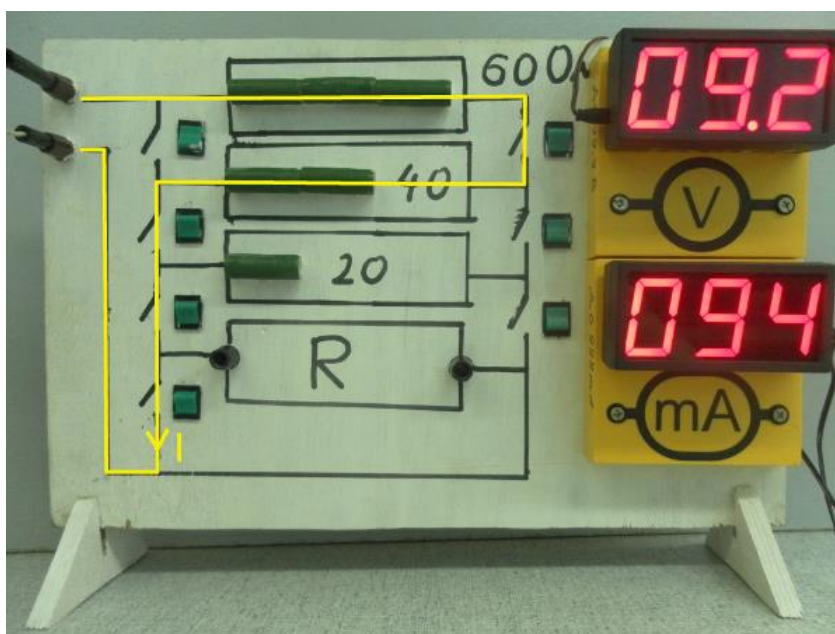


Рис. 4. Последовательное подключение.

Также установка предусматривает подключение резистивных элементов параллельно. Для подключения 2-го и 3-го ряда параллельно необходимо замкнуть верхние два переключателя слева, а справа замкнуть все переключатели, кроме верхнего (рис.5).

При этом получим значение сопротивления

$$R = \frac{R_2 R_3}{(R_2 + R_3)} = \frac{20 \cdot 40}{(20 + 40)} = 13,3 \text{ Ом.}$$

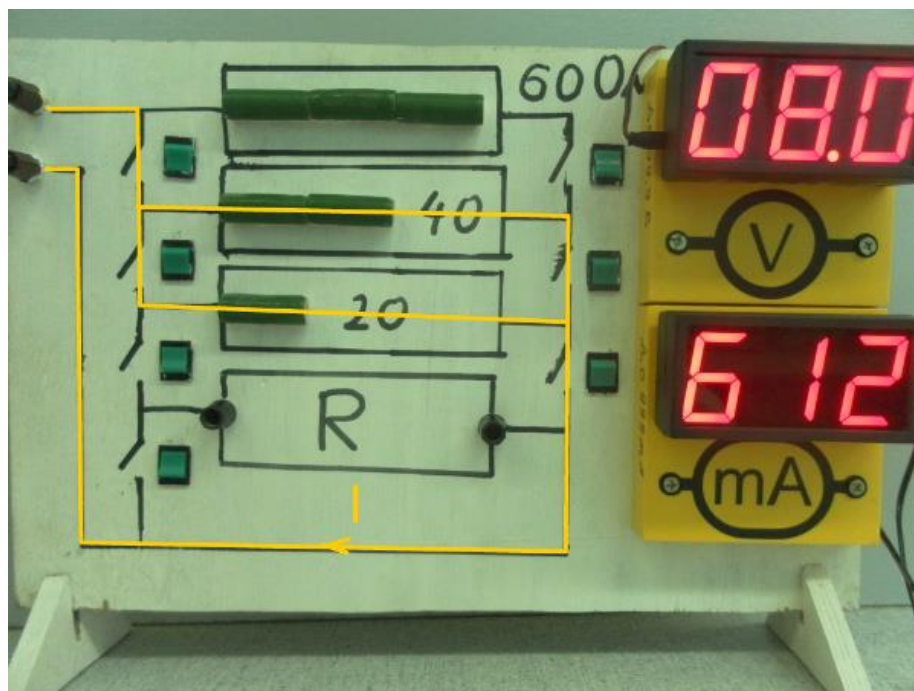


Рис. 5. Параллельное подключение.

Таким образом, установка имеет множество возможных комбинаций подключения, что позволяет изменять сопротивление цепи в широком диапазоне и с большим шагом. Нижний ряд специально предназначен для подключения произвольного резистивного элемента в цепь. Но следует следить за тем, чтобы ток обязательно протекал по одному из рядов, особенно при высоких напряжениях, т. е. не допускать одновременного включения всех левых переключателей, иначе может возникнуть короткое замыкание и выход аппаратуры из строя.

В заключение хочется отметить, что поставленная задача была успешно выполнена, а установка отвечает всем предъявленным требованиям, а именно:

- Широкий диапазон используемого напряжения.
- Линейная вольтамперная характеристика.
- Большие значения сопротивления резисторов дают возможность пренебречь сопротивлениями подводящих проводов и ограничивают токи в цепи.
- Использование заводских резисторов большой мощности, эффективно рассеивающих тепло, практически исключает возможность их перегорания.
- При использовании цифровых измерительных приборов не надо учитывать полярность подключения источника питания.
- Универсальность прибора - он позволяет проводить демонстрации на несколько тем.
- Система переключателей позволяет задействовать все сразу или каждый в отдельности из имеющихся пассивных элементов.
- Крупный диаметр установки позволяет обеспечить хорошую видимость.

Данная установка была представлена на Всероссийской студенческой олимпиаде по методике обучения физике им. А.В. Усовой в городе Челябинске в апреле 2017 года. В номинации «Самодельные приборы» она заняла первое место.

Список литературы

1. Дубровский В.В., Иванов Д.М., Пратусевич Н.Я. и др. Резисторы: Справочник. – М.: Радио и связь, 1991. – 528 с.
2. Хорошавина С.Г. Справочник по физике. Серия «Учебники, учебные пособия». – Ростов на Дону: «Феникс», 2002. – 384 с.
3. Шилов В.Ф. Электродинамика: лабораторные работы в школе и дома. – М.: Просвещение, 2006. – 336 с.

Сведения об авторах

Симукова Светлана Васильевна – кандидат педагогических наук, доцент кафедры экспериментальной и теоретической физики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского», e-mail: *simukova-svetlana@yandex.ru*.

Пилипенко Кирилл Сергеевич – магистрант кафедры экспериментальной и теоретической физики, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского», e-mail: *kirill.pilipenko@yandex.ru*.

THE STUDY OF OHM'S LAW ON THE CIRCUIT SECTION BY A DEMONSTRATION PLANT OF RESISTANCES

S. V. Simukova, K. S. Pilipenko

The article discusses the methodology for conducting laboratory work on the study of Ohm's law on the basis of a demonstration unit.

Keywords: *demonstration installation, Ohm's law, resistive element.*

References

1. Dubrovskii V.V., Ivanov D.M., Pratusovich N.Ya. i dr. Rezistory: Spravochnik. – M.: Radio i svyaz', 1991. – 528 s.
2. Khoroshavina S.G. Spravochnik po fizike. Seriya «Uchebniki, uchebnye posobiya». – Rostov na Donu: «Feniks», 2002. – 384 s.
3. Shilov V.F. Elektrodinamika: laboratornye raboty v shkole i doma. – M.: Prosveshchenie, 2006. – 336 s.

About authors

Simukova S.V. – PhD in Pedagogical Science, Associate Professor of Department of Experimental and Theoretical Physics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *simukova-svetlana@yandex.ru*.

Pilipenko K.S. – graduate student, Department of Experimental and Theoretical Physics, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *kirill.pilipenko@yandex.ru*.

ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ И ПРИКЛАДНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 581.9

РАСПРОСТРАНЕНИЕ, ФИТОЦЕНОТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ И ОСОБЕННОСТИ
БИОЛОГИИ В КУЛЬТУРЕ *ULMUS MINOR* MILL. (*ULMACEAE*) В БРЯНСКОЙ
ОБЛАСТИ

В.И. Барина, Ю.А. Семенищенков

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

В статье даётся характеристика распространения, фитоценотических связей и биологии редкого вида с мало изученным распространением – *Ulmus minor* Mill. (*Ulmaceae*) – в Брянской области. Этот вид встречается здесь спорадически и входит в состав растительных сообществ нескольких типов. Все они связаны с долинами наиболее крупных рек (Десна, Нерусса, Ипуть). Фитоценотическая значимость вяза сильно колеблется – от единичного присутствия в сообществах до формирования сомкнутого яруса в пойменных лесах. По результатам наблюдения в культуре, *U. minor* является быстро растущим растением, что позволяет рекомендовать его к более широкому внедрению в культуру для озеленения.

Ключевые слова: география растений, фитоценотические связи, *Ulmus minor* Mill., Брянская область.

Введение. В настоящее время важной парадигмой в природоохранной деятельности является признание необходимости сохранения всего биоразнообразия планеты. Многие виды растений имеют так называемую опционную ценность [9]. Они не используются человеком в настоящее время, однако потенциал их использования может быть раскрыт в будущем. Можно смело утверждать, что хозяйственный потенциал аборигенной флоры Нечерноземья раскрыт не в полной мере, а, вернее, востребован очень слабо. Это имеет большое значение для некоторых древесных и кустарниковых видов, которые могут быть шире востребованы в ландшафтном строительстве и озеленении как интродуценты из естественной аборигенной флоры. Их использование существенно сократило бы затраты на озеленение и снизило бы риск, возникающий при культивировании заносных интродуцированных видов из регионов с различным климатом.

Ulmus minor Mill. (*U. campestris* L., *U. carpinifolia* Rupr. ex Suckov) – вяз малый, полевой, граболистный – европейский температно-сарматский вид со слабо изученным распространением в Брянской области [2]. Встречается в южной половине Европы, на Кавказе и в Малой Азии [13]. В России, помимо чернозёмной полосы европейской части, встречается в Предкавказье. В Средней России приурочен к южным областям. Растёт как примесь в широколиственных лесах, по опушкам и на освещённых склонах; в степных районах – в байрачных (овражных) лесах; нередко образует чистые насаждения на речных наносах [5]. В России изучаемый вид в середине XX в. был отмечен только на территории Воронежской, Курской, Орловской, Рязанской, Тульской, Самарской, Саратовской, Смоленской областей [13]. В настоящее время сведения о его распространении расширены. Он указан по байрачным дубравам, опушкам, оврагам, иногда как заносное на железных дорогах в Белгородской, Брянской, Воронежской, Курской, Липецкой, Орловской, Рязанской, Саратовской, Смоленской, Тамбовской, Тульской областях [8]. Как заносное растение известен в Московской области, где встречен в посадках вдоль железной дороги, а также в Татарстане [8].

Целью данной статьи является выяснение распространения *U. minor* в Брянской области, характеристика его фитоценотических связей и особенностей биологии для оценки перспектив использования вида в озеленении.

Методика исследований. Для изучения распространения *U. minor* в Брянской области был проведен анализ литературных данных по флоре региона [2, 3, 6, 7, 10, 11, 12] и данных собственных наблюдений в 2005–2016 гг. Проанализированы гербарные образцы изучаемого вида, хранящиеся в Гербарии Брянского государственного университета им. акад. И.Г. Петровского (BRSU). Для характеристики фитоценотических связей [4] выявлены основные типы растительных сообществ, в которых встречается вяз.

Названия сосудистых растений даны по П.Ф. Маевскому [8].

Результаты исследования. В Брянской области *U. minor* отмечен вблизи северной границы сплошного распространения в Дятьковском, Комаричском, Новозыбковском, Стародубском, Суземском районах [3]. В пойменных широколиственных лесах редко в составе широколиственной «свиты» приводится для территории Неруссо-Деснянского Полесья [6].

Редкость вида демонстрируют его немногочисленные сборы в гербариях региона. Так, наиболее ранний сбор в Гербарии БГУ (BRSU) датируется 30.05.1980: Брянская область, Севский район, пос. Рождественский, пойма р. Сев, коллекторы: А. Д. Булохов, Э. М. Величкин (рис. 1).

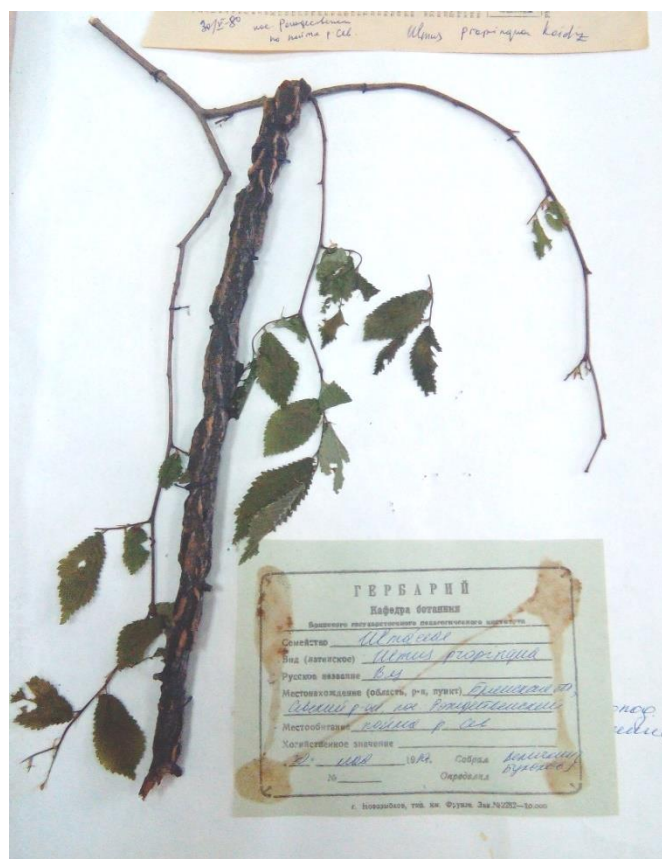


Рис. 1. Сбор *Ulmus minor* 1980-х гг. из Гербария BRSU.

В последние годы был найден в Выгоничском [2], Суземском, Суражском (BRSU) и Трубчевском [2; 7; BRSU] районах (рис. 2). Поиски данного вида в пойменных лесах неоднократно проводились авторами специально, однако найти его не удалось.

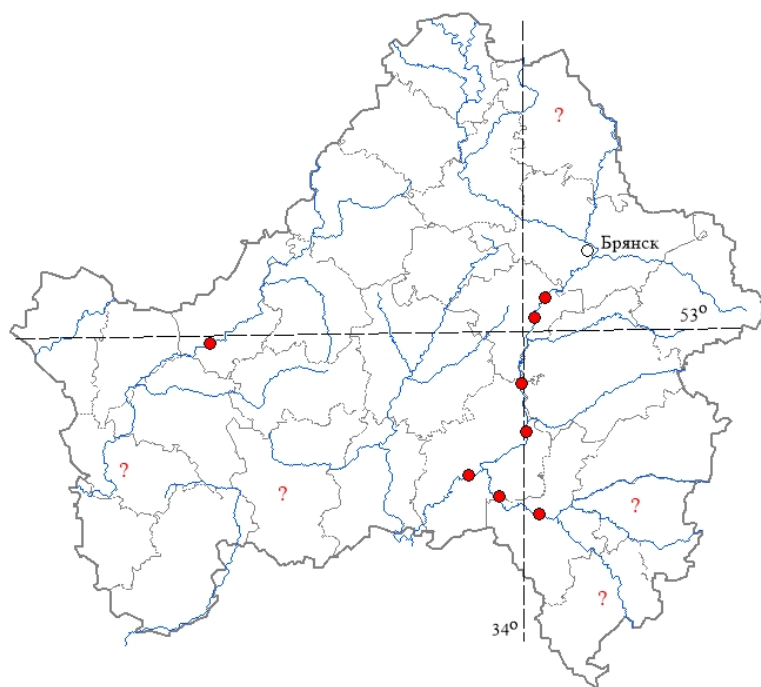


Рис. 2. Находки *Ulmus minor* в Брянской области (обозначены красным пуансоном). Сплошной чёрной линией обозначены границы области, тонким чёрным пунктиром – границы административных районов, синим – наиболее крупные реки. Знаком «?» обозначены районы, в которых без точных местонахождений отмечен изучаемый вид.

В 2010–2012 гг. при обследовании пойменных лесов, распространённых в пойме реки Десны от г. Брянск до границы с Черниговской областью Украины были описаны сообщества пойменных вязово-дубовых лесов с участием вяза малого [2], отнесённые к региональной асс. *Ulmo minoris–Quercetum roboris* Bulokhov et al. 2012. Диагностические виды: *Quercus robur* f. *praesox*, *Ulmus minor*. Эти сообщества представляют собой пойменные леса на низких гривах правобережной и левобережной прирусловых пойм реки Десны.

Древостой этих сообществ формирует ранняя форма дуба черешчатого (*Quercus robur* f. *praesox*). Деревья достигают 24–26 м в высоту и характеризуются зонитиковидно-шаровидной кроной и сбежистыми стволами. Возраст деревьев на отдельных участках достигает 150 лет. Изредка в первом подъярусе присутствуют *Tilia cordata*, *Fraxinus excelsior*. Второй подъярус высотой 3–6 м, иногда до 12 м. В нем обилен *U. minor*, отдельные экземпляры которого входят и в первый подъярус. В подросте обыкновенны *Quercus robur*, *Fraxinus excelsior* и, особенно, *U. minor*. Общая сомкнутость древостоя – 50–80%.

Редкий подросток образуют *Frangula alnus*, *Swida sanguinea*. В отдельных сообществах обильны *Corylus avellana* и *Frangula alnus*, изредка в подросте встречаются *Sorbus aucuparia* и *Rosa majalis*. Сомкнутость подростка варьирует от 1 до 80%.

Травяной покров сформирован преимущественно видами, характерными для пойменных лесов, из них наиболее высококонстантны: *Equisetum pratense*, *Festuca gigantea*, *Filipendula ulmaria*, *Glechoma hederacea*, *Matteucia struthiopteris*, *Urtica dioica*.

Менее обильны и константны широколиственнолесные виды, а на участках грив повышается доля участия сыро- и влажнолуговых видов: *Carex praesox*, *Galium physocarpum*, *Poa palustris*, *Rumex thyrsiflorus*.

Общее проективное покрытие травяного яруса в зависимости от сомкнутости крон и подростка колеблется от 5 до 80%. Видовое богатство сообществ низкое – 14–24 видов на 400 м². В отдельных разреженных «олуговельных» сообществах оно достигает 38 видов.

Наиболее важное отличие лесов установленной ассоциации от ранее описанных в регионе пойменных лесов – присутствие и высокое эдификаторное значение *U. minor* [2].

Другой тип сообществ, в которых встречается вяз полевой, – ксерофитные кустарники на склонах речной долины Десны. Их относят к асс. *Swida sanguineae–Ulmum laevis* Semenishchenkov in Semenishchenkov et Bulokhov 2015. Её диагностические виды: *Swida sanguinea*, *Ulmus laevis* [1, 7]. Распространены они на суховатых и сухих коренных склонах долины р. Десна с близким залеганием или выходом на поверхность мела.

В области ассоциация приводится для двух районов: коренные склоны долины р. Десна на отрезке д. Кветунь – д. Удолье, у д. Н. Новоселки (Трубчевский р-н); у с. Удельные Уты (Выгоничский р-н) [7].

Эти сообщества обычно одно- или двухярусные. Высота насаждений в них варьирует от 3 до 8 м. Обычно сначала первый ярус образует *Swida sanguinea* и низкорослые деревья *Ulmus laevis*, а также *Euonymus verrucosa*, *Frangula alnus*, *Pyrus communis*, *Viburnum opulus*. Со временем роль вяза в древостое увеличивается, однако в условиях недостаточного увлажнения бедного органическим азотом субстрата и интенсивного смыва на крутых склонах при возрасте 20–30 лет деревья вяза не превышают в высоту 3–5 м и выглядят угнетенными; есть суховершинные и погибшие деревья. Сомкнутость насаждений варьирует от 50 до 70%. Как правило, заросли кустарников, многие из которых колючие, являются труднопроходимыми.

В травяном ярусе обильны опушечные виды класса *Trifolio–Geranietea*, характерные для хорошо прогреваемых местообитаний: *Agrimonia eupatoria*, *Astragalus cicer*, *Campanula rapunculoides*, *Cichorium intybus*, *Origanum vulgare*, *Salvia pratensis*, *Securigera varia*, *Viola hirta*. В разреженных кустарниках значительно участие светолюбивых видов класса *Molinio–Arrhenatheretea*: *Achillea millefolium*, *Bromopsis inermis*, *Centaurea jacea*, *Daucus carota*, *Galium mollugo*, *Knautia arvensis*, *Pimpinella saxifraga* и др. В напочвенном слое часто встречаются ксерофильные виды мхов. Видовое богатство – 25–30 видов на 100 м².

Интересной особенностью этих сообществ является редкое присутствие вяза малого, который не имеет обычно высокого обилия, но отмечается в кустарниковом ярусе сообществ [11, 12].

В 2014 г. авторами в Суражском районе были описаны сообщества пойменных дубрав, в которых *U. minor* участвует с высоким обилием. Они встречаются в прирусловой и центральной поймах (в западинах) р. Ипуть.

Древостой этих сообществ формирует ранняя форма дуба высотой 14–20 м. Во втором ярусе и в подлеске высоко обилие *U. minor* с участием *U. laevis*. К ним примешиваются *Padus avium*, *Frangula alnus*, *Alnus glutinosa*. Сообщества обычно почти непроходимые из-за сплетённых ветвей черемухи. Сомкнутость древостоя достигает 70%. Сомкнутость подлеска – 30–60%.

В травостое этих сообществ – сочетание неморальных видов с видами сыро- и влажнолугового разнотравья. В тенистых участках особенно разрастается *Aegorodium podagraria*. В отдельных сообществах имеется сплошной покров из длиннокорневищного *Equisetum hyemale*, который сильно угнетает другие сосудистые растения. Проективное покрытие травяного яруса – 30–80%. Моховой покров не выражен. Видовое богатство низкое – 15–23 вида на 400 м².

Таким образом, в Брянской области *U. minor* встречается спорадически и входит в состав растительных сообществ нескольких типов. Все они, так или иначе, связаны с долинами наиболее крупных рек (Десна, Нерусса, Ипуть). Фитоценоотическая значимость вяза сильно колеблется – от единичного присутствия в сообществах до формирования сомкнутого яруса в пойменных лесах.

Виды вязов – ценные для озеленения и ландшафтного строительства растения. Декоративность изучаемого вида обусловлена особенностями его морфологии: наличием необычных пробковых выростов на ветвях и своеобразным расположением побегов ветвления в одной плоскости.

На территории Брянской области насаждения из *U. minor* неизвестны. В 2014 г. образец вяза из долины р. Нерусса (Суземский р-н) был интродуцирован на территории опытного участка БГУ. Растение было пересажено на новое место путем простой интродукции – без каких-либо биологических или химических вмешательств. В искусственном местообитании *U. minor* успешно прошёл акклиматизацию. К 3–4 годам вязы обычно достигают высоты 1,5 м [5]. Изучаемый объект имеет высоту 2,7 м, что позволяет сделать вывод о его нормальном росте. В 2016 г. во время продолжительных заморозков в зимний период отмечено частичное подмерзание однолетних ветвей.

Для оценки роста растения проведена оценка годовичного прироста у произвольно взятых ветвей разного года (1–4 летних) (табл.).

Таблица

Годичный прирост ветвей разного возраста у *Ulmus minor*
в условиях интродукции в г. Брянск, см

№ ветвей п. п.	1	2	3	4
1.	35,3	68,5	24,4	42,3
2.	56,4	55,4	25,0	60,2
3.	53,3	15,0	47,0	22,5
4.	45,4	65,1	13,1	30,1
5.	44,1	26,1	22,2	110,0
Среднее значение	46,6±8,26	45,8±2,39	26,2±12,55	52,8±3,13

Динамика годовичного прироста наглядно продемонстрирована на гистограмме (рис. 3).

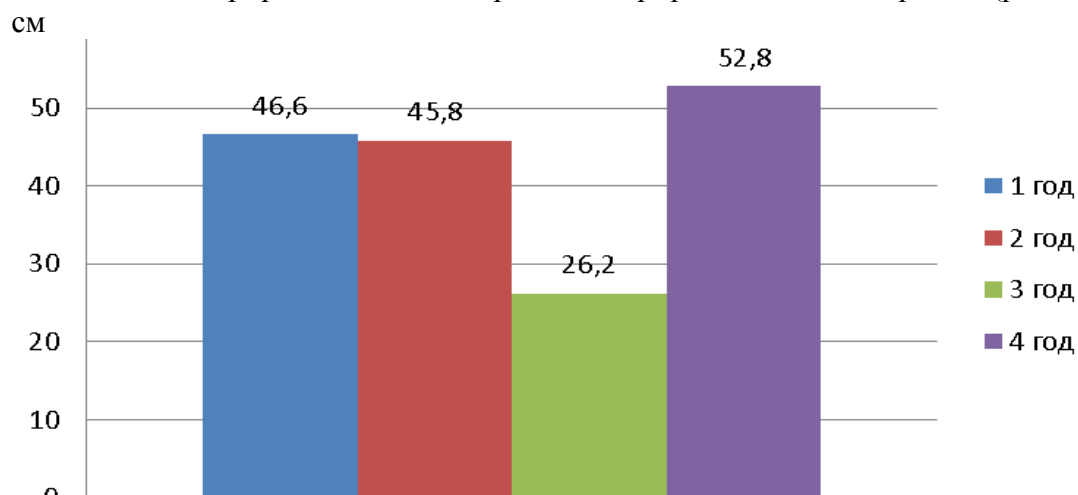


Рис. 3. Динамика годовичного прироста (в см) *Ulmus minor* в 2013–2017 гг.
в условиях интродукции в г. Брянск.

Анализ динамики прироста позволяет сделать вывод, что данная величина отличается у вяза в разные годы, что может быть вызвано как различием в погодных условиях, в разной мере благоприятных для роста, в том числе наличие засухи, подмерзание участков ветвей зимой и др. Кроме того, ветви разного возраста могут обладать разной интенсивностью нарастания. На гистограмме видно, что в 2015 г. наблюдался наименьший прирост. Возможно, это связано с продолжительной летней засухой, не позволившей сделать нарастание более интенсивным.

В целом значения годовичного прироста, достигающие в отдельные годы 110 см, можно охарактеризовать как значительные. Это позволяет рассматривать вяз малый как

быстрорастущее растение, что важно для интродуцированных декоративных деревьев. Это позволяет рекомендовать его к введению в культуру в условиях Брянска и Нечерноземья России.

Необходимо сохранять естественные насаждения *U. minor* в Брянской области и вести мониторинг состояния его ценопопуляций для дальнейшего изучения особенностей биологии в местных климатических и экологических условиях.

Список литературы

1. Булохов А.Д., Семенищенков Ю.А. Типификация и коррекция синтаксонов лесной растительности Южного Нечерноземья России и сопредельных регионов // Бюллетень Брянского отделения Русского ботанического общества. – 2015. – № 1 (5). – С. 26–32.
2. Булохов А.Д., Сильченко И.И., Семенищенков Ю.А. Новая ассоциация пойменных широколиственных лесов в Юго-Западном Нечерноземье России // Вестник Брянского гос. ун-та. Сер. Естественные и точные науки. – 2012. – № 4. – С. 116–120.
3. Булохов А.Д., Величкин, Э.М. Определитель растений Юго-Западного Нечерноземья России. Изд-е 2-е, доп. – Брянск: Изд-во БГУ, 1998. – 380 с.
4. Булохов А.Д., Семенищенков Ю.А., Панасенко Н.Н., Харин А.В. Фитоценотические связи как критерий сохранения редких видов региональной флоры // Бюллетень Брянского отделения Русского ботанического общества. – 2016. – № 1 (7). – С. 10–22.
5. Губанов И.А. и др. Иллюстрированный определитель растений Средней России. В 3 т. – М.: Т-во науч. изд. КМК, Ин-т технолог. иссл., 2003. – Т. 2. С. 35.
6. Евстигнеев О.И., Федотов Ю.П. Флора сосудистых растений заповедника «Брянский лес». – Брянск, 2007. – 106 с.
7. Зеленая книга Брянской области (растительные сообщества, нуждающиеся в охране): монография / А.Д. Булохов, Ю.А. Семенищенков, Н.Н. Панасенко, Л.Н. Анищенко, Е.А. Аверинова, Ю.П. Федотов, А.В. Харин, А.А. Кузьменко, А.В. Шапурко / Под ред. А.Д. Булохова. – Брянск: ГУП «Брянск. обл. полигр. объединение, 2012. – 144 с.
8. Маевский П.Ф. Флора средней полосы европейской части России. 11-е изд. – М.: Тов. науч. изд. КМК, 2014. – 635 с.
9. Примак Р. Основы сохранения биоразнообразия / Пер. с англ. О.С. Якименко, О.А. Зиновьевой. – М.: Изд. Научного и уч.-метод. центра, 2002. – 256 с.
10. Семенищенков Ю.А. Эколого-флористическая классификация как основа охраны флористического и фитоценотического разнообразия (на примере Судость-Деснянского междуречья). Дис. ... канд. биол. наук. – Брянск, 2006. – 412 с.
11. Семенищенков Ю.А. Фитоценотическое разнообразие Судость-Деснянского междуречья. – Брянск: РИО БГУ, 2009. – 400 с.
12. Семенищенков Ю.А. Ботанико-географическое районирование бассейна Верхнего Днепра (Россия) на основе синтаксономии лесной растительности // Ботанический журнал. – 2015. – Т. 100. – № 7. – С. 625–657.
13. Флора СССР. В 30 т. / Гл. ред. акад. В.Л. Комаров; Ред. тома Б.К. Шишкин и Е.Г. Бобров. – М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1949. – Т. XIV. – С. 596–597.

Сведения об авторах

Барина Виктория Игоревна – магистрант Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

Семенищенков Юрий Алексеевич – доктор биологических наук, профессор кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: yuricek@yandex.ru

DISTRIBUTION, PHYTOCOENOTIC CONNECTIONS AND FEATURES OF BIOLOGY IN CULTURE OF RARE SPECIES *ULMUS MINOR* MILL. (*ULMACEAE*) IN THE BRYANSK REGION

V.I. Barinova, Yu.A. Semenishchenkov

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The article gives the characteristic of distribution, phytocoenotic connections and biology of rare species with little studied spread – *Ulmus minor* Mill. (*Ulmaceae*) – in the Bryansk region. The species distributed here sporadically in several types of plant communities. They all relate to the major rivers (Desna, Nerussa, Iput'). Phytocoenotic role of this species fluctuates, ranging from a single presence in communities to dominating in the tree layer in riparian forests. Based on the results of monitoring in culture, *U. minor* is a fast-growing plant that allows recommending it for wider implementation in the culture.

Keywords: plant geography, phytocoenotic context, *Ulmus minor* Mill., Bryansk region.

References

1. Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu.A. Tipifikatsiya i korrektsiya sintaksonov lesnoi rastitel'nosti Yuzhnogo Nechernozem'ya Rossii i sopredel'nykh regionov // Byulleten' Bryanskogo otdeleniya Russkogo botanicheskogo obshchestva. – 2015. – № 1 (5). – P. 26–32.
2. Bulokhov A.D., Sil'chenko I.I., Semenishchenkov Yu.A. Novaya assotsiatsiya poimennykh shirokolistvennykh lesov v Yugo-Zapadnom Nechernozem'e Rossii // Vestnik Bryanskogo gos. un-ta. Ser. Estestvennye i tochnye nauki. – 2012. – № 4. – P. 116–120.
3. Bulokhov A.D., Velichkin, E.M. Opredelitel' rastenii Yugo-Zapadnogo Nechernozem'ya Rossii. Izd-e 2-e, dop. – Bryansk: Izd-vo BGU, 1998. – 380 p.
4. Bulokhov A.D., Semenishchenkov Yu.A., Panasenkov N.N., Kharin A.V. Fitotsenoticheskie svyazi kak kriterii sokhraneniya redkikh vidov regional'noi flory // Byulleten' Bryanskogo otdeleniya Russkogo botanicheskogo obshchestva. – 2016. – № 1 (7). – P. 10–22.
5. Gubanov I.A. i dr. Illyustrirovanniy opredelitel' rastenii Srednei Rossii. V 3 t. – M.: T-vo nauch. izd. KMK, In-t tekhnolog. issl., 2003. – T. 2. P. 35.
6. Evstigneev O.I., Fedotov Yu.P. Flora sosudistyykh rastenii zapovednika «Bryanskii les». – Bryansk, 2007. – 106 p.
7. Zelenaya kniga Bryanskoi oblasti (rastitel'nye soobshchestva, nuzhdayushchiesya v okhrane): monografiya / A.D. Bulokhov, Yu.A. Semenishchenkov, N.N. Panasenkov, L.N. Anishchenko, E.A. Averinova, Yu.P. Fedotov, A.V. Kharin, A.A. Kuz'menko, A.V. Shapurko / Pod red. A.D. Bulokhova. – Bryansk: GUP «Bryansk. obl. poligr. ob"edinenie, 2012. – 144 p.
8. Maevskii P.F. Flora srednei polosy evropeiskoi chasti Rossii. 11-e izd. – M.: Tov. nauch. izd. KMK, 2014. – 635 p.
9. Primak R. Osnovy sokhraneniya bioraznootobraziya / Per. s angl. O.S. Yakimenko, O.A. Zinov'evoi. – M.: Izd. Nauchnogo i uch.-metod. tsentra, 2002. – 256 p.
10. Semenishchenkov Yu.A. Ekologo-floristicheskaya klassifikatsiya kak osnova okhrany floristicheskogo i fitotsenoticheskogo raznootobraziya (na primere Sudost'-Desnyanskogo mezhdurech'ya). Dis. ... kand. biol. nauk. – Bryansk, 2006. – 412 p.
11. Semenishchenkov Yu.A. Fitotsenoticheskoe raznootobrazie Sudost'-Desnyanskogo mezhdurech'ya. – Bryansk: RIO BGU, 2009. – 400 p.
12. Semenishchenkov Yu.A. Botaniko-geograficheskoe raionirovanie basseina Verkhnego Dnepra (Rossiya) na osnove sintaksonomii lesnoi rastitel'nosti // Botanicheskii zhurnal. – 2015. – T. 100. – № 7. – P. 625–657. Flora SSSR. V 30 t. / Gl. red. akad. V.L. Komarov; Red. toma B.K. Shishkin i E.G. Bobrov. – M.–L.: Izd-vo AN SSSR, 1949. – T. XIV. – P. 596–597.

About authors

Barinova V.I. – graduate student, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky.

Semenishchenkov Yu. A. – Sc.D. in Biology, Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: yuricek@yandex.ru.

УДК 612.273+615.2

ВЛИЯНИЕ ВИТАМИНА В₆ И ЕГО ПРОИЗВОДНЫХ НА ОРГАНИЗМ МЫШЕЙ**Т.Г. Иванова, Е.И. Барышникова**

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского»

Настоящее исследование было предпринято с целью выявления влияния и его выраженности витамина В₆ и его производных (мексидола и эмоксипина) на организм белых беспородных мышей. Эта проблема достаточно актуальна для современной валеологии и медицины. Эмоксипин, как производное витамина В₆, проявляет слабые антигипоксические свойства на моделях нормобарической гипоксии, что затрудняет его использование в качестве адаптогенного препарата.

Ключевые слова: витамин В₆, эмоксипин, адаптоген.

Введение. Витамин В₆ и его производные играют большую роль в обмене веществ, обладают защитными свойствами, имеют антиоксидантное, антигипоксическое, мембраностабилизирующее, ноотропное, анксиолитическое действие. Оказывает стресспротективное, противосудорожное, гиполипидемическое действие. Что в свою очередь очень важно для организма [3].

Большинство биологических соединений, включая их производные, обладают широким спектром биологической активности. Поэтому они способны влиять на разные стороны обмена веществ и оказывать пролонгирующее действие в случаях начала общепатологических процессов. Использование пищевых соединений в качестве корректоров биохимических процессов возможно только в случаях их выделения в чистом виде (например, витамины, ферменты и т.д.) и знания точного спектра биологической активности. Для веществ с адаптогенным типом действия (гликозиды элеутерококка, женьшеня, заманихи, аралии, панты марала и т.д.) разработаны специальные программы экспериментальной проверки спектра биологической активности, включающие тесты на работоспособность, антигипоксическое действие, антиоксидантную активность, стресспротекторное действие и влияние на ВНД [2].

Методика исследования. Для исследования влияния витамина В₆ и его производных на работоспособность в обычных условиях, был проведен опыт: плавание с отягощением 7% от массы тела при температуре воды +27-29С°. Для его проведения были взяты мыши, масса тела которых составляет 20-24 г. Контролю внутрибрюшинно введена дистиллированная вода по весу. Контрольным группам животных – 1% растворы исследуемых веществ в соответствующей дозировке [1].

Результаты и обсуждение. Результаты опыта показали, что под влиянием Витамин В₆, через 1 час после введения общая продолжительность плавания не изменилась и соответствует средним значениям контроля – 8,9 мин. Под влиянием Эмоксипина в дозе 40 мг/кг общая продолжительность плавания увеличилась на 4,9% , а в дозировке 100 мг/кг – снизилась на 27,2% по сравнению со средней работоспособностью контроля (табл.1). Под влиянием Мексидола в дозировке 50 мг/кг общая продолжительность плавания по сравнению с контрольной группой увеличилась на 18,8%. Следовательно, можно сделать вывод, что наиболее эффективно на увеличение продолжительности плавания влияет Мексидол в дозировке 50 мг/кг.

Полученные в ходе эксперимента данные статистически достоверны.

Поскольку эти три вещества имеют похожие формулы, в метаболических процессах организма, они являются катализаторами для синтеза таурина из метионина и цистеина. Таурин нормализует нервно-мышечную проводимость, сократимость мышц, противодействует развитию судорог.

Введение витамина В₆ и эмоксипина за 1 час до начала опыта не позволяет запустить синтез таурина, поэтому выраженного протекторного действия у соединений нет. В случае мексидола, который является солью янтарной кислоты этилметилгидроксипиридина, протективное действие связано не с пиридиновым кольцом, а с остатком янтарной кислоты. Её метаболический эффект связан со способностью включаться в цикл Кребса и способствовать синтезу АТФ.

Таблица 1

Влияние витамина В₆ и его производных на работоспособность в обычных условиях

Препарат	Доза, мг/кг	N	Продолжительность жизни в мин			
			абс	%	t	P
Витамин В ₆	к-ль	10	8,9±0,62	100,0	1,43	0,1
	2,5	10	8,9±0,62	100,0		
Эмоксипин	к-ль	10	8,1±0,61	100,0	0,39	0,5
	40,0	10	8,5±0,76	104,9		
	100,0	10	5,9±0,55	72,8	5,8	0,001
Мексидол	к-ль	10	8,5±0,35	100,0	7,62	0,001
	50,0	10	10,1±0,28	118,8		

Исследования влияния витамина В₆ и его производных на работоспособность в условиях гермообъема (ОГсГК), мы провели на модели плавания с отягощением 5% от массы тела при температуре воды +27-29°C. В опыт брали животных массой 20-24г, контролю внутрибрюшинно введена дистиллированная вода (табл. 2). Обработка результатов эксперимента показала, что Витамин В₆ в дозировке 2,5 мг/кг не влияет на продолжительность плавания животных в гермообъеме. Эмоксипин в дозировке 40 мг/кг незначительно увеличил продолжительность плавания по сравнению контроля – на 7,5 %, а в дозировке 100 мг/кг – уменьшил продолжительность плавания на 28,3% относительно средней контроля. Введение Мексидола увеличило продолжительность плавания в заданных условиях на 23,2% относительно контроля (6,9 мин). Отсюда снова можно сделать вывод о том, что применение Мексидола в дозе 50 мг/кг значительно увеличивает работоспособность.

Таблица 2

Влияние витамина В₆ и его производных на работоспособность в условиях гермообъема (ОГсГК)

Препарат	Доза мг/кг	N	Продолжительность жизни в мин			
			абс	%	t	P
Витамин В ₆	к-ль	8	7,0±0,32	100,0	0,33	0,5
	2,5	8	6,9±0,44	98,6		
Эмоксипин	к-ль	10	5,3±0,54	100,0	1,54	0,25
	40,0	10	5,7±0,6	107,5		
	100,0	10	3,8±0,44	71,7	4,84	0,001
Мексидол	к-ль	8	6,9±0,29	100,0	2,76	0,02
	50,0	8	8,5±0,65	123,2		

Полученные в результате эксперимента данные статистически достоверны. Наши данные подтверждают общий вывод фармакологов и молекулярных биологов – если в спектре биологической активности выражен антигипоксический эффект, то активации работоспособности наблюдаться не будет.

Большинство биологических соединений, включая их производные, обладают широким спектром биологической активности. Поэтому они способны влиять на разные

стороны обмена веществ и оказывать пролонгирующее действие в случаях начала общепатологических процессов. Использование пищевых соединений в качестве корректоров биохимических процессов возможно только в случаях их выделения в чистом виде (например, витамины, ферменты и т.д.) и знания точного спектра биологической активности. Для веществ с адаптогенным типом действия (гликозиды элеутерококка, женьшеня, заманихи, аралии, панты марала и т.д.) разработаны специальные программы экспериментальной проверки спектра биологической активности, включающие тесты на работоспособность, антигипоксическое действие, антиоксидантную активность, стресспротекторное действие и влияние на ВНД.

Экстремальные (лат. *extremus* – крайность, предел), т. е., чрезмерно интенсивное, угрожающее жизни, воздействие на организм часто встречающееся в различных ситуациях, приобретая массовый характер во время войны, при техногенных и природных катастрофах. Экстремальные стрессы, влияющие на организм-это не только факторы окружающей среды, но и неблагоприятное течение заболеваний, приводящее к сердечной недостаточности, недостаточности дыхания, ухудшению работы печени, почечной недостаточности и др. [4].

Возможны ситуации, в которых тело подвергается воздействию одного или нескольких факторов (интенсивная тренировка на больших высотах, в пустынях, в космических полетах и т. д.), но напряжение соответствующих адаптивных механизмов предотвращает опасные для жизни аномалии гомеостаза. После прекращения воздействия таких факторов, состояние организма нормализуется. В таких случаях можно говорить об экстремальных условиях существования, а не об экстремальных состояниях. Стрессовые физиологические системы, отвечающие за аварийную адаптацию организма, характерны, например, для первой стадии стресса, перед переходом в истощение. В других случаях влияние на организм экстремальных факторов о напряженности адаптивных реакций само по себе может привести к нарушению функции органов и систем, сопровождающемуся отклонением важных параметров гомеостаза. В подобных экстремальных ситуациях оказывать защитное действие на организм могли бы пищевые вещества и химические соединения с адаптогенным или стресспротекторным эффектом. Поэтому поиск пищевых веществ и химических соединений с широким спектром биологической активности, способных при профилактическом и терапевтическом введении защищать организм от повреждений разного генеза, является актуальной проблемой патофизиологии и экспериментальной фармакологии [4].

Список литературы

1. Барышникова Е.И., Иванова Т.Г. Изучение спектра биологической активности эмоксипина. Ученые записки Брянского государственного университета. – 2016. – № 1. – С. 71–72.
2. Зборовский А.Б. Тюренков И.Н., Белоусов Ю.Б. Неблагоприятные побочные эффекты лекарственных средств. – М.: ООО «Медицинское информационное агентство», 2008. – 656 с.
3. Маев И.В., Казюлин А.Н., Белый П.А. Витамины: монография. – М.: МЕДпресс-информ, 2011. – 544 с.
4. Руководство по общей патологии человека. Под. ред. Н.К Хитрова, Д.С. Саркисова, М.А. Пальцева. – М.: Медицина, 2004. – 555 с.

Сведения об авторах

Иванова Татьяна Геннадьевна – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail:zoobgu@mail.ru.

Барышникова Екатерина Игоревна – магистрант Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail:zoobgu@mail.ru.

THE EFFECTS OF VITAMIN B6 AND ITS DERIVATIVES IN MICE

T.G. Ivanova, E.I. Baryshnikova

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The present study was undertaken to determine the effect and severity of vitamin B6 and its derivatives (Mexidol and Emoxipin) on the body of albino mice. This problem is relevant to modern valeology and medicine. The emoxipin, as a derivative of vitamin B6, showing weak antihypoxic properties on models normobaric hypoxia, which complicates its use as an adaptogenic drug.

Keywords: *vitamin B6, emoxipin, an adaptogen.*

References

1. Baryshnikova, E. I., Ivanova, T. G. the Study of biological activity of emoxipin. Proceedings of the Bryansk state University. – 2016. – No. 1. – P. 71-72.
2. Zborowski A. B., Tyurenkov I. N., Belousov Yu. B. Adverse side effects of drugs. – M.: ООО «Medical information Agency», 2008. – 656 p.
3. Maev I. V., Kazyulin A. N., White, P. A. Vitamins. – M.: Medpress-inform, 2011. – 544 p.
4. A manual of General pathology of the person. Under. ed N. To Khitrova, D. S. Sarkisov, M. A. Paltseva. – M.: Medicine, 2004. – 555 p.

About authors

Ivanova T. G. – PhD in Biological Sciences, Associate Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: zoobgu@mail.ru.

Baryshnikova E.I. – graduate student, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: zoobgu@mail.ru.

УДК 616.24-002.5-036.3

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ В ОРГАНИЗМЕ ЧЕЛОВЕКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМАХ ТУБЕРКУЛЕЗА ЛЕГКИХ

Е.В. Ноздрачева, М.Н. Менькова

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Значительное ухудшение работы общей лечебной сети по активному выявлению больных туберкулёзом в условиях современного социально-экономического кризиса прямым образом отразилось на увеличении числа заболевших деструктивными и бациллярными формами туберкулёза. Продолжается рост заболеваемости контактных, увеличение частоты рецидивов туберкулёза, возрастает доля больных с осложнённым течением специфического процесса и его генерализованными формами.

Ключевые слова: туберкулёз, формы туберкулеза, структурные изменения легких, функциональные изменения легких.

Введение. Туберкулёз до настоящего времени остаётся одной из главных проблем здравоохранения. Такое положение обусловлено тем, что в последние годы в мире сложилась неблагоприятная эпидемическая ситуация по туберкулёзу [1]. Несмотря на прогресс, достигнутый в борьбе с туберкулёзом, на сегодняшний день заболеваемость туберкулёзом остается высоким и темпы роста заболеваемости туберкулёзом продолжают расти [2]. Поэтому в России необходима адекватная программа по борьбе с туберкулёзом и его профилактике [1].

Ухудшение радиационно-экологической обстановки на территории Брянской области привело к возрастанию заболеваемости различными заболеваниями, формированию стрессовых ситуаций [3]. В связи с этим особую актуальность приобретает выявление факторов, повышающих восприимчивость макроорганизма к туберкулёзной инфекции и способствующих развитию и неблагоприятному течению туберкулёза на определённой территории, что объясняет необходимость использования регионально ориентированных подходов в научных исследованиях [4].

Методика исследования. Исследование проводилось на базе ГБУЗ «Брянский областной противотуберкулезный диспансер». В исследовании принял участие 100 человек, обратившихся за медицинской помощью, а также при плановых профилактических обследованиях определенных групп населения. Обследовано мужчин – 70 (70%), женщин – 30 (30%). Возраст больных варьировал от 19 до 64 лет, преобладали лица молодого, трудоспособного возраста от 20 до 40 лет (72,5%).

С целью установления закономерности изменения лабораторных и инструментальных результатов исследования, в зависимости от формы туберкулёза нами было отобрано 3 группы пациентов одного возраста с 30 - 40 лет по 30 человек с такими формами туберкулёза лёгких как: фиброзно-кавернозная, диссеминированная и инфильтративная (табл.1).

Таблица 1

Клинический состав больных

№ п/п	Клиническая форма туберкулеза легких	Количество	
		абс.	%
1	Диссеминированный туберкулез легких	30	33,3
2	Инфильтративный туберкулез легких	30	33,3
3	Фиброзно-кавернозный туберкулёз лёгких	30	33,3
	Итого	90	100

Полученные результаты сравнивали с нормальными значениями исследуемых показателей, которые представлены в таблице 2.

Таблица 2

Нормальные значения показателей, изучаемых при диагностике различных форм туберкулеза легких

Мокрота БК(+)	Рентгеновский снимок
БК (+) не обнаруживаются	Чётко виден лёгочный рисунок без участков затемнения

В качестве исследуемых показателей туберкулеза изучали мокроту на бактериовыделение БК (+). Исследование мокроты проводилось методом микроскопии мазка, которое принято во всем мире в качестве основы диагностики туберкулеза и основного метода контроля процедуры лечения. Микроскопия мокроты рекомендуется для контроля лечения, так как это относительно быстрый, простой и недорогой метод, который может быть использован во всех странах. Результаты микроскопии мокроты позволяют определить необходимость проведения бактериологического исследования (посева и теста на лекарственную чувствительность микобактерий). Для каждого микроскопического исследования с целью контроля лечения необходимо собрать и отослать в лабораторию два образца мокроты. При обследовании мокроты 90 пациентов, микобактерии туберкулеза выявлены бактериоскопическим методом по Циль - Нельсону у 61 больного, при этом результаты анализов указывают на преобладание массивного бацилловыделения у данной категории больных. У всех больных была определена мультирезистентность.

Структурно – функциональные изменения органов дыхания изучали методом рентгенографии грудной клетки.

Результаты и обсуждения. При фиброзно-кавернозной форме туберкулёза на рентгенографическом снимке отмечается появление кавернозных полостей. Из 100% пациентов бактериовыделение отмечается у 80% (табл.3).

Таблица 3

Исследование группы пациентов, страдающих фиброзно-кавернозным туберкулёзом лёгких

№ п/п	Описание рентгенографических снимков	мокрота БК + (-)
1	Признаки формирования полости	+
2	Скопление жидкости в образующейся полости	+
3	Увеличение каверны, изменение её формы и появление новых очагов распада	+
4	Признаки кавернозных полостей	+
5	Скопление жидкости в полости	—
6	Распад зоны инфильтрации	+
7	Признаки формирования полостей	+
8	Признак кавернозной полости	+
9	Образование интенсивных очагов отсева	+
10	Скопление жидкости в полости	—
11	Появление кавернозных полостей – 100%	80%

При инфильтративной форме туберкулёза лёгких человека на рентгенографическом снимке отмечают инфильтраты разных форм. Из 100% пациентов бактериовыделение отмечается у 70% (табл.4).

Таблица 4

Исследование группы пациентов, страдающих инфильтративным туберкулёзом лёгких

Инфильтративный туберкулёз лёгких		
№ п/п	Описание рентгенографических снимков	Мокрота БК(+)
1	Туберкулёзные инфильтраты в виде малоинтенсивных затемнений с очерченными наружными границами	+
2	Инфильтративные изменения значительной протяжённости	+
3	Очерченные крупные участки с высокой интенсивностью тени	-
4	Признаки формирующейся полости	+
5	Скопление жидкости в полостях, симптом «мениска»	+
6	Инфильтративные изменения не значительной протяжённости	-
7	Распад общей зоны инфильтрации	+
8	Очерченные крупные участки с высокой интенсивности тени	+
9	Инфильтративные изменения со значительной протяжённостью	-
10	Скопление жидкости в полостях, симптом «мениска»	+
11	Появление инфильтратов разных форм – 100%	70%

При дессиминированной форме туберкулёза лёгких на рентгенографическом снимке отмечается неоднородная инфильтрация лёгочной ткани казеозного характера с множественными деструкциями. Из 100% пациентов бактериовыделение отмечается у 90% (табл.5).

Таблица 5

Исследование группы пациентов, страдающих дессиминированным туберкулёзом лёгких

Дессиминированный туберкулёз лёгких		
№ п/п	Описание рентгенографических снимков	Мокрота БК(+)
1	Неоднородная инфильтрация лёгочной ткани казеозного характера с множественными деструкциями.	+
2	Крупные очаги различной интенсивности, формы и величины	+
3	Крупные очаги с тенденцией к слиянию и образованию небольших инфильтратов	+
4	Крупные очаги с чёткими очертаниями	+
5	Очаги с симптомом «размытости контуров»	+
6	Распад в очагах дессиминации	+
7	Полиморфные очаги, мелкие полостные образования	-
8	Крупные очаги различной интенсивности, формы и величины	+
9	Неоднородная инфильтрация лёгочной ткани казеозного характера с множественными деструкциями	+
10	Крупные очаги с чётким очертанием	+
11	Появляются неоднородные инфильтрации казеозного характера – 100%	90%

Проанализируем результаты анализов мокроты при различных формах туберкулёза (табл. 6, рис). Из данной диаграммы видно, что при дессиминированной форме туберкулёза 90% случаев отмечается наличие БК(+) в анализе мокроты, что не является нормой. Данное содержание больше, чем при инфильтративном туберкулёзе на 20% и чем при дессиминированном на 10%.

Таблица 5

Сравнительная характеристика анализов мокроты при различных формах туберкулёза

№ п/п	Фиброзно-кавернозная	Инфильтративная	Дессиминированная
1	+	+	+
2	+	+	+
3	+	—	+
4	+	+	+
5	—	+	+
6	+	—	+
7	+	+	—
8	+	+	+
9	+	—	+
10	—	+	+
	80%	70%	90%

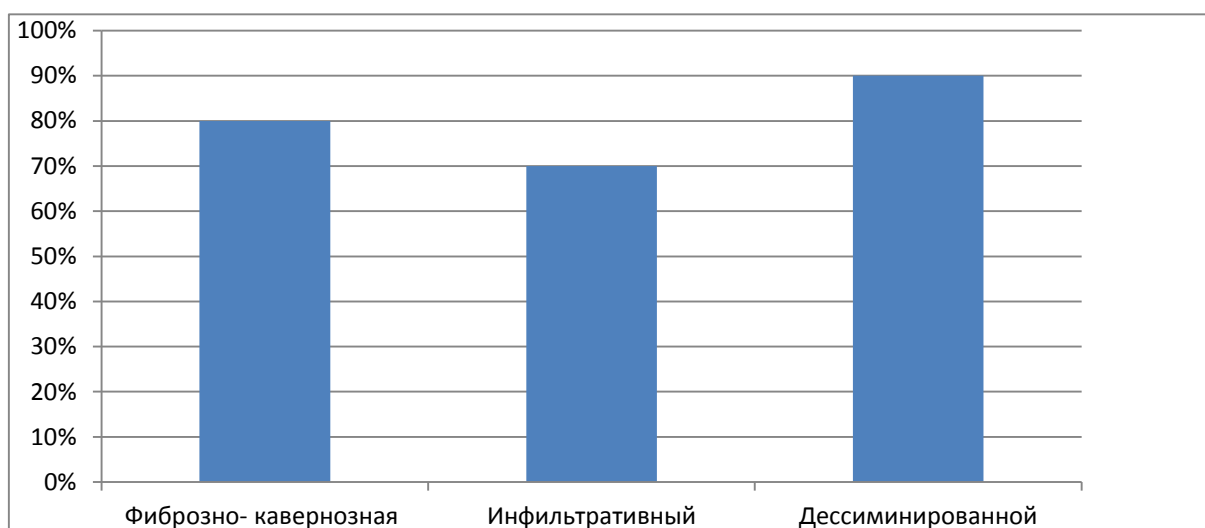


Рис. Сравнительная характеристика анализов мокроты при различных формах туберкулёза.

Проанализируем результаты рентгенологического исследования при хронических деструктивных формах туберкулеза легких (фиброзно-кавернозном и цирротическом). В особенностях отображения очагового туберкулеза легких было отмечено, что количество очаговых теней, как правило, определялось большее, чем на обзорных рентгенограммах и флюорограммах. Очаговые тени определялись одинаково отчетливо в любых отделах легких. Контуры очагов, независимо от активности специфического процесса, всегда изображались четко. Поэтому при определении фазы специфического очагового процесса на цифровых изображениях следует ориентироваться на другие признаки. Так, в экссудативной фазе очаги имели слабую интенсивность тени, однотипную форму, крупные размеры и однородную структуру, располагались на фоне не уменьшенной в объеме легочной ткани. При близком расположении экссудативные очаги сливались. Очаги продуктивного типа имели мелкие размеры, неправильную треугольную форму. При первичном обнаружении их сложно дифференцировать с мелкими, рубцово-измененными, старыми туберкулезными очагами. В этих случаях необходимо ориентироваться на клинические признаки активности процесса: симптомы интоксикации, выделение микобактерий. При отсутствии бацилловыделения наиболее достоверным признаком активности туберкулезного процесса являлось подтверждение рассасывания патологических изменений в динамике.

Небольшие по объему туберкулезные инфильтраты проявлялись на цифровых изображениях как малоинтенсивные затенения с более или менее очерченными наружными границами. Даже когда интенсивность тени инфильтрата расценивалась как слабая, было видно, что тень по структуре неоднородна и состоит из сливающихся очагов. Распады внутри инфильтратов на цифровых изображениях выявлялись более постоянно, чем на обзорных или прицельных рентгенограммах. Участки распадов сохраняли рентгенологические признаки формирующейся полости, однако, на цифровых изображениях симптом размывости и нечеткости внутренней стенки этих полостей не отображался. Небольшое скопление жидкости в полостях проявлялось адекватным, но очень интенсивным по плотности утолщением нижней стенки. Симптом «мениска», описанный для проекционных рентгенограмм при небольшом скоплении жидкости в полостях, для цифровых изображений не характерен.

Инфильтративные изменения значительной протяженности проявлялись на цифровых изображениях в виде достаточно хорошо очерченных крупных участков с высокой интенсивностью тени. Распространение процесса на всю долю характеризовалось распадом, двухсторонним обсеменением и тяжелым клиническим течением. Крайним состоянием по тяжести клинических проявлений инфильтративного процесса является казеозная пневмония. При долевого казеозной пневмонии на цифровых изображениях наблюдалось неоднородное интенсивное долевоое затенение с множественными свежими и формирующимися распадами, двусторонним сливным обсеменением. Дольковая казеозная пневмония, чаще всего встречающаяся как осложнение инфильтративного, диссеминированного или фиброзно-кавернозного туберкулеза легких, характеризовалась выраженным полиморфизмом изменений. Казеозные участки при этом отображались интенсивными, округлыми, хорошо очерченными тенями размером до 1-1,5 см. Они чередовались с менее интенсивными, но также хорошо очерченными инфильтратами. Все это являлось проявлением различных фаз экссудативного, деструктивного и параллельно текущего пролиферативного процессов. Отмечалась большая склонность долевой казеозной пневмонии к некрозу с образованием каверн и бронхогенному обсеменению.

При миллиарном туберкулезе легких на цифровых изображениях определялась густая однотипная диссеминация в виде мелких очагов, расположенных симметрично. Цифровая рентгенологическая картина острого диссеминированного туберкулеза при гематогенном типе диссеминации характеризовалась однотипными, мелкими очагами, хорошо очерченными и ярко различимыми на фоне усиленного легочного рисунка. Привычное для обзорных рентгенограмм затушевывание элементов легочного рисунка очаговыми тенями и симптом «обрубленности» корней на цифровых изображениях не проявлялись. Благодаря высокой контрастной чувствительности цифрового изображения сосудистый рисунок хорошо прослеживается до плащевого слоя легкого.

Выводы

1. При фиброзно-кавернозной форме туберкулёза на рентгенографическом снимке отмечается появление кавернозных полостей. Из 100% пациентов бактериовыделение отмечается у 80%.

2. При инфильтративной форме туберкулёза лёгких человека на рентгенографическом снимке отмечают инфильтраты разных форм. Из 100% пациентов бактериовыделение отмечается у 70%.

3. При дессеминированной форме туберкулёза лёгких на рентгенографическом снимке отмечается неоднородная инфильтрация лёгочной ткани казеозного характера с множественными деструкциями. Из 100% пациентов бактериовыделение отмечается у 90%, при этом данное содержание больше, чем при инфильтративном туберкулёзе на 20% и чем при дессеминированном на 10%.

Список литературы

1. Булацева М.Б. Влияние послеаварийного радиационного и токсического техногенного факторов на заболеваемость детского населения. – М., 2008. – 219 с.
2. Здоровье города Брянска (экологические, социально-экономические, демографические и медицинские аспекты). Под ред. И.И. Дубового. – Брянск, 2015. – С. 37.
3. Ноздрачёва Е.В. Основные тенденции в эпидемиологии туберкулеза в Брянской области в зависимости от экотопогенного воздействия факторов окружающей среды. Вестник Брянского государственного университета. – 2012. – № 4-1. – С. 141–142.
4. Ноздрачева Е.В. Исследование динамики эпидемиологических показателей по туберкулезу легких человека в зависимости от экологической нагрузки в сельских и промышленных населенных пунктах Брянской области. Ученые записки Брянского государственного университета. – 2017. – № 1 (5). – С. 55–61.

Сведения об авторах

Ноздрачева Елена Владимировна – кандидат биологических наук, доцент кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского, e-mail: nozdv@mail.ru

Менькова Марина Николаевна – магистрант кафедры биологии Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

STUDY OF STRUCTURAL-FUNCTIONAL CHANGES IN THE HUMAN BODY IN VARIOUS FORMS OF PULMONARY TUBERCULOSIS

E.V. Nozdracheva, M.N. Menkova

Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

A significant deterioration of the General medical network on active revealing of patients with tuberculosis in conditions of modern socio-economic crisis directly affected the increase in the number of cases of destructive and bacillary forms of tuberculosis. The continuing increase in the incidence of contact, increasing the frequency of recurrence of tuberculosis increases the proportion of patients with a complicated course of the specific process and its generalized forms.

Keywords: tuberculosis, TB, pulmonary structural changes, functional changes of the lungs.

References

1. Bulaeva M. B. the Impact of post-accident radiation and toxic man-made factors on the morbidity of children population. – M., 2008. – 219 p.
2. Health of the city of Bryansk (environmental, socio-economic, demographic, and medical aspects). Under the editorship of I. Dubovoy. – Bryansk, 2015. – P.37.
3. Nozdracheva E. V. The Main trends in the epidemiology of tuberculosis in the Bryansk region depending on adaptogenno the impact of environmental factors. – Herald Bryansk state University. – 2012. – No. 4-1. – P. 141–142.
4. Nozdracheva E. V. Study of the dynamics of epidemiological indicators of tuberculosis of the lungs of a person depending on environmental load in rural and industrial settlements of the Bryansk region. – Proceedings of the Bryansk state University. – 2017. – No. 1 (5). – P. 55–61.

About authors

Nozdracheva E.V. – PhD in Biological Sciences, Associate Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: nozdv@mail.ru.

Menkova M.N. – graduate student, Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky.

ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ

УДК 591.3 :636.5 +636.58

ИЗМЕНЕНИЕ СОМАТОМЕТРИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПТИЦ ПОД ВЛИЯНИЕМ АМОРФНЫХ КРЕМНЕЗЕМОВ

С.Л. Лось¹, Е.В. Зайцева²¹ ООО «Экокремний», г. Брянск² Брянский государственный университет имени академика И. Г. Петровского

В статье представлены результаты исследования возрастных особенностей соматометрических показателей организма и органов у кур кросса Хаббард и Хайсакс браун в возрастном аспекте под влиянием аморфных кремнеземов.

Ключевые слова: соматометрия, бройлеры, кросс Хаббард, кросс Хайсакс, аморфные кремнеземы.

Введение. Кризис в России привел к резкому снижению производства продуктов птицеводства отечественными предприятиями, но птицеводство и сегодня остается наиболее реальным источником пополнения продовольственного запаса страны. Для быстрого и непрерывного роста производства продуктов птицеводства, наряду с созданием прочной кормовой базы и выполнением зоогигиенических требований, необходимо максимально использовать достижения биологических и химической наук [3]. Современная наука предлагает экологически чистые добавки к корму животных, которые позволяют не только в короткие сроки нарастить массу животного, нейтрализовать токсины в его организме и быть экономически эффективными [2].

«Ковелос-Сорб» обладает уникальным свойством связывать содержащиеся в кормах токсины и предотвращать их всасывание в пищеварительном тракте. При этом витамины и аминокислоты в компонентах корма остаются нетронутыми. Это позволяет сохранить активность витаминов, минералов и других ингредиентов как в кормах, так и в тонком кишечнике животного. Добавка может использоваться для всех видов сельскохозяйственных животных, птиц, а также в рыбном хозяйстве. Ковелос-Сорб не травмирует слизистую оболочку желудочно-кишечного тракта, хорошо выводится из организма.

Целью исследования послужило выяснение возрастных особенностей соматометрических показателей организма и органов у кур кросса Хаббард и Хайсакс браун в возрастном аспекте под влиянием аморфных кремнеземов. Исследование производилось на растущих цыплят-бройлерах кросса Хаббард с 1-суточного по 20-суточный возраст и курах кросса «Хайсакс Браун» с 1-суточного по 150-суточный возраст в двух группах клинически здоровых цыплят по 15 голов каждого возраста и кросса (с учетом летальности 13%).

Методика исследования. Соматоскопическое исследования тела птиц происходили в лаборатории Морфофизиологии человека и животных кафедры биологии ФГБОУ ВО «Брянский государственный университета имени академика И.Г. Петровского», совместно с ООО «Экокремний» на базе ОАО птицефабрики «Снежка» Брянской области, Брянского района (птичник № 5-взрослое поголовье, № 13 молодняк).

В каждом исследуемом возрасте были сформированы по 2 группы: контрольная и опытная (получала исследуемый препарат). В данном исследовании были изучены органы кур-несушек кросса Хайсакс браун в возрасте от 143 до 153 суточного возраста и цыплят-бройлеров кросса Хаббард в возрасте от 1 до 20 суточного возраста. Первая группа птиц - опытная –получала препарата «Ковелос-сорб» вместе с основным рационом, вторая – контрольная группа – находилась на основном рационе. Группы цыплят были сформированы по принципу аналогов. В ходе исследования проводилась соматометрическая оценка тела птицы.

Результаты и обсуждение. Под влиянием препарата, содержащего аморфные кремнеземы, у бройлеров кросса «Хаббард» происходят изменения соматометрических показателей. К 20-суточному возрасту происходит гетерохронное увеличение в линейных показателях: длина туловища с шеей на 6,8 см, без шеи – 5,9 см; длина гребня – 4,92 см, высота – 0,1 см; длина кия – 2,9 см; ширина таза в маклаках – 1,02 см; обхват груди – 3,4 см, а глубина – 1,9 см; длина левого и правого бедра – 2,86 и 2,56 см; длина левой и правой голени составляет 1,9 см; длина левой и правой плюсны -0,62 и 0,52 см (табл. 1).

Таблица 1

Отличия соматометрических показателей контрольной и опытной групп бройлеров кросса Хайсекс Браун и Хаббард

Показатель	4 суток	20 суток
Масса (г) живая	34	55
Длина туловища с шеей (см)	4	-1
Длина туловища без шеи (см)	1,5	0
Длина гребня (см)	2	0
Высота гребня (см)	0,2	0
Длина кия (см)	1,6	2
Ширина таза в маклаках (см)	0,6	-0,6
Обхват груди (см)	0,7	-2,5
Глубина груди (см)	0,2	-3
Ширина груди (см)	0,5	1,7
Длина бедра (см) Л	1	0,4
Длина бедра (см) П	1	0,5
Длина голени (см) Л	1	0
Длина голени (см) П	1	-0,7
Длина плюсны (см) Л	0,2	-1,4
Длина плюсны (см) П	0,2	-0,8
Масса (г) обескровленная	28	58

При применении препарата, содержащего аморфные кремнеземы, в возрасте 153 суток имеют длину туловища с шеей - 38,67 см; без шеи – 29,11 см; длину гребня – 6,53 см; высоту гребня – 2,79 см; длину кия - 9,93 см; ширину таза в маклаках – 8,3 см; обхват груди – 35,31 см; глубину груди – 11,6 см; длину левого бедра - 11,11 см, правого – 11,02 см; длину левой голени - 7,69 см, правой – 7,38 см; длину левой плюсны – 2,78 см, правой – 2,73 см. Отмечена левосторонняя симметрия в соматометрических показателях (табл. 2).

Таблица 2

Отличия соматометрических показателей контрольной и опытной групп бройлеров кросса Хайсекс Браун и Хаббард

Показатель	Хайсекс Браун		Хаббард	
	143 суток	153 суток	4 суток	20 суток
Масса (г) живая	166,0	254,0	34,0	55,0
Длина туловища с шеей (см)	3,0	2,0	4,0	-1,0
Длина туловища без шеи (см)	-6,0	0	1,5	0
Длина гребня (см)	-1,0	-1,3	2	0
Высота гребня (см)	2,6	1,0	0,2	0
Длина кия (см)	-0,5	0,2	1,6	2
Ширина таза в маклаках (см)	-0,5	2,5	0,6	-0,6
Обхват груди (см)	4,0	8,0	0,7	-2,5
Глубина груди (см)	-0,5	0,2	0,2	-3,0
Ширина груди (см)	5,5	2	0,5	1,7

Длинна бедра (см) Л	1,0	1,2	1,0	0,4
Длинна бедра (см) П	1,0	1,1	1,0	0,5
Длинна голени (см) Л	0,5	0,2	1,0	0
Длинна голени (см) П	2,0	0,6	1,0	-0,7
Длинна плюсны (см) Л	-1,1	-0,6	0,2	-1,4
Длинна плюсны (см) П	-1,3	-0,4	0,2	-0,8
Масса (г) обескровленная	151,0	316,0	28,0	58,0

Выводы

1. Использование аморфных кремнеземов в начальный этап дефинитивного развития организма молодняка и взрослых птиц, способствует морфо-функциональной дифференцировке организма птиц и повышению соматометрических показателей.

2. В постнатальном онтогенезе происходит равномерный рост компонентов, наблюдаются возрастные и индивидуальные изменения их соматических структур. Структурно-функциональная перестройка компонентов тела носят компенсаторно-адаптационный характер и направлены на поддержание гомеостаза организма бройлеров.

Список литературы

1. Глаголев, П.А. Анатомия сельскохозяйственных животных с основами гистологии и эмбриологии / П. А. Глаголев, В. И. Ипполитова / Под ред. И. А. Спирюкова, В. Ф. Бракина. 4-е изд. перер. и доп. – М.: Колос, 1997. С. 319–322.

2. Сердюков, К.А. Возрастные особенности организма бройлеров в постинкубационном онтогенезе // Сердюков К.А., Зайцева Е.В., Харлан А.Л. и др. / Ежегодник НИИ фундаментальных и прикладных исследований. – 2014. – № 1 (5). – С. 77-82.

Харлан, А.Л. Критические периоды развития внутренних органов сельскохозяйственной птицы // Харлан А.Л., Крикливый Н.Н., Тельцов Л.П. / Научные труды Южного филиала Национального университета биоресурсов и природопользования Украины Крымский агротехнологический университет. Серия: Ветеринарные науки. – 2012. – № 148. – С. 52–58.

Сведения об авторах

Лось Святослав Леонидович – директор ООО «Экокремний». E-mail: zoo-bgu@mail.ru.

Зайцева Елена Владимировна – доктор биологических наук, профессор кафедры биологии, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского», e-mail: z_ev11@mail.ru.

CHANGE IN SOMATOMETRIC INDICATORS OF BIRDS UNDER THE INFLUENCE OF AMORPHOUS SILICA

S.L. Los¹, E.V. Zaitseva²

¹ «Ecocrime», Bryansk

² Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

The article presents the results of a study of the age characteristics anatomicheskikh indicators of the body and organs in chickens cross Hubbard and Hisex brown in age aspect under the influence of amorphous silica.

Key words: somatometry, broilers, Hubbard cross, cross Hisex, amorphous silicas.

References

1. Glagolev, P.A. Anatomy of agricultural animals with the basics of histology and embryology / PA Glagolev, VI Ippolitova / Ed. I.A. Spirukova, V.F. Vrakina. 4 th ed. Per. And additional. – Moscow: Kolos, 1997. – P. 319–322.
2. Serdyukov, K.A. Age features of the broiler organism in post-incubation ontogenesis // Serdyukov K.A., Zaitseva E.V., Kharlan A.L. / Yearbook of the Scientific Research Institute of Fundamental and Applied Research. – 2014. – No. 1 (5). – P. 77-82.
3. Kharlan, A.L. Critical periods of development of internal organs of agricultural birds // Kharlan A.L., Krikliivyi N.N., Teltsov L.P. / Scientific works of the Southern Branch of the National University of Bioresources and Nature Management of Ukraine Crimean Agrotechnological University. Series: Veterinary sciences. – 2012. – No. 148. – P. 52–58.

About authors

Los S. L. – Director of «Ecocrime». E-mail: zoo-bgu@mail.ru

Zaitseva E. V. – Sc.D. in Biology, Professor of Department of Biology, Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky, e-mail: z_ev11@mail.ru.

**ТРЕБОВАНИЯ
К СОДЕРЖАНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ СТАТЕЙ, ПРЕДЛАГАЕМЫХ ДЛЯ
ПУБЛИКАЦИИ В РЕЦЕНЗИРУЕМОМ ЭЛЕКТРОННОМ НАУЧНОМ ЖУРНАЛЕ
«УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА»
(«УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ БГУ»)**

Требования к содержанию статей.

В журнале «Ученые записки БГУ» публикуются статьи теоретического и прикладного характера, содержащие оригинальный материал исследований автора (соавторов), ранее нигде не опубликованный и не переданный в редакции других журналов. Материал исследований должен содержать научную новизну и/или иметь практическую значимость. К публикации принимаются только открытые материалы на русском, английском или немецком языках. Статьи обзорного, биографического характера, рецензии на научные монографии и т.п. пишутся, как правило, по заказу редколлегии журнала.

Требования к объему статей.

Полный объем статьи, как правило, не должен превышать 1 Мб, включая иллюстрации и таблицы.

Общие требования к оформлению статей.

Статьи представляются в электронном виде, подготовленные с помощью текстового редактора Microsoft Word (Word 97/2000, Word XP/2003) и разбитые на страницы размером А4. См. образец с настроенными стилями.

Все поля страницы – по 2 см, верхний и нижний колонтитулы – по 1,5 см. Текст набирается шрифтом Times New Roman, 12 pt, межстрочный интервал - одинарный, красная строка (абзац) - 1,25 см, выравнивание по ширине, включен режим принудительного переноса в словах. Страницы не нумеруются.

Если статья выполнена при поддержке гранта или на основе доклада, прочитанного на конференции, то необходимо сделать соответствующее упоминание в конце статьи.

К статье должна быть приложена авторская справка, содержащая следующую информацию по каждому автору: фамилию, имя, отчество (при наличии), научную степень, ученое звание, место работы, должность, точный почтовый адрес места работы (домашний адрес указывать недопустимо), контактный телефон – рабочий или сотовый (домашний телефон указывать недопустимо), e-mail, согласие на обработку указанных данных и размещение их в журнале. См. образец авторской справки.

В статье следует использовать только общепринятые сокращения.

Редакция не принимает к рассмотрению рукописи статей, оформленные не по установленным правилам.

Требования к структуре статей.

Статья формируется из отдельных структурных составляющих в следующей последовательности:

- 1) первая строка: номер УДК (стиль «УДК»);
- 2) вторая строка: название статьи (стиль «Название»);
- 3) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов (стиль «Автор»);
- 4) наименование организации(й), которую представляют авторы (стиль «Организация»);
- 5) пропустив одну строку: аннотация на русском языке (стиль «Аннотация»);
- 6) ключевые слова (стиль «Ключевые слова»);
- 7) пропустив одну строку: основной текст статьи (стиль «Текст») с иллюстрациями (стиль «Подписуночная надпись») и таблицами (стили «Номер таблицы» и «Название таблицы»);
- 8) пропустив одну строку: список литературы (стили «Список литературы» и «Источники»);
- 9) пропустив одну строку: сведения об авторах (стили «Об авторах» и «Сведения»);

- 10) пропустив одну строку: название статьи на английском языке (стиль «Название»);
- 11) пропустив одну строку: фамилии и инициалы авторов на латинице (стиль «Автор»);
- 12) наименование организации(й), которую представляют авторы, на латинице (стиль «Организация»);
- 13) пропустив одну строку: аннотация на английском языке (стиль «Аннотация»);
- 14) ключевые слова на английском языке (стиль «Ключевые слова»);
- 15) пропустив одну строку: список литературы на английском языке (стиль «Список литературы» и «Источники»);
- 16) пропустив одну строку: сведения об авторах на английском языке (стили «Об авторах» и «Сведения»).

Указанные структурные составляющие статьи являются обязательными.

Требования к оформлению структурных составляющих статей.

Аннотация на русском языке, в которой отражается краткое содержание статьи, должна иметь объем, как правило, не более 8 строк. Аннотация на английском языке должна содержать не менее 100-250 слов, быть информативной (отражать основное содержание статьи и результаты исследований) и оригинальной (не быть калькой аннотации на русском языке).

Количество ключевых слов на русском и английском языках не должно превышать 15 слов (для каждого языка).

Оптимальной считается следующая структура статьи: «Введение» с указанием актуальности и цели научной работы, «Постановка задачи», «Результаты», «Выводы или заключение», «Литература», «Приложение». В «Приложении» при необходимости могут приводиться математические выкладки, не вошедшие в основной текст статьи и иной вспомогательный материал). В тексте статьи допускается использование систем физических единиц СИ (предпочтительно) и/или СГСЭ. В обязательном порядке статья должна завершаться выводами или заключением.

Все иллюстрации и таблицы – не редактируемые файлы в формате jpg, которые должны быть вставлены в текст. Дополнительно иллюстрации прилагаются отдельными файлами в формате jpg. Рисунки встраиваются в текст через опцию «Вставка-Рисунок-Из файла» с обтеканием «В тексте» с выравниванием по центру страницы без абзацного отступа. Иные технологии вставки и обтекания не допускаются. Все рисунки и чертежи выполняются четко, в формате, обеспечивающем ясность понимания всех деталей; это особенно относится к фотокопиям и полутоновым рисункам. Рисунки, выполненные карандашом, не принимаются. Рисунки, выполненные в MS Word, недопустимы. Язык надписей на рисунках (включая единицы измерения) должен соответствовать языку самой статьи. Поясняющие надписи следует по возможности заменять цифрами и буквенными обозначениями, разъясняемыми в подписи к рисунку или в тексте. Авторов, использующих при подготовке рисунков компьютерную графику, просим придерживаться следующих рекомендаций: графики делать в рамке; штрихи на осях направлять внутрь; по возможности использовать шрифт Times New Roman; высота цифр и строчных букв должна соответствовать высоте букв в тексте статьи.

Формулы должны быть набраны только в редакторе формул (Microsoft Equation). Высота шрифта 12 pt, крупных индексов – 8 pt, мелких индексов – 5 pt, крупных символов – 18 pt, мелких символов – 12 pt. Формулы, внедренные как изображение, не допускаются! Статья должна содержать лишь самые необходимые формулы, от промежуточных выкладок желательно отказаться. Векторные величины выделяются прямым полужирным шрифтом. Все сколько-нибудь громоздкие формулы выносятся на отдельные строки. Формулы должны быть вставлены по центру в таблицу с невидимыми контурами, состоящей из двух колонок. Левая широкая колонка используется для размещения самой формулы, а правая узкая колонка – для номера формулы. Номер формулы ставится в скобках и располагается по

центру ячейки таблицы. Нумеруются только те формулы, на которые имеются ссылки в тексте статьи.

В список литературы включаются только те источники, на которые в тексте статьи имеются ссылки. Желательно шире использовать иностранные источники. Список формируется либо в порядке цитирования, либо в алфавитном порядке (вначале источники на русском языке, затем на иностранных языках). Ссылки на литературу по тексту статьи необходимо давать в квадратных скобках. Библиографические описания цитируемых источников в списке литературы оформляются в соответствии с ГОСТ 7.0.5-2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Ссылки на работы, находящиеся в печати, не допускаются. Список литературы должен быть продублирован на латинице (см. Написание русских символов латиницей). Рекомендации по представлению ссылок в списке литературы на латинице, удовлетворяющего требованиям поисковых систем международных баз данных, – см. Представление источников на латинице.

Сведения об авторах должны включать следующую информацию (на русском и английском языках): фамилию и инициалы автора, ученую степень и ученое звание (при их наличии), должность с указанием места работы (полное название организации, без сокращения), адрес электронной почты. В англоязычном варианте желательно (но не обязательно) также привести дополнительную информацию, в частности, указать дату рождения, назвать законченные учебные заведения и полученные в них научные степени или квалификацию, указать область научных интересов и др.

Требования к составу присылаемого в редакцию комплекта документов.

В комплект документов, присылаемых в редакцию журнала, должны входить:

1) файл с расширением .doc, содержащий полностью подготовленную к публикации согласно вышеперечисленным требованиям журнала статью (включая размещенные в ее тексте рисунки), название которого складывается из фамилий всех авторов (например, «Иванов И.И., Петров П.П.doc»);

2) файлы с расширением .jpg, содержащие по одному рисунку статьи, название которых соответствует номерам рисунков (например, «Рисунок 01.jpg»);

3) файлы с расширением .pdf, содержащие по одной авторской справке с подписью автора, название которых соответствует фамилии автора (например, «Иванов И.И.doc»).

К статьям, выполненными аспирантами или соискателями научной степени кандидата наук, необходимо приложить рекомендацию, подписанную научным руководителем (если научный руководитель не входит в число соавторов данной статьи).

Каждая статья в обязательном порядке проходит процедуру закрытого рецензирования. Порядок рецензирования установлен документом «Порядок рецензирования рукописей». По результатам рецензирования редколлегия оставляет за собой право либо вернуть автору статью на доработку, либо отклонить ее публикацию в журнале.

Редакция журнала оставляет за собой право на редактирование статей с сохранением авторского варианта научного содержания.

В опубликованной статье указывается дата поступления рукописи статьи в редакцию. В случае существенной переработки рукописи статьи указывается дата получения редакцией окончательного текста статьи.

Статьи публикуются бесплатно.

Все материалы отправлять по адресу:

241036, г. Брянск, ул. Бежицкая, д.20, каб. 101

Телефон: +7 (4832) 666-758

E-mail: enibgu@mail.ru

Изменения и дополнения к правилам оформления статей можно посмотреть на официальном сайте журнала: <http://www.scim-brgu.ru>

**СЕТЕВОЕ ИЗДАНИЕ
УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
БРЯНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ / ВЕТЕРИНАРНЫЕ НАУКИ**

Учредитель и издатель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Свидетельство о регистрации средства массовой информации выдано
Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
Эл № ФС77-62799 от 18.08.2015

Адрес учредителя:

ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 14

Адрес редакции и издателя:

РИО ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»
241036, г. Брянск, Бежицкая, 20

Дата размещения сетевого издания в сети Интернет на официальном сайте <http://scim-brgu.ru> – 20.12.2017